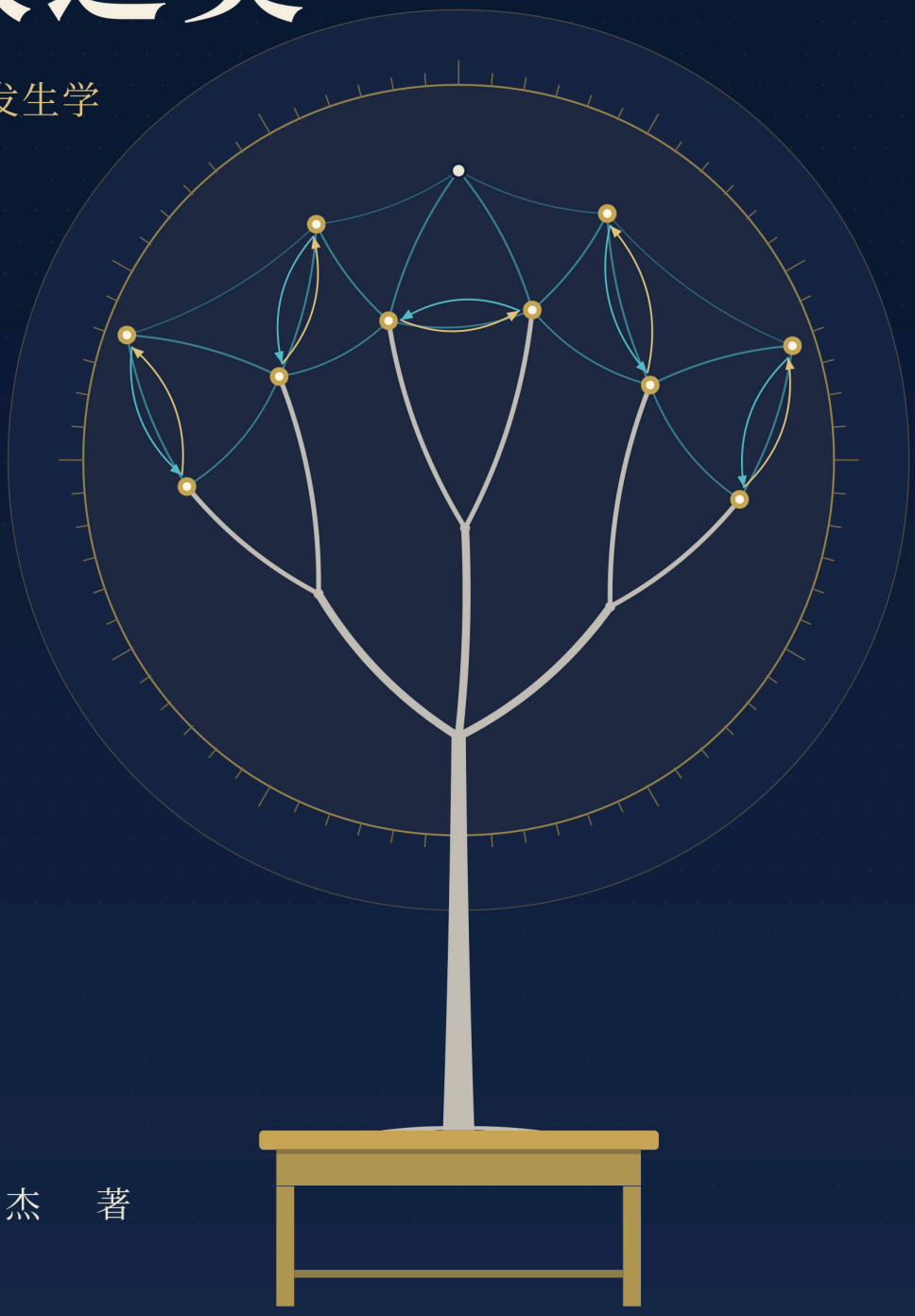
班级之美

同一性谱系发生学



柴翱　刘华杰　著

德麦国际出版社
Demai International Press

德麦国际专著 · 第 512 号

班级之美

同一性谱系发生学

柴翱　刘华杰　著

德麦国际出版社
Demai International Press · Singapore

出　版　信　息

书名	《班级之美：同一性谱系发生学》
著者	柴翱　刘华杰
指导	王德生
执笔	复合主体：柴翱、刘华杰著；王德生指导立题、口述承重命题与口径；文字由 AI（Claude）协作成稿，二十路分章执笔、七路独立质检、一路跨章统稿
出版	德麦国际出版社（Demai International Press）· 新加坡
编号	德麦国际专著第 512 号
ISBN	979-8-90690-512-3
定价	US$23.00
开本	170 mm × 240 mm
字数	约 26 万字
版次	2026 年 10 月第 1 版

AI 协作声明：本书的立题、判词与口述命题由指导老师王德生给出，著者柴翱、刘华杰署名；文字在其指令下由 AI（Claude）协作成稿，并经独立质检与统稿。书中所引各家理论只述大意，不替任何学者编原话。

书中初二（3）班及陪读人物、课堂场景均为构想，不当证据。书中的读数只给班级自看，不进考核；本书不作心理或医学诊断，不对具体学校与现行政策表态。

全书结构：出版信息、作者介绍、前置（十分钟读完这本书、前言、导读）、目录；导论；八编三十章；结语、参考书目、附录六件。

版权所有　侵权必究

作者介绍

柴翱，本书作者之一，另著有德麦国际专著第 506 号《土·石·煤——作文的发生学》。

刘华杰，北京师范大学教育学博士，华南师范大学教师教育学部硕士生导师。研究领域为教师伦理与师德建设、班主任专业成长、学校德育与班级管理、家庭教育。另著有德麦国际专著第 436 号《好老师为什么做不动——师德的精益求精》、第 452 号《谁在给善记账——学校制度的道德发生学》。

王德生（指导），SDE（显露·差异序列·特征纠缠）本体论思想体系的创立者，德麦国际（Demai International Pte. Ltd.，新加坡）创始人、董事长，中国科学院计算数学博士。

十分钟读完这本书

如果你只有十分钟，读这一页就够了。剩下的三十章，都是在给这一页作证，也在给这一页找反例。

一句判词。 全书只有一个本体命题，一字不改地写在这里：

> **班级之美是双向认出的谱系闭环——一个孩子的知识在别人那里变了形，原主认得出它变在哪里，借用者说得出它从哪里来，变形后的东西回流进全班底座。美在闭环合上的一刻发生。所谓生死节律，只是这个闭环在时间里的展开：闭环一次次合上，认出图越长越密；密到新枝越来越像，就是饱和，这一轮压实成下一轮最薄的底座；课本里的公共知识，就是从前某一轮闭环压实后的化石。**

说白了：一个孩子想出一个办法，同桌拿去用，用的时候改了一处；原来想出办法的孩子看了说「这一步是我的，可你把它改了」，拿去用的孩子说「我是从他那里接来的」；改出来的新办法被写进全班共有的本子里，全班都认得它从哪里来。这一圈走完，班里就发生了一次美。

四句「不是……而是……」。 前两句是全书的承重墙，读不进别的，记住这两句也行。

第一句：班级的同一性不是此刻相似，也不是同出一源，而是双向认出的连通——本书称之为「认谱同一性」。生物分类里只有两种「同」，一种看此刻像不像，一种看是不是一个祖宗；后代从来不认得自己的来路。班级里有第三种

「同」：原主认得出自己的一枝在别人那里长着，借用者标得出来源。一个班有多「同」，就看这张「认出图」连得有多通。

第二句：班级之美不是想法改进，也不是署名，而是双向认出的谱系闭环。一次「谱系事件」要过四关——在场、有差、双向认得、回流。

第三句：公共知识不是要重新发现的结论，而是要复活的化石。复活不是重走老路到同一个终点，而是重开老路，走到一个新终点，并把长出来的新东西写回底座。

第四句：班级不是传递公共知识的单位，而是双向认出闭环的发生器。一个老师、四十八个孩子，谁认出了谁，靠人力画不出来；大数据 AI 让化石近乎免费，也让这张认出图第一次算得出来。

六层名字。 班里那些吵不完的矛盾——统一还是多样、集体还是个人、守规矩还是闹创新、稳住还是放开——在本书看来是同一个矛盾在六个层面上的六个名字。最底下一层是「我们的知识」和「我的知识」；往上依次是统一性与多样性、我们与我、创造律与自由律、冲突与秩序；最外面一层是时间：生与死。每一层都有一个「第三者」把两头接起来，最底下那个第三者叫「谱系性知识」，最外面那个叫「换根」。导论 0.3 有一张表把它们排齐。

三律落成三个读数。 本书借用意义三律来讲班级里的三股力。创造律要大家聚焦同一个问题、把力气拧进同一个解，它留下的痕迹是互相改写，读数叫「类我率」；自由律要各走各的路，它留下的痕迹是同一条根上分出不同的枝，读数叫「枝分化数」；幸福律是一个人的自由在共同创造里恰恰被用上，而「被用上」只有在原主认出、借用者标出时才发生，读数就叫「双向认得率」。只讲创造律的课堂整齐而没有枝，只讲自由律的课堂热闹而没有交汇，两样都讲却没有人去「认」，课堂就会很忙，却没有一刻是美的。

还有一条反常识的律。 知识原样被接过去，等于没有被收下。抄来的、背来的、原样复述的，都不算；一枝知识必须在接的人那里变了形，而且来路仍然认得出，才算被收下。这和送礼物正好相反：礼物的印记附着在物上，回礼虽是另一件东西，送礼人的那份心意仍跟着东西走；班级里的知识要变了形再回来，印记不在形上，在双向认出里。

八编各一句。

第一编：秩序之美、活动之美、氛围之美都好，但都可能没有一样新知识在发生；三视角能调和它们，解决不了它们。

第二编：统一不是多样的敌人，而是上一轮谱系死后留下的化石；统一撑不住的那一刻有四个看得见的信号。

第三编：班级之美的本体是谱系性知识，判词在这一编里落地，四关、三律、三个读数都在这里。

第四编：冲突是燃料；36 和 38 两个答案对不上，正是复活化石的开关。

第五编：课桌、四十五分钟、课程、考试、评估，本来都是维持统一的装置，都可以改造成谱系发生的现场。

第六编：老师不当指挥，当起音的人；同一性知识谱系发生智能体替老师画那张人力画不出来的认出图。

第七编：一个学年走完一轮生死；饱和有算得出来的判据，到了就让这一轮好好地死，再从最意外的一枝里选下一轮的根。

第八编：四个读数、八条可错预言；本书哪里错了，读者自己能查出来。

最该先读的五章。 第 5 章（公共知识为什么是化石）、第 11 章（一堂课怎样走完一轮谱系发生）、第 15 章（冲突怎样被化成新知识）、第 24 章（发生智

能体做哪五件事）、第 28 章（怎样让一轮谱系好好地死）。这五章读完，全书的骨架就立住了。

最后一句话留给你带走：**创造一旦认不出来路，就只是热闹。**

前言

一面流动红旗与一堂数学课

下面这个班和这些人都是设想的，但每一个细节，当过班主任的人大概都见过。

县城中学，初二（3）班，四十八个孩子，班主任许老师教数学，这是她带班的第八年。

这一学期，三班的门框上连续八周挂着流动红旗。早读七点二十分准时开始，声音齐得像一个人在读；课间不追跑，地面看不见一片纸屑；眼保健操做得一板一眼；值日表贴在后门，没有一格空着。八周，零扣分。年级主任路过时会在门口停一下，点点头。许老师心里是踏实的，她知道这面红旗后面是多少个早晨的早到和多少次的提醒。

