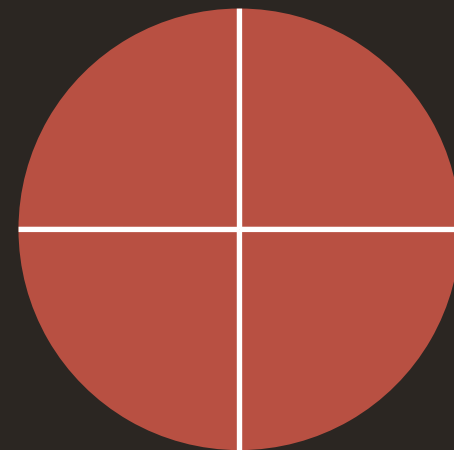


SDE · 数学发生学课件

分数是怎么发生的

三个饼，分给四个人

一节课的完整做法：怎么开头、怎么走、怎么当堂验收，以及四个最常踩的坑



小学中段 · 分数第一课 | 主讲：_____ | 巴渝培训预习材料

先看一件真事

当堂全对，一周后塌了

近一半

三年级学完分数一周后，被问「 $\frac{1}{2}$ 和 $\frac{1}{3}$ 谁大」，
答「 $\frac{1}{3}$ 更大」的孩子占比

当堂

练习几乎全对

通分、约分、比大小，一步不错。

一周后

换个问法就塌

只问一句「谁大」，一半人答错。

这不是粗心。他心里那本账，从头到尾没被改过一个字。

他心里那本账，写的是「3 比 2 大」

孩子不是没听。他是拿一本旧账去读这个新东西——而这本账，从来没有因为分数被改过。

1 旧账上写着

数越大，那个东西就越大。3 比 2 大，所以 3 在哪儿都该更大。

2 他看到 $1/3$

看见的是「3」。分母那个位置对他来说，只是又一个数字。

3 所以他答 $1/3$ 大

在他的账本里，这个答案完全讲得通——错的不是逻辑，是那本账。

所以这一课要做的不是「讲清楚」，是让这本账当场被改掉一次。

讲第二遍，为什么还是不行

老办法

从定义起步

「分数就是几分之几」——先给定义，再教通分约分，再做练习。

这套顺序本身没错：它是给已经懂了的人整理用的。

毛病在于，孩子还没有一个位置可以把它挂上去。

于是

他把形式记住了

他记住了写法，也记住了操作步骤，考试当然对。

但他从来没有遇到过一个「非要分数不可」的时刻。

没遇到过，旧账就没有理由被改。

再讲一遍

还是不行

很多老师的反应是：那就再讲一遍，再多练几道。

可第二遍讲的还是同一个定义，还是从终点递过去的。

账不会因为听了两遍就改。

补课之所以常常没用，不是讲得不够清楚，是这一步压根不缺讲解。

还有一种更难

有些孩子，已经上了锁

「数学就是这么规定的，不用想。」

这句话一旦写进心里，它管的就不是分数这一课了——它管的是「以后所有的数学都不用想」。

锁着的时候，把当年那条路还给他也没用