同一个学期，第十一周的一个下午，数学课讲到全等三角形。许老师在黑板上出了一道几何证明题，原本只打算讲一种标准证法。没想到坐在第三排的杜可说：「老师，我不连那条线，我从另一个角度也能证。」话音刚落，后排的邱田说他还有一种。那一节课，全班吵出了五种证法。有人上去画，有人在底下喊「不对不对，你这一步缺条件」，有人把别人的辅助线擦了重画。最热闹的一刻，邱田指着黑板上的图说：「我这条线是从杜可那里学的，可我把它延长到外面去了，就不用再证那对角相等。」杜可凑过去看了半天，说：「是我那条线，可你这么一延长，我原来那一步就不要了。」

下课铃响了。没有人走。许老师自己也没动。

一面红旗，一堂吵翻天的课。两件事都发生在同一个班、同一个学期。问题来了：哪一个是班级之美？

很多人第一反应是「两个都是」。红旗是秩序之美，那堂课是思维之美，各美其美。这么说不错，但太容易了，容易得像一句客气话。本书想把这个问题问得再硬一点：在那八周里，三班有没有长出一样新的知识？那堂课上，有没有一样东西从一个孩子那里出发，在另一个孩子那里变了形，又被原主认出来？

如果你去翻那八周的作业本，你多半会发现它们越来越像。不是坏事，整齐的作业说明大家都跟上了。但「跟上了」和「长出来了」是两回事。那堂几何课上，邱田延长的那条线，原本属于杜可；杜可认出了它，也看清了它被改在哪里；而邱田清清楚楚说出了它从哪里来。如果那天许老师把这种证法记进班里的本子，写上「杜可的线，邱田延长」，那么一次完整的闭环就合上了。本书说的「美」，就发生在那一刻。

我们不打算贬低那面红旗。秩序托住了很多孩子，尤其是那些需要可预期的孩子；整齐本身也是一种辛苦挣来的成就。第 16 章会专门回来看「八周零扣分」背后到底发生了什么，那里会给出一个不太舒服的结论。这里只先说一件事：秩序之美可以和知识的发生同时存在，也可以在知识完全不发生的时候照样存在。红旗量不出这一点。

那堂吵翻天的课也不是天然就美。五种证法，如果下课以后谁也不记得谁的线从哪里来，五种证法就只是五团热闹；如果第二天一切照旧，标准证法还是唯一要背的那一种，那堂课就只是一次放风。热闹和美之间，差的就是那一圈「认出」与「回流」。

为什么现在要问这个问题？因为教室外面的世界变了。过去，公共知识稀缺，一个班级最要紧的事，是把课本里那些现成的结论，一个不落地送进四十八个脑袋。统一的作息、统一的进度、统一的答案，都是为这件事服务的，而且服

务得很好。可今天，一个孩子回家打开手机，问一句，标准答案几秒钟就出来了，还附带三种讲法。课本里的结论不再稀缺，稀缺的是另一样东西：一个孩子自己长出来的那一枝，被别人接过去、改了形、又被认出来。这样东西搜不到，也生成不了，它只能在一群天天见面的孩子中间发生。本书指导老师王德生说过：「现在是基于大数据AI下的班级之美的发生学了。」班级不是要被 AI 取代的旧东西，它恰恰是这种稀缺东西最好的产地——前提是我们知道它在产什么。

这本书就是要把这一圈说清楚：它由哪几步组成，在什么条件下会发生，在什么条件下会熄火，怎样在课桌、课时、考试、评估里给它留出位置，老师站在哪里，AI 能帮上什么，一个学年里它怎样生、怎样死、怎样留下化石给下一届。

如果你是班主任，我们希望你读完以后，看自己的班多一双眼睛：不只看齐不齐、热不热闹、和不和气，还看「谁认出了谁」。如果你是家长，我们希望你问孩子的问题，除了「今天考了多少分」，还能多一句「今天你的办法被谁用了，改成了什么样」。

导读

这本书三十章、八编，加一个导论和一个结语。不同的读者可以有三种读法。

第一种，十分钟读法。 只读前面的「十分钟读完这本书」，再读导论 0.4 的判词与三件不做。这样你拿到的是全书的骨架：一个判词、四句「不是……而是……」、六层名字、八编的走向。适合想先判断这本书值不值得读的人，也适合校长和教研员在会前快速对口径。家长也可以用这种读法：读完那一页，你至少知道孩子回家说「今天我们班吵了一节课」的时候，该问的不是「吵什么吵」，而是「吵出什么来了，谁的办法被谁改了」。

第二种，带着一件事读。 你手里正有一件具体的事放不下，那就直接从那一章读起，读不懂的术语再往前翻。

想改课堂的，先读第 18 章「45 分钟之美」。那里把一节课拆成「立根、分枝、搭桥记谱」三段，讲清楚好的讲授为什么是在复活化石。

为班里的刺头头疼的，先读第 27 章「一个孩子一条谱系」。那里写的不是怎样管住一个孩子，而是怎样让他手里那份别人不当回事的知识，在全班的谱系里长出一枝来，被人认出。

想知道 AI 进了教室以后班级还剩什么的，先读第 25 章。那一章的结论是：化石免费以后，班级只剩谱系发生，而这恰好是班级不会消失的理由。

关心师德的，先读第 23 章。一视同仁听上去最公平，可面对冒尖的、掉队的、沉默的孩子，真、善、美各自怎样发生，是三件不同的事。

第三种，逐章读法。 从第 1 章读到结语。前四章是「破」：三种常见的美各缺什么，三视角为什么只能调和，统一派与散开派其实站在同一块地上。第二、三编是「立」：统一怎样死，谱系性知识是什么。第四到第七编是「用」：冲突、现场、老师与 AI、一个学年。第八编是「验」：读数与可错预言。逐章读的人会发现，初二（3）班的几个孩子——班长陈一诺、刺头赵磊、爱画画的苏小禾、腿受过伤的马骁、转学生林朵——在全书里慢慢长大，许老师也从「标准答案的持有者」慢慢变成「起音的立谱者」。

不管哪种读法，每章末尾都有三样东西：「带走的话」是这一章最值得记住的几句；「小账」两行，第一行写这一章的承重说法，第二行写这一章在什么局面下算错；「明天可以试的一件小事」只有一条，第二天进教室就能做。小账那一行尤其要看。一本讲班级的书，如果说不出自己在什么情况下会错，读者就只能信它或不信它，而没法去查它。我们希望你去查它。

关于术语，也先打个招呼。书里有一小套固定的词：化石、复活、根、枝、桥、底座、类我、认出图、谱系事件、阈值、饱和、换根、起音。它们第一次出现时都会先用大白话说一遍。其中最容易混的是「底座」和「根」：底座是全班必须一样、不拿来复活的最薄一层，比如定义、符号、安全、诚信、不欺凌；根是这一轮被拿出来复活、要在上面长枝的那一块公共知识。底座守住，根才敢放开。另有几个来自 SDE 的符号，比如 S1、D1、E1，正文里都会先说白话再括注，你完全可以跳过括号读下去，意思不受影响。

还有两点提醒。第一，书里出现的读数——谱系事件率、双向认得率之类——只给班级自己看，不进考核，不给学校排名用。读数一旦进了考核，孩子就会去凑数，认出就变成表演。第二，书里的初二（3）班是设想的班级，许老师和孩子们都是构想出来的人物。故事是为了把道理放进日常里讲，不是在报道某一个真实的班。

目 录

作者介绍 iii

十分钟读完这本书 iv

前言　一面流动红旗与一堂数学课 viii

导读 xi

导论　美在哪里发生 1

第一编　三种不在场的美与调和的极限 **19**

第 1 章　秩序之美：整齐的班级里，知识在发生吗 20

第 2 章　活动之美与氛围之美：热闹与融洽之后 33

第 3 章　调和的极限：三视角为什么解决不了 46

第 4 章　两端共用的预设：知识是现成的 58

第二编　统一性之死：化石、阈值与混沌 **71**

第 5 章　公共知识是化石：课本里的每一行都曾是谁的「我的知识」 72

第 6 章　阈值：统一性在什么时候撑不住 86

第 7 章　死亡与混沌：死的是「同的方式」，不是班级 99

第三编　谱系性知识：班级之美的本体 **115**

第 8 章　什么是谱系性知识 116

第 9 章　三层谱系：全班的知识—类我的知识—我的知识 129

第 10 章　最薄的底座：哪些知识必须同 141

第 11 章　一堂课的谱系发生：分层、生成、回流、结晶 155

第 12 章　意义三律：D1 在教室里的实现 169

第 13 章　谱系可读：美在创造中发生，及已有理论推不出的那一点 182

第四编　冲突是燃料 **197**

第 14 章　对不上：36 与 38 199

第 15 章　跨谱再现：拆、筛、重做、认 212

第 16 章　留丑律与两个速度　225

第五编　谱系之美的现场　237

第 17 章　课桌之美：空间里的预备 E　238
第 18 章　45 分钟之美：一节课是一轮微型谱系　250
第 19 章　课程之美：课程是一棵逐年生长的树　263
第 20 章　考试之美：根题、枝题、桥题　275
第 21 章　评估之美：从分数榜到三本账　288

第六编　起音的人：老师、师德与发生智能体　301

第 22 章　起音，不指挥：谁占着答案位　302
第 23 章　师德之美：价值形成的谱系发生　315
第 24 章　同一性知识谱系发生智能体　328
第 25 章　大数据 AI：化石免费之后，班级只剩谱系发生　340

第七编　一年的谱系与换根　353

第 26 章　开学：第一批类我与第一条共同知识　354
第 27 章　一个孩子一条谱系：刺头、沉默者、转学生与家长　366
第 28 章　饱和与换根：让谱系好好地死　378

第八编　读数与可错　391

第 29 章　班级之美的四个读数与不同学段　392
第 30 章　本书怎样算错　404

结语　一年以后的《班级定理册》　418

参考书目　430

附录　435

附录一　班级谱系诊断卡　436
附录二　谱系事件四关速查卡　439
附录三　两张工作单　441
附录四　谱系式试卷模板与三本账模板　444
附录五　同一性知识谱系发生智能体：功能清单与数据底座　447
附录六　三张对照表　450

导论

美在哪里发生

十二月初，学校发下一张通知：每个班交一份「班级风采」材料，一页纸，配三张照片，题目叫「我们班的美」。许老师把通知压在教案下面压了三天。

第一天晚上她翻手机相册，挑出一张：早读时四十八个孩子坐得笔直，书本一律立在桌上，角度都差不多。这张拍得好，整齐得让人放心。第二天她又挑出一张：秋季运动会，三班的接力队冲线，看台上的孩子全站起来了，有人把校服甩到半空。这张也好，热气腾腾。第三天她想再找一张「班风」的，找到的是国庆前排练合唱时的合影，大家挤在一起笑，连平时最闹的赵磊都把手搭在同学肩上。

三张照片摆在一起，许老师却忽然觉得哪里不对。她想起上个月那堂吵出五种证法的几何课，那是她这学期最想留住的一刻，可那一刻没有照片，就算有，拍下来也只是一群孩子围着黑板，看不出什么。她拿着笔在通知背面写了一句话，又划掉了。那句话是：「我们班最美的那一下，拍不出来。」

> **这一章的问题**
>
> 我们平常说的「班级之美」，到底美在哪里？有没有一种美，是秩序、活动、氛围都替代不了的？

◆ 0.1　三种常见的「班级之美」

许老师那三张照片，正好对应学校里最常见的三种「班级之美」。

第一种是秩序之美。整齐的早读、干净的地面、按时交齐的作业、连续几周的流动红旗。这种美最容易被看见，也最容易被评比。它的价值是实打实的：秩

序给孩子安全感，让每一天可以预期；秩序让一个老师管得过来四十八个人；秩序也托住了那些自己还站不稳的孩子——他不知道该干什么的时候，跟着大家做，至少不会掉下去。一个经常换老师、换座位、换规矩的班，孩子会很累。所以我们不认为秩序是什么需要被打倒的东西。第 1 章会专门讲，统一是现代班级的出厂设置，是让公共知识第一次能大规模传给每一个孩子的了不起的发明。

第二种是活动之美。运动会、艺术节、研学旅行、班级读书会、各种主题周。活动让孩子动起来，让平时在课堂上不出彩的孩子有机会被看见：会跑的跑，会画的画，会组织的组织。一个只有课堂、没有活动的班，孩子会觉得学校就是一台机器。第 2 章会讲到隔壁班王老师的「自由日」和一次研学旅行，那里能看到活动的好，也能看到活动的一个老毛病：越热闹，越容易把「做过」当成「学会」。

第三种是氛围之美。同学之间和气，不排挤人，有事互相帮一把，班会上大家敢说话，毕业多年还有人在群里发红包。这种美最暖，也最难量。很多班主任心里真正在意的，就是这一种。

三种美都有价值，本书不贬低其中任何一种。但我们想请你做一个小实验：把这三种美各自拿出来，问同一个问题——在它最美的时候，班里有没有一样新的知识正在发生？

秩序最美的时候，四十八本笔记可能几乎一字不差。它复制「我们的知识」复制得非常好，可就在它最好的时候，班里可能一条「我的知识」也没长出来。活动最美的时候，每个人都在做自己喜欢的事，可做画的和修车的各干各的，下周一回到教室，彼此谁也没从谁那里接过什么。氛围最美的时候，大家说话都很客气，两个答案不同，老师说「都有道理」，讨论就停在最暖的地方，没有人去追问两个答案为什么对不上。

这三种美有一个共同点：它们都可以在没有任何新知识发生的情况下照样成立。一个班可以秩序井然、活动丰富、氛围融洽，同时整整一个学期，没有一个

孩子的想法被另一个孩子接过去、改了形、又被原主认出来。这不是说这三种美是假的，而是说它们量的是别的东西。秩序量的是「齐不齐」，活动量的是「动没动」，氛围量的是「和不和」。它们都没有去量班级作为一个求知的地方最核心的那件事：知识有没有在这群人中间长出来，长出来的东西认不认得出来路。

为什么偏偏是这三种美最常被说起？原因其实很朴素：它们看得见。整齐可以拍下来，热闹可以拍下来，笑脸也可以拍下来；一张照片、一面红旗、一份活动记录，就能证明这个班「好」。看得见的东西容易被比较，容易被交上去，也容易让人安心。老师们把力气花在这三种美上，不是因为他们短视，而是因为他们手里只有这三把尺子。知识有没有在这群孩子中间长出来，长出来的东西认不认得出来路——这件事以前确实没有办法看见。一个老师面对四十八个孩子，谁的想法跑到了谁那里，跑过去以后又变成了什么样，靠一双眼睛、一支笔，根本追不过来。追不过来的东西，就只好不量；不量的东西，慢慢就被当成不存在。本书后半部分会讲到，这件事今天第一次有了被看见的条件。

打个家里的比方。一家人吃年夜饭，桌子摆得整整齐齐，这是秩序；饭后一起放烟花，这是活动；一桌人说说笑笑，这是氛围。可这家人那一年最美的一刻，也许是年前剪窗花的时候：奶奶教的那种对折剪法，到了小孙女手里多折了一道，剪出一圈从没见过的回纹。奶奶拿起来对着光一看，说「这是我那个剪法，你多折了一回，边上就绕出花来了」；小孙女说「就是照你教的剪的，我多折了一下」。第二年，全家贴的窗花都带上了这圈回纹。这一刻拍下来也只是几张红纸，可它比整齐的餐桌、热闹的烟花、和气的说笑多了一样东西：一份手艺在另一个人手里变了形，原主认出来了，接的人说得出来路，新花样回到了全家人手里。

许老师那句「我们班最美的那一下，拍不出来」，说的就是这个。拍不出来，不是因为它玄，而是因为它不在一个画面里，它在一条线上：从杜可到邱田，再从邱田回到杜可，再回到全班。照片只能拍一个时刻，美却是一个闭环。

◆ 0.2　从三视角到 SDE：调和与发生

说到班级里的矛盾，很多老师会想到三视角。

从 2017 年前后开始，很多班主任学着用三个视角看班级：对比，看这个孩子和那个孩子、这个班和那个班差在哪里；变化，看一个孩子、一个班在时间里怎样变；分布，看一件事在全班是怎样散开的，多数在哪里，少数在哪里。这套看法最早是本书指导老师王德生推广开的，它确实好用。一个孩子成绩下滑，换成「变化」的眼光看，就不只盯着这一次的分数，而是看他这三个月的走势；两个家长意见相左，换成「分布」的眼光看，就知道全班家长的意见本来就散在一条线的两头，不必只听最大声的那一个。

许老师就是这样用了好几年。她的班里有一个反复出现的矛盾：开学时她抓纪律，统一作息、统一作业格式、统一订正方式，班里很快稳下来；到期中，孩子们开始闷，作业越交越像，课上没人举手，她就放开一点，搞活动、分小组、允许不同解法；到期末，考试压力一来，小组又散了，作业又乱了，家长群里有人问「是不是管得太松」，她又收紧。每一次，她都能用三视角把矛盾缓下来：对比一下别的班，原来大家都这样；看看变化，这只是阶段性的；看看分布，真正不适应的只有五六个孩子。矛盾每次都缓下来了，可每学期都回来。像钟摆，摆过去，又摆回来。

这不是许老师用得不好。三视角本身就只能做到这一步。王德生老师自己把这件事说得很直白：「三视角通过第三个视角的改变来调和矛盾，但是不能解决矛盾。」

什么叫「调和」？家里装修，一个人要白墙，一个人要深灰墙，吵到最后选了浅灰。浅灰谁都不满意，也谁都能接受。矛盾没有消失，只是两头各退了一步，被一个折中的「看法」盖住了。三视角在班级里做的，常常就是这件事：统

一和多样吵起来，换一个角度看，「统一中求个性」「多样中有底线」，两边各让一点，班会开完，大家都松一口气。可是那两股力还在，下一次照样顶起来。

为什么三视角做不到更多？因为对比、变化、分布，都是在一个已经搭好的框架里看事情。对比要有一把尺子，变化要有一条时间轴，分布要有一张图。三视角量得出谁在尺子的哪一格，量不出尺子自己是怎样来的；看得出班级在旧框架里怎样挪动，看不出旧框架怎样死、新框架怎样生。王德生老师还有一句话，说的正是这条边：「三视角，对比，变化，分布，无法解决自己如何死亡和如何产生全新的三视角。」第 3 章会把这一点讲透：三档作业变五档，是升级；一条线变成一棵树，才是升维。

那怎样才算「解决」？这就要从三视角走到 SDE。SDE 是三个字母，我们先用大白话说一遍，再括注。

S 是你此刻看得见的样子（显露，Structure）；D 是推动它变的那一连串差异（差异序列，Difference）；E 是它和周围一切缠在一起的那张网（纠缠，Entanglement）。最好懂的例子是你自己的手。半夜摸黑找电灯开关，手指在墙上一点一点挪：这里凉，那里糙，这里有一道缝，那里鼓起来一块。每一下「不一样」，就是 D；随着这一串不一样，开关的形状一点一点在你心里显出来，这就是 S；而你的手、墙、黑暗、你对这间屋子的记忆，全缠在一起，这就是 E。三样东西是一起发生的，没有哪一样可以单独拿出来——把它们分开说，只是讲道理时的假想切割。耳朵听一支曲子、眼睛看一幅画，也都是这样：没有那一串差异，什么形状都显不出来。

拿这个眼光回头看三视角，就清楚了：三视角只描述了 S，也就是班级此刻看得见的样子。本书用一个记号说这件事：S1＝F(D1，E1)。S1 是班里看得见的知识样态，三视角——对比、变化、分布——都是在描述它；E1 是三界在教室里的样子：理念界，就是课本里的那些化石；现实界，就是课桌、课时、试卷；自我界，就是每个孩子带着的那一份。D1 是意义三律（创造律、自由律、幸福

律），是拉动三界的三股力。S1 只在三律的张力把三界重新纠缠时才会变，它变化留下的痕迹，就是认出图上的新线。三视角只在 S1 里找解，可解不在 S1 里，在 D1 和 E1 里。所以它只能调和。

王德生老师说，用 SDE 来「解决矛盾」，是让两个视角的矛盾冲突积累到冲破阈值，引发三视角死亡，然后进入混沌，自组织和涌现，产生新的三视角。放到班级里说：统一和多样的冲突不急着泄压，一直积累，积累到统一性撑不住——第 6 章会给出四个看得见的信号——旧的「同的方式」死掉，教室乱上一阵，乱里有孩子自发凑成小组，旧作品、读书角、友谊起了作用，最后长出一种新的「同」。这种新的「同」，本书叫「同一性谱系」。

这条链上，意义三律各管一段。我们目前这样读：创造律管积累，就是那股「大家非得把这道题一起解出来」的张力，它让冲突越攒越多；自由律管混沌，旧的同一被放开以后，差异一下子全冒出来；幸福律管涌现收场，一个孩子的自由在共同的创造里恰恰被用上、被认出，新的「同」就从这一刻开始结晶。第 12 章会把这条链放回一堂课里走一遍。

还有一点也要先说：「解决」不是一方吃掉另一方。新的同一性谱系长出来以后，旧的统一并没有消失，它被压薄了，留下最必需的那一层，成了底座：定义、符号、安全、诚信、不欺凌，照样人人一样，照样零容忍。消失的是「每一题必须按标准步骤」「每一本笔记必须一样」这类把整块化石都当成底座的做法。多样也没有赢，它不再是各干各的散开，而是被一张认出图连了起来。所以说统一和多样不必调和：它们本来就是同一条生命的两个时相，一个是死后压实的样子，一个是复活长枝的样子。

这里要说清两件事，免得误会。第一，死的是「同的方式」，不是班级，更不是孩子。第二，死亡不是可以拿来解释一切失败的说法；它要有看得见的界线，失败要有可观测的口径。第 7 章会写：死亡之后若干周内，班里没有发生第一次谱系事件，就判这一轮发生失败——不找别的借口。

那么三视角还有用吗？有用，而且一直有用。走到 SDE，不是把三视角扔掉，而是把它放回它该在的位置上。对比、变化、分布，仍然是读班级此刻样子最顺手的三样工具：哪个孩子这周突然不说话了，哪个小组的作业越来越像，争论在全班是怎样散开的，都要靠它们先看出来。只是看出来以后，不要急着用第三个角度把它抹平，而要问下一句：推动这件事的是哪股力？它缠着教室里的哪些东西？它是在攒向一个阈值，还是已经开始长出新的线？三视角负责看见，SDE 负责发生。一个只会看的老师，班级会在钟摆里来回；一个看完还知道等、知道守底座、知道在混沌里找第一条认出的线的老师，班级才有可能换一种活法。

所以王德生老师说：「班级管理的升维是：打造班级的同一性谱系。」升维不是把三视角用得更熟。调和是在旧框架里找一个让人舒服的位置；发生是让旧框架好好地死，让新的框架从孩子们彼此认出的那些线里长出来。