他会照做，但不会跟着想——因为他已经认定这件事不需要想。

所以次序是硬的：先开锁，再讲课

开锁只需要一句话，难的是老师要当着全班说出这句话。

开锁的那一句：

「这个写法，其实当年也可以不这么定。你们信不信？」

说完不解释，等他们反应。有人抬头，锁就松了一道缝。

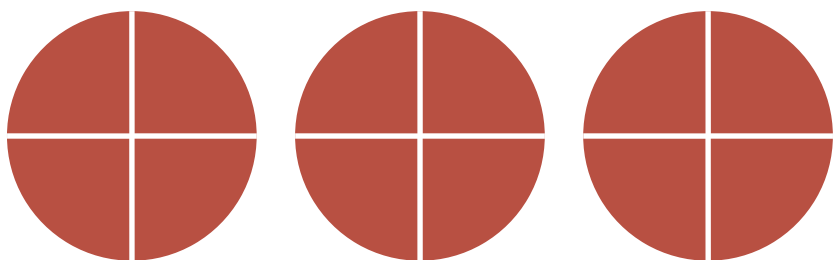


这一课该从哪里起

不从「分数是什么」起。从一个分不出来的东西起。

换一个起点

三个饼，分给四个人



÷



每人分到多少？

孩子手里只有整数。他答不出来——而且 he 知道自己答不出来。

为什么是 3 和 4

不能整除

4 个饼分 4 人，一人一个，用不上新东西。
必须让整数在这里真的走不通。

为什么是饼

能真的分开

手上能分、能看见、能拿走。
换成纸条、绳子、蛋糕都行，不能换成投影。

为什么不先说名字

名字最后才给

先分，分完再问「这一份该叫什么」。
名字是他们命名的，不是你递的。

顺序不能换

1

开缺口

抛出三个饼分四人。让他自己发现整数不够用。

2

给方向

「看来我们需要一个比1小的东西。」——只给方向，不给答案。

3

亲手分

真的动手分，分完给那一份命名，再把它写下来。

4

换个情境

量绳、切蛋糕、分钱——同一个东西，让它再出现一次。

5

开新缺口

「那 $\frac{1}{2}$ 和 $\frac{1}{3}$ ，谁大？」——当堂就撞，别留到一周后。

最要紧的是第 1 步在第 2 步之前。反过来，就又变回老办法了。



四十分钟，逐段怎么走

每一段写了分钟数、老师说什么、以及这一段禁止做的事。

四十分钟的分配

时间	这一段做什么	老师这一段不许做的事
0-3 分	开锁那一句（只对已经放弃的班用）	不许解释这句话
3-11 分	三个饼分四人，让他卡住	不许提示「可以切开」
11-16 分	给方向：需要一个比 1 小的东西	不许写出 $\frac{1}{4}$ ，不许说「四分之一」
16-31 分	亲手分、命名、写下来	不许替任何一组动手
31-38 分	换情境再来一次：量绳／分钱	不许只做一个情境
38-40 分	开新缺口： $\frac{1}{2}$ 和 $\frac{1}{3}$ 谁大	不许当堂给答案