◆ 0.3　一个矛盾，六层名字

先看一件小事。

初二下学期，物理课讲浮力。课本上是一行字：浸在液体里的物体，受到向上的浮力，大小等于它排开的那部分液体所受的重力。一行字，干干净净，考试时套进去就能算。

可这一行字到了不同的孩子那里，长成了不同的样子。

赵磊家楼下是他爸爸常去的修车铺，他从小就帮着补自行车胎。补胎要先找漏气的地方：把内胎打上气，一截一截按进一盆水里，哪里冒泡，哪里就是漏眼。他说按内胎最费劲，「越往下按，它越往上顶你的手，按到全泡进去，就顶得最狠」。他从没听说过「排开液体的体积」，可他的手早就知道：泡进水里的部分越多，往上顶的力越大，全泡进去以后，再往深处按，顶的力也不再变大了。

林朵是期中从外省转来的。她老家在江边，小时候常坐渡船。她说船夫装货有个讲究：货一多，船身就往下沉，沉到船帮上画的那道线就不能再装了。「船吃水深了，就是它排开的水多了，水托着它。」她用的是家乡的说法，「吃水」，班里好几个孩子第一次听到这个词。

于是同一个浮力，在三班至少有三个样子：课本上的一行公式，赵磊手掌里那股往上顶的劲，林朵记忆里那条吃水线。第 8 章会回到这里，把「背得出、摸得着、认得出」三种知道仔细摆开，看赵磊和林朵怎样互相借、互相改。这里我们只想借它们说一件事：班级里的很多争吵，看上去是在吵别的，往下挖，挖到底都落在同一个地方。

许老师在班会上碰到过这样的争吵。一诺的妈妈在家长群里说：「初二是分水岭，应该统一管严，多刷题，把公式背熟。」赵磊的爸爸回了一句：「孩子开心就好，会用比会背强。」两个家长吵的是管严还是放松，往下挖一层，是在吵统一还是多样；再往下挖一层，是在吵「我们」还是「我」：是让孩子融进集体的步调，还是让他走自己的路；再往下挖，就落到了知识本身——到底哪一个才算「知道浮力」？是课本上那行全班都一样的字，还是赵磊手上那股只有他自己有的劲？

前者是「我们的知识」：公共的，统一的，人人一样，可以考，可以传。后者是「我的知识」：个人的，多样的，带着体温，说不全，考不出。两头都对，又顶在一起。这是全书的中心矛盾。

本书的意思是：这不是好几个矛盾，而是一个矛盾在不同层面上的不同名字。每一层都有两头，也都有一个把两头接起来的第三者。我们把它们排成一张表，全书只用这一张：

层次	两头	第三者
知识层（中心）	我们的知识 ↔ 我的知识	谱系性知识

层次	两头	第三者
现象层	统一性 ↔ 多样性	同一性谱系
主体层	我们 ↔ 我	类我（小组、声部）
意义律层	创造律 ↔ 自由律	幸福律（D1 的实现）
动力层	冲突 ↔ 秩序	跨谱再现：冲突生出新知识
时间层（总纲）	生 ↔ 死	换根：化石→活谱→薄底座的节律

逐层用大白话说一遍。

知识层是中心。「我们的知识」和「我的知识」不是大和小的关系，而是源和流的关系。课本上那行浮力公式，当初也是某个人、某一群人的「我的知识」，被一代代人接过去、改过、认过，最后压实成今天这一行字，来路被抹掉了。而赵磊手上的那股劲，如果被林朵接过去，和她的吃水线拼在一起，改出一个新的说法，又被赵磊认出来「这是我按内胎那个意思」，再写进班里的本子，它就成了一条「谱系性知识」：既不是单纯的公共知识，也不是单纯的个人知识，而是一条认得出来路的、正在长的知识。

现象层，统一性和多样性。四十八本一样的笔记是统一，自由日里各干各的是多样。第三者叫「同一性谱系」：不要求大家此刻一样，也不放任大家各自散开，而是让大家在一张彼此认出的网里连着。

主体层，「我们」和「我」。全班四十八人是「我们」，每个孩子是「我」。中间还有一层，本书叫「类我」：两三个、四五个孩子，彼此把对方的做法改写进了自己的解法。注意，分工拼好的小组不算类我；必须是至少两人的不同做法被对方改写进去了，才算。合唱里的声部是个好比方：一个声部里的几个人，各人嗓子不一样，可唱着唱着，彼此的气口、咬字互相学过去，改成了这个声部自己的唱法，离开了这几个人就唱不出来。这不是「一个人唱高音、一个人唱低音」的分工，而是彼此改写出来的「我们几个」。

意义律层，创造律和自由律。创造律要大家聚焦同一个问题，把力气拧进同一个解；自由律要各走各的路。两股力天然顶着。幸福律是第三者：一个人的自由，在共同的创造里恰恰被用上了。这三律合起来，就是 D1 在教室里的实现。第 12 章会细讲。

动力层，冲突和秩序。冲突来了，老师的本能是恢复秩序。第三者是「跨谱再现」：不靠老师给一个标准答案压住冲突，而是在冲突里当场生出一条新知识，来路可读，双方都认得。第 14、15 章那道 36 与 38 的应用题就是例子。家里也一样：兄弟俩为了周末谁用电脑吵架，父母最省事的办法是定一张时间表，一人两小时。秩序恢复了，可兄弟俩什么也没多知道。另一种办法是让他们把各自要用电脑干什么摊开，结果发现一个要查资料，一个要剪视频，查资料的那个其实可以先用手机，剪视频的那个顺手教会了哥哥怎样给作业配图。冲突没被压下去，而是生出了一样两人都认得、谁也离不开谁的新办法。

时间层是总纲。往时间里看，统一和多样根本不是两种可以挑来挑去的「风格」，而是一条生命的两个时相。统一，是上一轮谱系死后压实的化石；多样，是化石被复活、重新长枝的样子。一轮谱系长到饱和，就该死，死后压实成下一轮最薄的底座，再从上一轮最意外的一枝里选出新的根。这一生一死一换根，就是班级的节律。

「化石」这个说法，在家里也找得到。很多人家过年打扑克，都有几条「我们家的规矩」：比如最小的那个先出牌，比如每局可以悔一次牌。来串门的亲戚一上桌就被告知「我们家一直这么打」。问这规矩是谁定的，多半没人说得清了。可往回追，它当初一定是某个人的「我的知识」，而且是为了解一个具体的对不上：也许是那年爷爷看小孙子刚认得牌、老是被大人一圈打下来，就定了「小的先出」，好让他也能上桌；后来二叔又嫌孩子输了就哭，加了一条「能悔一次」。定规矩的人和守规矩的人，当年都知道这一条是谁、为了什么加的。十几年下来，这些名字和缘由都被压掉了，只剩「一直这么打」。这就是化石：一

轮又一轮认出与回流压实以后的样子，来路被抹掉了，结论留下来了。化石很好用，照着打，谁也不吵；可如果全家只会照着打，再也没人问一句「当初为什么」，这条规矩也就停在那里了。哪一年有个孩子说「悔牌没意思，不如改成每局可以问一次旁边的人」，爷爷听了一愣，说「这还是我当年那个意思，让小的也能上桌，你换了个法子」，这条规矩才又活了一次：当初那个对不上被重新打开了，桌上也多了一条原来没有的打法。

有了这张表，你回头看许老师那个开学收、期中放、期末又收的钟摆，就会看出它为什么永远摆不出去：她每一次都在现象层上调和——收一点，放一点——却从来没往下碰到知识层，也没往时间层里看。钟摆不是她的错，是她手里只有一把横着量的尺子。

◆ 0.4　判词与三件不做

现在可以把全书的判词完整地写出来了。这段话全书一字不改：

> **班级之美是双向认出的谱系闭环——一个孩子的知识在别人那里变了形，原主认得出它变在哪里，借用者说得出它从哪里来，变形后的东西回流进全班底座。美在闭环合上的一刻发生。所谓生死节律，只是这个闭环在时间里的展开：闭环一次次合上，认出图越长越密；密到新枝越来越像，就是饱和，这一轮压实成下一轮最薄的底座；课本里的公共知识，就是从前某一轮闭环压实后的化石。**

这段话里有几个词要先说准。

「双向认出」：原主能指出借用者改动了哪一处，借用者能指出原形在哪里。两个「指出」都成立才算。只有原主说「这是我的」，或者只有借用者说「我是跟他学的」，都不算。前言里杜可和邱田那一幕，杜可说出了「你这么一

延长，我原来那一步就不要了」，邱田说出了「我这条线是从杜可那里学的」，两个指出都成立了。

「认出」不是承认，也不是复述确认。承认对的是人——「你很棒」「你的想法很有价值」；认出对的是一枝知识怎样变了形。老师问「你是这个意思吗」，是复述确认，求的是原意保真；认出求的恰恰相反，是变形之后仍然读得出来。

拿日常的事比一比就清楚了。你把一件旧毛衣送给表妹，过了半年，她把它拆了，织成一顶帽子和一副手套。你去她家，一眼看见那顶帽子，说「这是我那件毛衣的线，领口那段灰色你织到帽檐上了」；她说「对，就是你那件，我加了一圈白的」。这才叫认出。如果你只是夸她「手真巧」，那是承认；如果她只是问你「这样织你不介意吧」，那是确认。认出要落在东西上，落在「哪一处变了」上。

「闭环」：在场、有差、双向认得、回流，四关都过，才合上一次。别人的知识在我这里出现了，是在场；被我改写了，是有差；原主认出、我标出来源，是双向认得；写进了全班共有的本子——班里的定理册、词典——让全班都认得它，是回流。少一关，都不算。这里的「全班一样」，是全班都认得这枝新东西，不是人人都得照着用；要等这一轮长到饱和、合谱的时候，它才压实成下一轮的底座。底座本身在一轮之内不动。

「生死节律」从属于闭环。它不是另一个并列的说法，只是闭环在时间里展开的样子。

判词背后还有两条要一起记住的说法。

一条是本书的反常识律，叫「变形收受律」：知识原样被接过去，等于没有被收下。这条听上去有点怪，我们平常不正是要孩子把知识原原本本接过去吗？可你想一想就明白：一诺把林朵的算法原样背下来，考试照样能用，可那只是把林朵的东西搬到了自己的本子上，它在一诺那里没有长；哪一天一诺把林朵算法

里的乘法改成了减法，林朵一看就认出来「这是我的那一步，你给改了」，这枝知识才算真正落进了一诺手里。礼物恰恰相反。法国人类学家莫斯研究过礼物，大意是：礼物的印记附着在物上，回礼虽然是另一件东西，送礼人的那份「灵」却随着东西一路走。班级里的知识要变了形再回流，印记不在形上，在双向认出里。第 11、13、20、21 章都会用到这条律。

另一条是：同一性不是成员资格。一个班四十八个人，人人都是成员，人人都在一个群里，人人都佩戴同一个班徽，可是如果谁也没从谁那里接过一枝知识，或者只是几个小圈子里互相认、圈子之间谁也不认谁，这张认出图就断成了几块。断成几块的班，在本书看来就不算「同」。「同」到底有多同，看认出图连得通不通——这件事甚至可以直接算出来。「同」第一次有了一个可以计算的意思。

判词写完，我们还要立下三件不做。这三件不做，是这本书给自己划的边，也是给读者的承诺。

第一，不贬低公共知识。 把公共知识叫作「化石」，不是说它死板没用。化石是一轮谱系死后压实下来的东西，它承载着前人无数次的认出与回流，正因为它压实了，才能被大规模地传下去。本书反对的不是公共知识，而是把整块化石都当成底座、一个字都不许动的做法。底座要守，而且零容忍；根要放开，让它复活。一个连勾股定理都没学会的孩子，谈不上「我的知识」。

第二，不鼓吹各学各的。 本书不是在说「尊重每个孩子的个性，让他们自由发展」就够了。隔壁班的自由日，每个人都在做自己喜欢的事，可没有接力，没有一枝知识从一个孩子流到另一个孩子手里，这在本书看来同样不美。多样只有在彼此认出、汇回底座时才是谱系；散开的多样，只是另一种不在场。

第三，不把冲突和混沌浪漫化。 本书确实说冲突是燃料、死亡是复活的前提，但不是说乱就是好、吵就是美。冲突要被化成新知识，否则只是消耗；混沌要在一定的时间里出现第一次谱系事件，否则就是这一轮失败，不找借口。欺

凌、羞辱、造假、抄袭，属于底座，什么时候都零容忍，不能拿「混沌」当理由放过。

这三件不做，你在后面每一章都可以拿来查我们。

还要补一句：判词说的是「美在闭环合上的一刻发生」，没有说一个班要时时刻刻都美。一个班大部分的时间，是在守底座、练基本功、把化石先接住——这些时间不美，但必需。没有接住化石的孩子，拿不出东西让别人借；没有底座的班，借了也说不清借的是什么。美是一下一下合上的，一周合上几次，一学期合上几十次，认出图就慢慢长密了。所以不要拿这本书去要求每一节课都「发生」，那会把认出变成表演。只要问：这一周，有没有合上过一次？

许老师最后交上去的「班级风采」，还是那三张照片。只是她在那页纸的背面，用铅笔加了一行小字：「十一月，几何课，杜可的辅助线，邱田延长，杜可认出，已记入班里的本子。」那页纸后来有没有人翻到背面，她不知道。她自己是从那一天起，开始在黑板右下角留一小块地方的。

◆ 0.5　全书地图与怎样算错

最后，把全书的地图摊开，再说说这本书怎样才算错。

第一编，三种不在场的美与调和的极限（第 1–4 章）。　这一编是「破」。先看秩序之美：许老师要求七点二十全班齐读，一个月后变成整齐的声浪，统一托住了弱孩子，可期中查笔记，四十八本几乎一字不差。再看活动之美和氛围之美：热闹之后、融洽之后，班长陈一诺会复述却说不出「你自己怎么想」，刺头赵磊什么都反对——两种假乖，一个挤进公共知识的中心，一个跳到反向的中心。然后讲三视角为什么只能调和，最后指出统一派和散开派共用一个预设：知识是现成的，一个当它在课本里等着装，一个当它在孩子心里等着挖。

第二编，统一性之死（第 5–7 章）。　这一编讲公共知识是化石：勾股定理曾经是一场争论，课本里的每一行都曾是谁的「我的知识」。化石有两种用法，

背化石和复活化石；化石有两个部分，底座和根。然后讲统一性在什么时候撑不住，给出阈值的四个可观测信号；再讲死亡与混沌，死的是「同的方式」，不是班级。

第三编，谱系性知识（第 8–13 章）。 这是全书的本体。三种「同」：此刻相似、同出一源、双向认出；三层谱系：全班的知识、类我的知识、我的知识；最薄的底座：班规三十二条删到四条；一堂课的谱系发生：赵磊组的齿轮旋转法和苏小禾组的画图对称法互相改写，写进《班级定理册》，叫「赵苏旋转对称法」；意义三律落成三个读数；最后是谱系事件——美的计数单位，以及本书和知识建构、学习共同体、署名式课堂等已有理论的分界。

第四编，冲突是燃料（第 14–16 章）。 一诺算出 36，林朵按家乡算法算出 38，全班分成两派。对不上，正是复活化石的开关。化冲突不靠老师裁定，不靠「两种都对」，不靠轮流，而是拆开、筛出、重做、认出。这一编还会回到前言里那面流动红旗，揭开「八周零扣分」的真相。

第五编，谱系之美的现场（第 17–21 章）。 课桌、四十五分钟、课程、考试、评估，每一样原本都是维持统一的装置。每一章都走同一个结构：统一的装置保住了什么底座，化石部分怎样复活，一次谱系事件怎样在这里发生。桥题要求借用并回应一位同学的作品，注明借了谁；三本账让被记的人有权改账法。

第六编，起音的人（第 22–25 章）。 许老师外出三天，数学小组自己把难题做出来了。老师不当指挥——常设、独占、不可被校对的答案位——而当起音的人：拿出一块化石，说出它当初的对不上，退到旁边。师德之美是价值形成的谱系发生。同一性知识谱系发生智能体做五件事：守根、分枝、搭桥、记谱、提示换根。最后讲大数据 AI：化石免费以后，班级只剩谱系发生。

第七编，一年的谱系与换根（第 26–28 章）。 按一个学年走一轮完整的生死：开学选根，长出第一批类我和《班级词典》的第一页；一个孩子一条谱系，

刺头、沉默者、转学生和家长各有各的枝；学年末谱系饱和，用合谱仪式让它好好地死，再立新根。

第八编，读数与可错（第 29–30 章）。 四个读数，不同学段，不同学科；然后是本书怎样算错。

八编之间不是平铺的。第一编问「为什么现在的美不够」，第二编问「旧的同怎样死」，第三编回答「新的同是什么」，第四编讲「它靠什么烧起来」，第五、六编讲「在哪里烧、谁来点火」，第七编把这一切放进一个学年的时间里，第八编交出检验的办法。你可以把它想成一棵树自己的一年：先看清旧枝为什么不再结果，再看它怎样落叶，然后看新芽是什么、靠什么养分长、长在哪几根枝上，最后看一整年的年轮，以及怎样知道这棵树是不是真的长了。读到任何一章觉得迷路，回到 0.3 那张六层名字的表，看看这一章在哪一层上说话，大多就能找回来。

怎样算错，我们想多说几句。一本讲教育的书，最容易写成谁都驳不倒的样子：说得足够笼统，什么班都能套进去，什么结果都能解释。本书不想这样。第 30 章会列出八条可错预言，这里先说个大意：

一，设立了类我和定理册的班，一学年后谱系事件率和指认率如果都不高于对照班，第三编就错了。二，长期零分歧的班，谱系事件率如果不低于中等分歧的班，第四编就错了。三，不经阈值与死亡、靠一点点调和改变的班，谱系事件率如果和经过阈值的班一样高，第二编「死亡是复活的前提」就错了。四，只做单向署名、或只看想法有没有改进、不要求原主认出的班，如果互读率和留恋感不低于做双向认得的班，第 12、13 章就错了。五，老师离开一周，谱系化的班小组自主解题数如果下降得不比统一的班少，第 22 章就错了。六，不用发生智能体、全靠人力的四十八人大班，谱系可读度如果和用智能体的一样高，第 25 章就错了。七，想法接续很密、认出图却断成几块的班，同班感和留恋感如果不低于认出图连通的班，或者原样接过的知识和变形接过的一样扎实，第 8 章的

「认谱同一性」和变形收受律就错了。八，班里裂成几个互不往来的小圈子之前，认出图的连通程度应该先掉下来，而且比老师的感觉来得早；如果小圈子已经成形，回头一查，连通度在这之前并没有往下走，第 24 章的谱系计算和小圈子预警就错了。

这八条预言要靠读数来查，所以这里再重复一遍那条禁令：读数只给班级自己看，不进考核，不给学校排名用。一个班查出自己的谱系事件率低，那是给这个班的老师和孩子看的一面镜子，不是给谁打分的依据。读数一旦和奖惩挂钩，孩子们就会去凑「认出」，老师就会去造「回流」，查出来的数字再好看也没有意义，这本书的可错预言也就失去了被检验的可能。

除了这八条，每一章末尾的「小账」第二行，都写着这一章自己在什么局面下算错。你在自己的班里试，试出了反例，那就是这本书最好的读者。第 30 章最后还会写，本书自己也是一轮谱系，也会饱和，也会死；我们会写明它的饱和判据。

带走的话

- **秩序、活动、氛围三种美都有价值，但都可能在没有一样新知识发生的时候照样成立。**
- **三视角通过第三个视角的改变来调和矛盾，但是不能解决矛盾；解不在看得见的样子里，在推动它的力和它所缠着的那张网里。**
- **班里吵不完的统一与多样、我们与我、冲突与秩序，往下挖都落在「我们的知识」和「我的知识」上；往时间里看，是一条生命的生与死。**
- **班级之美是双向认出的谱系闭环，美在闭环合上的一刻发生。**
- **创造一旦认不出来路，就只是热闹。**

小　账

第一行：班级之美不是秩序、活动或氛围，而是双向认出的谱系闭环；统一与多样是同一条谱系生命的两个时相，不必调和。

第二行：如果在大量班级里，秩序、活动、氛围都好的班，与经常发生双向认出闭环的班，在知识结晶和同班感上看不出差别，本书的出发点就错了。

明天可以试的一件小事

明天课上，当一个孩子用了别人的办法时，停下来问两句：问用的人「你是从谁那里接来的，改了哪一步」，再问原主「你看看，他改在哪里了」。两句都答出来，就在黑板角落记一笔。

◆



第　一　编

三种不在场的美与调和的极限

导　语

说起一个班美不美，大家心里通常有三幅画。一幅是整齐：早读声浪齐、地面干净、流动红旗挂在门口。一幅是热闹：活动多、照片多、孩子笑得多。一幅是融洽：没人吵架，老师说一句「大家多包容一点」，事情就过去了。

这三幅画都不假，也都值得珍惜。这一编要问的只有一件事：在这三幅画里，有没有一样新的知识在班里长出来？有没有一个孩子的想法到了别人那里变了样，原主还认得出它，借的人还说得出它从哪里来？

第 1 章看整齐，第 2 章看热闹与融洽。第 3 章看我们最常用的补救办法——换个角度、调和一下——为什么缓得下矛盾，却解决不了矛盾。第 4 章往下挖一层：吵得最凶的两派老师，其实站在同一块地上。

读完这一编，你会发现三种美都在，只有一种美不在场。本书要找的，就是那一种。

01

第 1 章

秩序之美：整齐的班级里，知识在发生吗

以下是我们构想的场景。书里这个班、这些人，都是设想出来的，但你在任何一所县城中学都能遇到他们。

九月的第二周，早上七点十八分。初二（3）班的许老师站在教室后门。这是她带班的第八年，她教数学。

上周的早读还是乱的。前排在读，后排在翻书找页码，有人读课文，有人背单词，还有人趴着补觉。许老师在班会上只说了一条新规矩：七点二十分，全班齐读，读同一篇，读同一个速度，课代表起头。

今天是第六天。课代表站起来，说了一声「《三峡》，预备——」，四十八个声音一起出来了。还不算整齐，有人抢半拍，有人拖半拍，但已经能听出是一篇文章，不是一锅粥。

一个月后，到了十月中旬，这声音变了。它不再是四十八个人在读，而是一道声浪，从教室前面推到后面，再从窗户涌出去。路过的年级主任停下来听了一会儿，回办公室说：「三班的早读，是全年级最好的。」