末一栏是这份课件里最有用的一栏。这一课的难处从来不是「要做什么」，是「忍住不做什么」。

第 1、2 步：让他卡住，然后只给方向

第 1 步 · 8 分钟

把缺口摆出来

桌上三张圆纸片，四个孩子一组。一句话：「分掉，谁也不能多，谁也不能少。」

接下来什么都不做。有人会先切、有人会先分整块——都随他。

这一段的成败

他有没有真的卡住

卡住的记号不是安静，是争起来：还剩一个，那一个怎么办。

⚠ 三十秒就有人说「切成四份」，是缺口太浅——换成五个饼分四人。

第 2 步 · 5 分钟

只给方向，不给答案

一句：「看来我们需要一个比 1 小的东西。」然后闭嘴。

这一句为什么这么短

再多一个字就成了答案

「切成四份」是答案，「四分之一」是答案。「一个比 1 小的东西」不是——它只指了个方向。

第 3、4、5 步：亲手走、再来一次、再卡住

第 3 步 · 15 分钟

亲手分，然后命名

真的分完。然后问：「你手上这一份，该叫什么？」

让他们自己起名字，写法最后才由你补上。

第 4 步 · 7 分钟

换个情境再来一次

一根绳子分给三个人。八块钱分给五个人。

同一个东西在第二个场合又出现一次——这一次比第一次更重要。

第 5 步 · 2 分钟

当堂开新缺口

「那 $\frac{1}{2}$ 和 $\frac{1}{3}$ ，谁大？」

让他们吵。不给答案，下课。下一节课从这里接。

第 5 步为什么放在这一节课里，而不是等一周后再发现

那半个班答错，是在一周之后才被发现的。而这一撞，本来可以发生在这节课的最后两分钟。早两分钟撞上，你还在场；晚一周撞上，你已经在讲下一单元了。



当堂怎么知道成了没有

不用等考试，也不用等一周。下课前两分钟就有答案。

不问会不会做

「今天，你有没有哪个原来的想法被推翻了？是哪一个？」

答得上来的人数，就是这节课的成绩。

这一课答得好的样子

「我以前以为数越大越大」

或者：「我以前以为分不完就是分不了。」——旧想法被点名了。

答不上来的样子

「学会了分数」

这不是答案，这是复述课题。它说明账没动。

三个当堂能记的数（不用问学生，自己就能记）

你改了几次下一句

因为孩子说的话而临时改口。零次=你在放录音。

几个人押了说法

主动说出自己想法的人数（错的也算）。

全班一起悬着多久

没人知道答案、全场在等的时间，加起来。

一周以后，再问一次

当堂那一问只能说明「今天动了」。这一课有没有真的落下去，要等一周后那句不带算式的问话。

一周后这样问	答对说明什么	答错说明什么
1/2 和 1/3 ，谁大？（不许算）	分母那个位置，他真的看懂了	旧账还在：他仍然只看见「3 比 2 大」
1/4 是不是比 1 小？为什么？	他能说出「一份不到一整个」	他只会背写法，没有分过
你能不能自己造一个比 1/4 小的？	他站到了定规矩那一边	他还站在接规矩那一边

第三问最狠：会用的人未必会造，会造的人一定会用。



四

四个坑，和两栏话

看着像那么回事，其实还是老办法——这四种最常见。

看着像，其实不是

① 假缺口

孩子早就会切一半了，你还假装这是个难题。缺口是假的，后面全是表演。

验法：有没有人真的争起来。

② 替他跑了

工具给了，路却是老师一路演示到底。孩子看了一遍，没走过一步。

验法：每一组的纸片是不是他们自己撕的。

③ 热闹代替发生

撕了、摆了、笑了，最后没有命名、没有写下来、没有收回。

验法：黑板上有没有留下他们说出来的那个名字。

④ 忘了最后两分钟

前面都做对了，下课铃一响就散了。那一问没问，这节课就没有读数。

验法：你手上有没有那三个数。

四个坑有一个共同点：都能让课看起来很好看。所以只能靠验法，不能靠感觉。

这一课里，不要说 / 改成

不要说	改成
「分数就是几分之几，记住。」	「先别记。你现在打算怎么分？」
「切成四份不就行了。」	「你们那一块，为什么要那样切？」
「对，就是四分之一。」	「你管它叫什么？写给大家看看。」
「错了，我再讲一遍。」	「按你的分法往下走，走到哪儿走不动了？」
「时间不够了，答案是……」	「这个我们先不定下来，下节课接着卡。」

右边这五句的共同点：都不需要老师先知道答案，也都把话还给了孩子。

分饼记录单

印在一张纸上，四人一组一张。第 3 步用。 最后一行是最重要的一行——它就是「那一问」的书面版。

一、三个饼，我们组是这样分的（画出来）：

二、每个人分到的那一份，我们管它叫：_____

三、为什么这样分，大家都不吃亏？

四、如果是三个饼分给五个人呢？还能这样分吗？

五、今天有一件事，跟我原来想的不一样，是：

把你自己的一节课填进去

这一课件讲的是分数。同一张表，换成小数、负数、乘法、面积，一样能填。

这一步	我这一课打算怎么做
① 我抛出的那个真实难题是	_____
② 我只给的那个方向是（不是答案）	_____
③ 孩子亲手做的那一步是	_____
④ 我换的第二个情境是	_____
⑤ 下课前我要开的新缺口是	_____
⑥ 那一问我打算怎么问	_____

六行填不满，就先别上这一课——填不满说明缺口还没找到。

分数不在课本里。

它在那三个饼被真的分开的那一刻。

留给你的一件事：明天挑一个你最熟的概念，只做一件事——找到它「走不通」的那个地方。
找到了，这一课就已经开始了。