许老师心里是高兴的。可有一天早上，她站在后门，忽然想听听坐在第三排的苏小禾在读什么。她听了半分钟，听不出来。不是苏小禾没读，是整道声浪里，听不出任何一个人。

这一章的问题

一个整齐的班级里，统一给了孩子们很多好东西；但在这份整齐里，有没有一条知识，是在这个班里新长出来的？

◆ 1.1　早读的八分钟

先替统一说几句公道话。说得少了，后面的话就不公道。

七点二十到七点二十八，八分钟。这八分钟的齐读，至少给了孩子们三样东西。

第一样是安全感。乱的早读里，每个孩子都要自己决定：读什么、读多大声、读到哪里停。会安排的孩子还好，不会安排的孩子，八分钟就在犹豫里过去了。齐读把这些决定都替他做了。他只需要跟上。一个十三四岁的孩子，早上七点多刚进教室，头还是昏的，有一件确定的事可以跟，心是定的。

第二样是可预期。家长知道孩子七点二十在干什么，科任老师知道第一节课前孩子已经把课文过了一遍，孩子自己也知道：今天读《三峡》，明天读《答谢中书书》，后天轮到英语。一个班里，大家对接下来会发生什么心里有数，这本身就省掉了大量的摩擦。规矩的好处，很多时候就在于大家不用每天重新商量一遍。

第三样，也是最容易被看轻的一样：弱孩子被托住了。

班里有个读书很慢的男生，坐在后排靠窗。一个人读的时候，他每读一句都要停下来认字，读不了几行就放弃，低头去抠桌角。齐读以后，他被声浪带着走。有些字他还不认得，可前后左右的人都在读，他的嘴跟着动，耳朵跟着听，一个月下来，《三峡》前两段他居然能背了。他自己都不太相信。

这就是统一最了不起的地方：它不挑人。成绩好的孩子在里面不吃亏，成绩差的孩子在里面不掉队。它像一艘大船，四十八个人一起上，会游泳的、不会游泳的，都能到对岸。

再说效率。一个老师管四十八个孩子，如果每个孩子的早读都要单独安排，许老师就是有三头六臂也安排不过来。齐读一条规矩，管住了四十八个人的八分钟。往大里说，一所学校几千个孩子，一个县几万个孩子，能在同一个早上读同样的课文，靠的都是这种「一条规矩管住很多人」的办法。

还有一样东西，平时很少有人说起：齐读给了这个班一个「我们」。

九月刚开学的时候，四十八个孩子来自不同的小学，有的互相认识，有的谁也不认识。早读乱的那一周，教室里是四十八个各管各的人。齐读一个月以后，走廊上别的班的孩子会说「三班的早读真响」，三班的孩子听了，脸上是有光的。他们第一次有了一件「我们班」一起做成的事。这种感觉不是空的，一个十三四岁的孩子很需要它：我属于一个地方，这个地方有它的样子，我是这个样子的一部分。

许老师自己也被托住了。带班第八年，她见过太多开学第一个月就失控的班：早读没人读，作业收不齐，上课要先花十分钟压纪律。一个老师在那样的班里，再好的课也讲不出来。早读整齐了，后面的事情就都顺了：第一节课铃一响，孩子们已经坐定，书已经翻开，她可以直接讲。整齐替她省下的时间，她都用在了讲课上。

所以，统一不只是一条规矩，它是一整套让班级运转起来的节拍。像乐队里的鼓，鼓点一稳，别的乐器才敢进来。

所以，我们不打算在这本书里嘲笑整齐。一个班能做到早读整齐，背后是老师一天一天守出来的。很多乱哄哄的班，连这一步都没走到。孩子在那样的班里，连安全感都没有，更别提别的。

可是，回到后门那半分钟。

许老师想听苏小禾的声音，听不到。她又想听那个后排男生的声音，也听不到。她想听班长陈一诺的声音——一诺读得最准、最响，平时一听就能认出来——这一回也听不出来了。声浪越整齐，里面的每个人越听不见。

这不是什么坏事，齐读本来就是要让每个人融进去。可这件小事提示了一个问题：统一的好处，恰恰来自把每个人的差别抹平。它托住弱孩子的方式，是让他「跟上」；它保护强孩子的方式，也是让他「跟上」。在这艘大船上，每个人都在同一个甲板上，往同一个方向，用同一个速度。

那么，这艘船上有没有人在造新的东西？

早读的八分钟里，答案很清楚：没有，也不需要有。《三峡》是一千多年前写好的，孩子们要做的是把它读熟、读顺、读进心里。这里没有一个字是孩子自己的。这也完全应该——一篇古文，先读熟，是一切后来的事情的前提。

问题在于，许老师的班，不止早读是这样。

上课是这样：老师讲，孩子听，例题一种解法，作业一种格式。考试是这样：一张卷子，一个标准答案，一个分数。班规是这样：三十多条，每条都对，每条都写着「全班一律」。连班会也是这样：主题是政教处统一发的，发言稿是班干部写好的，结尾是统一的掌声。

整个班，就是一场放大了的早读。

这不是许老师偏爱控制。是因为统一在早读上太管用了，管用的东西会自己往外长。早读齐了，她自然想：作业格式也齐一齐吧，收起来好批；解题步骤也齐一齐吧，考试不丢步骤分；座位也按身高排齐吧，看起来清爽。每一步都有道理，每一步都换来了一点看得见的好处：作业好批了，步骤分不丢了，检查的人

来了一看就满意。没有哪一步是错的。错的只是一种不知不觉的推论：既然统一在这里管用，那就在哪里都该管用。

我们把这种状态叫作「秩序之美」。它是真的美：干净、可靠、让人放心。门口的流动红旗，就是这种美的奖状。前言里说过，这个班有一学期连拿了八周红旗；那八周里到底发生了什么，第 16 章会细算。这里只先记下一个疑问：一个班能整齐到听不出任何一个人的声音，那么在这个班里，有没有哪一条知识，是从某一个孩子那里长出来、又被别人接过去的？

◆ 1.2　统一是现代班级的出厂设置

要回答这个疑问，得先明白统一是从哪里来的。它不是许老师发明的，也不是哪个校长发明的。它是现代班级的出厂设置。

买一部新手机，开机就能用。打电话、拍照、上网，什么都不用调。这就是出厂设置。出厂设置的好处，是不管谁买、在哪里买，拿到手都能用；它的局限，是它不知道你住在哪里、你每天要干什么。

现代班级也有一套出厂设置：一个老师对着一群年龄相近的孩子，按统一的课表，讲统一的课本，考统一的卷子。

这套设置我们太熟悉了，熟悉到以为班级天生就是这个样子。其实不是。在它出现以前，读书多半是一对一或一对几：私塾里，先生给这个孩子讲《三字经》，给那个孩子讲《论语》，各人进度各不相同；有钱人家请先生到家里教；手艺则跟着师傅学，一个师傅带两三个徒弟。读书是少数人的事。一个先生一辈子能教出的学生，屈指可数。

后来，大约在几百年前，欧洲的教育家想出了一个办法（把它系统写成书的，通常认为是十七世纪的捷克教育家夸美纽斯）：把年龄相近、程度相近的孩子编成一个班，一个老师在同一时间对全班讲同样的内容，按年级往上升。这就

是后来人们说的「班级授课制」。我们今天熟悉的学年、学期、课时、年级，都是从这个办法慢慢长出来的。这项发明的来龙去脉，教育史书里写得很细，这里只说大意。

这个办法的力量，在于它让知识第一次可以大规模地传给每一个孩子。

想一想县城中学的初二（3）班。四十八个孩子，家庭各不相同。一诺的妈妈是会计，每天盯着她刷题；赵磊的爸爸是电工，整天在外面接活儿；还有的孩子父母都在外地打工，跟着爷爷奶奶过。如果没有班级授课制，这些孩子里能读完初中的，恐怕没有几个；能学到勾股定理、牛顿定律、《三峡》的，就更少。

班级授课制把这些都变成了「每个孩子都该学到」的东西。它背后是一个朴素而了不起的念头：人类积累下来的公共知识，不应该只属于少数人。

统一课表保证了每个孩子每周都有那么多节数学课，不会因为老师偏心而少上几节。统一课本保证了县城孩子和省城孩子读的是同一个勾股定理，不会因为地方偏远而学到一个打了折扣的版本。统一考试则给了所有孩子一把同样的尺子，一个家里没有门路的孩子，也能凭分数走出去。

这些，一诺的妈妈全都明白。她在家长会上说得最多的一句话，大意是：「学校就该统一管严，题就该多刷，别搞那些花里胡哨的。」很多老师听了会皱眉。可如果站在她的位置上想一想：她自己当年就是凭一张统一的卷子考出来的，她知道这把尺子对普通人家意味着什么。她要的统一，是一份公平，也是一份踏实。

还要替统一考试多说一句。一把同样的尺子，最大的好处是它不认人。它不管你爸爸是谁、你家住在县城还是村里、你跟老师熟不熟，它只看卷面。对于一个没有门路的家庭，这几乎是唯一靠得住的公平。很多人批评统一考试死板，这些批评常常有道理；可要拿掉这把尺子，就得先回答：拿什么来替它保住这份不认人的公平？在这个问题没有好答案以前，统一考试会一直是班级的出厂设置里

最硬的那一块。本书第 20 章谈考试，也不打算绕开它，只想看看在这把尺子旁边还能多长出点什么。

所以，统一不是谁一时糊涂想出来的坏主意。它是现代教育最重要的地基之一。没有它，就没有后来的一切。

但出厂设置有出厂设置的本分。它管的是「能用」，不管「长出新东西」。

统一课本里装的，是人类已经知道了的东西。勾股定理、浮力公式、《三峡》，这些都是从前某些人、某些时代、某些争论里长出来的，后来被整理好、压实了，写进了课本。我们在这本书里会把这样的公共知识叫作「化石」。这不是贬义。化石是宝贵的：它记录着一条生命曾经怎样活过。只是化石有一个特点——它的形状保存得很好，可它当初是怎样长出来的那段来路，被抹掉了。

打个比方。博物馆里有一块鱼的化石，鳞片、鳍、骨头，一根不少。你看得出它是一条鱼，甚至看得出它是哪一种鱼。可你看不出它当年在哪片水里游，为什么长成这个样子，它的鳍是为了躲开什么、追上什么才变成这样的。勾股定理也是一样：课本上一行公式，三个字母，一个等号，干干净净。它当初是为了量什么、算什么、解决什么对不上的麻烦才被想出来的，课本里不写，考试也不考。第 5 章会专门把这块化石的来路翻出来。

统一的出厂设置，最擅长的就是传递化石。它把化石切成一课一课，排进课表，再用考试检查每个孩子是不是都拿到了。在这件事上，它几乎做到了极致。

可是，一部手机用了几年，里面装满的照片、聊天记录、常用的软件，都不是出厂时带的。那些才是你自己的生活。一个班级用了一年，里面有没有什么，是出厂时没有带、在这个班里自己长出来的？

许老师从前没想过这个问题。她觉得，能把课本里的东西完整地交到每个孩子手里，就已经很不容易了。她说得对。只是这句话里，藏着一个没被说出来的假定：班级的全部工作，就是传递。

出厂设置不光设定了孩子，也设定了老师。在这套设置里，老师的位置很清楚：她是标准答案的持有者。课本给她答案，教参给她步骤，她把答案和步骤原样交给孩子，再用考试收回来，看收回来的和交出去的一样不一样。一样，就是教好了；不一样，就是哪里出了错。许老师当了八年这样的老师，当得很称职。这套设置里，孩子手里有什么、能带来什么，几乎不被算进去——出厂设置默认每个孩子进门时是一张白纸，等着被写上同样的字。

可孩子从来不是白纸。赵磊会修自行车，懂齿轮怎么咬；苏小禾想问题时先画图；马骁腿受过伤跑不了步，却最会记分、看比赛的门道。这些东西，出厂设置里没有它们的格子。它们不在课表里，不在卷子上，也不在笔记的检查标准里。它们不是被反对，而是根本没被看见。

这个假定，后面整本书都要重新掂量。这里只先说一句：传递是班级的地基，不是班级的全部。地基要打得结实，第 10 章会专门讲，哪一层知识必须全班一样、一点都不能松——我们把它叫作「底座」。定义、符号、安全、诚信、不欺凌，这些就是底座。底座本来就该统一，而且应该零容忍。

统一的麻烦，从来不在于有底座。它的麻烦在于，它把整个出厂设置都当成了底座——不光定义要一样，解法也要一样；不光安全要一样，坐姿、笔记格式、作文开头也要一样。于是，出厂时带来的东西，成了这个班唯一的东西。

◆ 1.3　四十八份同样的笔记

十一月初，期中考试刚过，学校例行检查笔记。许老师把四十八本数学笔记抱回办公室，一本一本翻。

翻到第十本，她停了一下。翻到第二十本，她又停了一下。翻完四十八本，她坐在那里很久没动。

四十八本笔记，几乎一字不差。

同一个标题，同一个例题，同一种解法，同一句「注意」。连她在黑板上画的那个辅助线的位置，大家都画在同一个地方。最让她吃惊的是第三章的一处：那天她板书时手一滑，把一个「≥」写成了「>」，第二天上课就改过来了。可是四十八本笔记里，有四十一本照抄了那个错的符号，到期中都没有人改。

这说明什么？说明这四十一个孩子在抄的时候，眼睛看着黑板，手跟着动，脑子并没有在想这一步为什么是这样。符号对不对，他们没有停下来问；黑板上写什么，本子上就是什么。

许老师的第一反应是生气：上课到底有没有在听？可她很快冷静下来。怪孩子不公平。学校检查笔记，看的是什么？看全不全、齐不齐、字迹工不工整。一本笔记抄得一字不差，就是满分；一本笔记上有自己的涂改、自己的小图、自己打的问号，反而要被扣「不整洁」。孩子们一点都不笨，他们早就摸清了：笔记是用来交的，不是用来想的。把黑板原样搬到本子上，是最安全的做法。

换句话说，那四十一个错符号，不是哪个孩子不认真，是整套办法在奖励照抄。统一的检查，量的是「一样不一样」；一样，就过关。至于孩子在抄的那一刻有没有动过脑子，这把尺子量不到，也不打算量。

剩下七本，有几本是缺课的孩子后来借别人的补抄的，借的恰好是改过的版本。一诺的那本是改对了的——她第二天听到许老师更正，马上就改了，红笔，工工整整。一诺的笔记是全班最好的：完整、清楚、一个字不漏。可是许老师顺手问过她一次「这一步你自己是怎么想的」，她愣了一下，把笔记上的那句话原样念了一遍。

还有两本笔记，许老师多看了几眼。

一本是苏小禾的。她的笔记很整齐，可有几页的边上，看得出原来画过东西，后来被橡皮擦掉了，纸都擦毛了。许老师对着光看，依稀是一些小图：几个三角形叠在一起，箭头指来指去。也许是她听课时自己在想；也许是她在用图把

老师讲的东西重新摆一遍。检查笔记前，她把这些都擦了。为什么擦？大概是怕被说「不整齐」。

另一本是赵磊的。他的笔记一大半是空的，只有每章开头抄了个标题。但在第五章那页的空白处，画着两个咬在一起的齿轮，旁边写了几个数字，像是在算什么。许老师那天没多想，只在本子上批了「笔记不全」。这两个齿轮后来派上了大用场——那是第 11 章的事。

还有一件小事。期中前后，班上转来了一个外省的女生，叫林朵。她的笔记只记了一周，用的写法和大家不太一样，有一处步骤是她家乡老师教的顺序。这件事在当时谁都没在意，要到第 14 章才显出分量。

把这四十八本笔记摊在桌上，可以看到统一做成了什么、做不成什么。

我们把它列成一张表。这是本章唯一的一张表。

统一做到了	统一做不到
每个孩子手里都有一份完整的「我们的知识」	哪一份笔记里都找不到一条「我的知识」
公共知识没有打折扣地到达了后排	到达的方式是照抄，连错的符号也一起照抄
老师讲过的，本子上全有	本子上全是老师讲过的
弱孩子被托住了	强孩子也只是托得更稳，没有长出别的
检查时一眼就能看出谁没抄	有人自己想过的痕迹，在检查前被擦掉了

这张表的左边，是秩序之美的全部功劳；右边，是它的全部盲区。

我们想用最白的话把右边说清楚。

「我们的知识」，指的是课本里、黑板上、全班都该有的那一份。「我的知识」，指的是一个孩子在学这些东西时，自己长出来的那一份：一种别人没想到的画法，一个从家里带来的经验，一种不太标准但能走通的思路。它不一定比课本好，常常还很笨拙，可它是这个孩子自己的，带着他的来路。

统一能把「我们的知识」复制四十八份，复制得很准，可它长不出一条「我的知识」。不光长不出，它还会把已经冒头的「我的知识」擦掉——就像苏小禾边上的那些小图，就像赵磊那两个被批了「笔记不全」的齿轮。

有人会说：孩子先把「我们的知识」学会，再去长「我的知识」也不迟。这话一半对。底座确实要先打牢，这一点第 10 章会说得比谁都严。可另一半不对：长「我的知识」不是学完以后才开始的事，它就发生在学的过程里。一个孩子学勾股定理的那一周，正是他会不会在边上画一个自己的图的那一周。那一周被擦掉了，就过去了。

还有一层更深的问题。

假设苏小禾没有擦掉她的图，假设许老师在课上把她的图拿出来给大家看，假设坐她后面的同学看了以后，在自己的本子上照着画了一遍——这算不算苏小禾的知识被别人收下了？

我们的回答是：还不算。这个同学只是照抄了苏小禾，就像四十一个人照抄了黑板上那个错符号。原样接过去，等于没有收下。要等到他在苏小禾的图上改了一处——比如把她的三角形换了个摆法，用到了另一道题上——而且苏小禾看到时认得出「这是我的图，可他把这里改了」，他自己也说得出「我是从苏小禾那里学来的」，那一刻，才算有一枝知识真的从一个孩子那里长到了另一个孩子那里。

这件事在后面会有一个正式的名字，叫「双向认得」：原主认得出自己的一枝在别人那里长着，借用者说得出它从哪里来。两边都做到，才算。这一枝变了形的知识再被写进全班共有的东西里，比如一本班级自己的定理册，让全班都认得它，这一圈就合上了。本书说的班级之美，就发生在这样一个闭环合上的时刻。

现在回到那四十八本笔记。

在一个四十八本笔记一字不差的班里，这种时刻有可能发生吗？

几乎不可能。不是因为孩子不够聪明，而是因为没有东西可以被认出。每个人本子上的东西都一样，都是从同一块黑板上来的。你翻开任何两本，看不出谁借了谁，也看不出谁改了谁。如果我们把全班「谁认出了谁、谁借了谁」画成一张连线图，这张图上一根线也画不出来。四十八个点，四十八个都连在黑板上，彼此之间却是空的。

这就是秩序之美的边界。它让全班「一样」，一样到极致。可「一样」不等于「同」。四十八个人笔记一样，是因为他们都抄了同一块黑板，不是因为他们之间有什么连着。

说到「同」，我们平时至少有两种理解。一种是此刻长得像：大家穿一样的校服、写一样的笔记、给一样的答案，看上去就是一个整体。另一种是出自同一个来源：大家都是许老师教的，都学的同一本课本，所以算一伙。这两种「同」，秩序之美都做得很好。可第 8 章会讲到第三种「同」，本书叫它「认谱同一性」：一个孩子的一枝知识长到了别人那里，变了样，两头的人都认得它。这种「同」不看此刻像不像，也不看是不是同一个来源，它看的是孩子与孩子之间，有没有一根根亲口认过的线连着。一个班有多「同」，最终要看这些线连成了多大的一张网。

照这个说法回头看，四十八本一字不差的笔记，是第一种「同」的顶点，也是第三种「同」的零点。

这并不怪一诺，也不怪那四十一个照抄错符号的孩子。他们做的，正是这套办法要他们做的事，而且做得很好。要怪，也只能说这套办法本来就没有给第三种「同」留位置。它从来没打算让一个孩子的东西长到另一个孩子那里去。

许老师那天晚上把笔记重新码好，在每一本上写了「已阅」。只在赵磊那本的「笔记不全」后面，她犹豫了一下，又添了三个字：「齿轮是？」

这三个字，赵磊一直没有回答。可这是许老师第一次在一本笔记上，问了一个她自己也不知道答案的问题。

带走的话

- **统一是现代班级的出厂设置，它让公共知识第一次能完整地到达每一个孩子，这份功劳不能看轻。**
- **早读的整齐给了安全感、可预期和效率，弱孩子被托住了；代价是在声浪里听不见任何一个人。**
- **统一能把「我们的知识」复制四十八份，却长不出一条「我的知识」，还会把冒头的那一条擦掉。**
- **原样接过去，等于没有收下；照抄黑板和照抄同学，都是这样。**
- **「一样」不等于「同」：四十八本一字不差的笔记，连一根「谁认出了谁」的线都画不出来。**

小　账

本章的承重说法：统一保住了底座、复制了「我们的知识」，但单靠统一长不出「我的知识」，也就没有可以被双向认出的一枝。

本章在这种局面下算错：如果一个只靠统一早读、统一笔记、统一解法运转的班，一学年里在班级自己的定理册上持续长出来路可读、原主与借用者都认得的新条目，数量不低于有意做谱系的班，本章就错了。

明天可以试的一件小事

下次检查笔记前，先告诉孩子们：「本子边上自己画的、自己想的，一律不许擦。」检查时专找这些边角，挑一处在第二天的课上问问它的主人：「这是怎么想到的？」

02

第 2 章

活动之美与氛围之美：热闹与融洽之后

星期五下午第三节，初二（3）班在上自习。教室里只有翻书和写字的声音。

坐在靠走廊窗边的赵磊，已经第五次扭头往外看了。

隔壁初二（4）班的门开着。那边的王老师有个出了名的做法：每周五下午最后一节，叫「自由日」，学生自己选做什么。从这边窗户斜着望过去，能看见那边教室里有人在后墙下铺开报纸画画，颜料摆了一地；有人把一辆自行车推进了走廊，蹲在那里拧螺丝；有几个人围着一副象棋；靠窗那排，有两个男生干脆趴着睡着了。王老师坐在讲台边改作业，偶尔抬头看一眼，笑一笑。

赵磊看得眼都直了。下课铃一响，他第一个冲出去，站在四班门口，盯着那辆自行车看了整整一个课间。

晚上，赵磊的爸爸在家长群里发了一句话，大意是：「我看四班那个自由日挺好，孩子开心最重要。」一诺的妈妈没有接话，过了十分钟，转发了一篇讲「初二是分水岭」的文章。

许老师看着这两条消息，心里也有点动摇。秩序之美的边界，她在上一章那四十八本笔记里已经看见了。也许，答案就在隔壁？

> **这一章的问题**
>
> 热闹的活动和融洽的气氛，给了孩子统一给不了的东西；可在热闹与融洽之后，班里有没有一条知识，从一个孩子那里长到了另一个孩子那里？

◆ 2.1　隔壁班的「自由日」

先说清楚，王老师不是在偷懒，她是认真想过的。

她带四班两年了。她发现，孩子们每天从早读到晚自习，几乎每一分钟都被安排好了。没有一刻是自己的。她想给他们一点自己的时间，哪怕一周只有四十五分钟。她在家长会上说过她的想法，大意是：孩子不是机器，总得有一段时间，是他们自己说了算的。

这个想法是对的，而且自由日确实给了孩子很多东西。

画画的那个女生，平时在班里几乎不说话，到了周五下午，她能一口气画完一整张。自由日开了一个学期，她的画从后墙贴到了走廊。修自行车的那个男生，平时上课总是坐不住，一到周五下午就安安静静蹲在走廊里，一拧就是四十分钟，比上任何一节课都专心。下棋的几个孩子，棋力一个学期涨了不少，课间也凑在一起复盘。连趴着睡觉的那两个，王老师也不叫醒，她说一周里总得有一节课让人喘口气。

这就是多样给孩子的东西：自主。每个孩子都能做一件自己想做的事，用自己的方式、自己的速度。统一的班里每个人都在跟上，自由日里每个人都在走自己的路。上一章说秩序之美抹平了差别，那么自由日就是把差别还给了孩子。

这份功劳，同样不能看轻。一个孩子如果从来没有过一段自己说了算的时间，他很难知道自己喜欢什么、擅长什么。画画的那个女生、修车的那个男生，正是在自由日里，第一次被人看见了自己的样子。

可是，让许老师琢磨了很久的，是另外一件事。

那个学期末，王老师在班里办了一个小展览，把自由日的成果都摆出来：画、修好的车、几盘有意思的棋谱、几个手工作品。许老师过去看了，每一样都

不错。可她看着看着，发现了一个奇怪的地方：这些东西之间，一点关系都没有。

画画的女生和修车的男生，每个周五下午隔着不到三米，一个在后墙下，一个在走廊里，整整一个学期。可她的画里没有一辆车，他修车时也从来没问过她什么。下棋的孩子只和下棋的孩子在一起，修车的只和自己的车在一起。每一样作品都是一个人的，或者一小撮早就要好的人的，看不出谁从谁那里借过什么。

如果把四班的自由日也画成一张「谁认出了谁、谁借了谁」的连线图，会是什么样子？比上一章那四十八本笔记好一点：每个孩子都有了自己的点，点上有了自己的颜色。可点和点之间，还是几乎没有线。只是从前大家都连在黑板上，现在大家各连各的。

我们把这种状态叫作「各学各的」。多样给了每个孩子自己的路，可路和路之间没有桥。一个孩子的知识，只在他自己那里长；别人看不见，看见了也接不过去，接过去了也不会变成自己的东西。

这和接力很不一样。接力的时候，第一棒跑完，要把棒交到第二棒手里；第二棒接过去，跑法是自己的，可手里那根棒，是从第一棒那里来的。到最后，四个人跑出来的，是一个谁也单独跑不出来的成绩。自由日里有很多人在跑，可没有人交棒。

还有一件事要说公道话。自由日只有一节课，其他时间四班和三班一样，也是统一的课表、统一的作业、统一的考试。所以四班的情形，其实是「统一的五天，加上散开的四十五分钟」。统一和多样在这里不是融在一起，而是各占一块：统一管正课，多样管周五下午。两块之间，井水不犯河水。

自由日还有一个不太容易看出来的地方。孩子们自己选做什么的时候，几乎总是选自己本来就会、本来就喜欢的事。会画画的去画画，会修车的去修车，会下棋的去下棋。一个学期下来，没有一个孩子去试一试别人的那一样。画画的女

生没去碰过扳手，修车的男生没拿过画笔。这不能怪孩子，人在自己说了算的时候，本来就会往熟悉的地方走。

于是，自由日在给每个孩子自主的同时，也在悄悄加固每个孩子原来的样子。会的更会，不会的还是不会；喜欢的更喜欢，没碰过的还是没碰过。多样是有了，可这份多样是开学时就带来的那一份，学期末还是那一份，只是更熟练了。它没有在孩子之间流动起来，也就没有在任何一个孩子身上长出他原来没有的东西。

展览那天，许老师和王老师站在走廊里聊了几句。

许老师问：「这一学期，他们之间有没有互相学点什么？」

王老师想了想，说：「好像没有。不过他们开心啊。你看那个画画的孩子，以前一句话都不说，现在会主动给人看她的画了。」

许老师点点头。这是真的，她也看见了。可她心里还是放不下那个问题：给人看，和被人接过去，是两回事。那个女生的画被很多人看过，有人说好看，有人拍了照。可有没有一个人，从她的画里拿走了一样东西，用到了自己的事情上，又让她认出来？好像没有。

回家路上，她又想起了群里那两条消息。赵磊爸爸说「孩子开心最重要」，一诺妈妈转发「初二是分水岭」。两个家长，一个要散开，一个要收紧，看上去针锋相对。可他们说的，都只是自己家孩子一个人的事：一个要孩子自己开心，一个要孩子自己考好。没有一个人问过：我的孩子在这个班里，和别的孩子之间，有没有什么东西在来回流动？这个问题，统一的那一头不问，散开的那一头也不问。

这正是本书后面要反复回到的一个毛病：我们常常以为，统一不够，就加一点多样；多样过了头，再收一点统一。可两样东西摆在一起，并不会自己长出第三样东西来。

◆ 2.2　三百张照片与一样的游记

自由日是小一点的多样。大一点的，是活动。

那年秋天，年级组织了一次研学旅行，去邻县一处古代水利工程。坐大巴两个小时，讲解员带着走了一上午，下午在河边做了一个模拟分水的小实验，傍晚回来。三班和四班一起去的。

孩子们玩得很高兴。三班的班级群里，当天晚上一共发了三百多张照片：大坝、石刻、河水、自拍、合影、午饭的盒饭、大巴车上睡着的同学。家长们一张一张点赞，有人说「这样的活动多搞搞」，有人说「比关在教室里强多了」。

许老师也觉得这次活动办得好。孩子们从来没见过那样的工程，讲解员说到古人怎样不用水泥、不用钢筋就把一条大河分开时，好几个孩子张着嘴，听得出了神。

回来以后，按惯例，每人交一篇游记。

许老师不教语文，可她是班主任，游记交上来要先过她的手。她翻了十几篇，又翻了十几篇，慢慢有一种似曾相识的感觉。

四十八篇游记，结构几乎一模一样：第一段，「今天，我们怀着激动的心情坐上了大巴」；第二段，按参观路线写看到了什么，大多照着讲解词复述；第三段，「通过这次研学，我深刻地感受到了古代劳动人民的智慧」；结尾，「我一定要好好学习，将来为祖国做贡献」。有几篇写得生动一点，加了大巴上的趣事、午饭的味道。可要问「这次去了以后，你知道了什么以前不知道的？」，大部分游记答不上来。答得上来的，答的也是讲解员说过的那几句。

这里有一个很有意思的倒转。

研学旅行是一次多样性的活动：走出教室，换一个地方，看真的东西，用身体去碰。它本来是为了打破统一而来的。可是活动结束，交上来的游记，比上一

章那四十八本笔记还要整齐。统一的作文套路，把一次多样的经历，压成了四十八份同样的产品。

为什么会这样？

因为活动本身不保证有东西长出来。孩子们看了、听了、玩了，这叫「做过」。「做过」和「学会」之间，隔着一段路：要有一个对不上的地方让人停下来想；要把想到的东西说出来，让别人听到；别人听了以后，要拿它去做点什么。这段路，活动不会替你走。活动越热闹，越容易让人觉得已经走过了。

我们把这种状态叫作「活动之美」。它也是真的美：新鲜、开阔、让孩子觉得上学不只是坐着。三百张照片里有很多真实的快乐，这些快乐本身就有价值。可如果问「这次活动以后，班里有没有一条新的知识，是某个孩子带回来、别人接过去改了、他还认得出的」，三百张照片答不出来，四十八篇游记也答不出来。

其实，那天是有机会的。

下午做模拟分水实验的时候，有一组的水总是分不匀，一边多一边少。组里一个男生蹲下去看了半天，说出水口的石头摆得不对，挪了两块，水就匀了。讲解员夸了他一句。旁边几组有人看见了，也去挪自己的石头。这是一个很小的「我的知识」：这个男生自己看出来的。别的组挪石头，算是借了他的。

可这一枝在那天下午就断了。别的组挪了石头，没有人说「我是看他那样做的」；那个男生也不知道别人挪石头和他有关系。回来写游记，没有一篇提到这件事，包括他自己的那篇——他大概觉得这不算什么，不如「感受到了古代劳动人民的智慧」像一篇游记。如果当时有人把这件事记下来，回到教室再问一句：你们组后来是怎么挪的，和他挪的一样吗？也许就会有一根线连起来。

但没有人问。照片拍了三百张，这一幕一张也没拍到。

为什么大家那么容易把「做过」当成「学会」？至少有三个原因。

第一，「做过」看得见，「学会」看不见。一次活动办没办、去没去、拍了多少照片，一目了然，写总结、发家长群、给学校汇报都方便。一个孩子在活动里有没有长出一点自己的东西，没有照片可拍，也没有表格可填。人总是容易去数看得见的东西。

第二，活动里的情绪是真的。孩子们在大坝上的兴奋、在河边玩水的开心，都不是装的。真实的情绪很容易让人相信，真实的学习也一定发生了。可是开心和学会是两回事：一个人可以玩得很开心而什么都没带回来，也可以学得很苦而长出一样自己的东西。

第三，活动结束得太干脆。大巴一回到学校，这件事就算办完了。游记交了，照片发了，下周一照常上课，研学旅行变成了一段回忆。没有人想过：那个挪石头的男生看出来的东西，能不能在回来以后的某一节课上再用一次？讲解员说的「古人怎样分水」，能不能和物理课上的什么接上？一次活动带回来的东西，如果没有在教室里被接住，就和三百张照片一起，存进手机相册，很少再被打开。

所以，活动之美的危险，不是活动本身，而是它太容易让人满足。热闹给了一个「我们已经做到了」的感觉，这个感觉一来，后面那段从「做过」到「学会」的路，就没人想去走了。

这不是要否定研学，也不是要大家少搞活动。活动的问题，不在于它太多或太少，而在于它常常停在「做过」那一步：所有人都在场，所有人都高兴，所有人回来后又回到了各自的座位上。热闹过后，留下的是照片，不是谱系。

◆ 2.3 「大家多包容一点」

自由日给了自主，研学给了新鲜。还有第三种美，比它们都更安静，也更常被老师们当作最高的目标：氛围之美。一个班里没人吵架，同学之间客客气气，老师和学生也不红脸，家长来开会，一进门就觉得「这个班的气氛真好」。

许老师的班，在氛围上一直不错。她有一句口头禅，学生都会学：「大家多包容一点。」

十一月的一节数学课，她让全班分组，估一估教室地面有多大。这是一节练习估算的课，她想让孩子们动动手。

二十分钟后，两个组报出了两个不一样的数。

第一组拿卷尺沿着墙量了长和宽，乘出来大约六十二平方米。第二组没有卷尺，就趴在地上数地砖，一块地砖是六十厘米见方，他们数出来大约五十八平方米。

两个数差了四平方米。第一组的人说第二组数错了；第二组的人说卷尺没拉直，墙角那里还拐了个弯。两边都有点急，声音也大了起来。

许老师看看表，还有十分钟下课，后面还有一道练习没讲。她笑着摆了摆手：「好了好了，两种方法都有道理。估算嘛，本来就有误差，差个几平方米很正常。大家多包容一点。」

两组都安静了。有人点头，有人耸耸肩。讨论就停在那里。下课铃响了，没人再提这件事。

这一句「大家多包容一点」，让课堂恢复了平静，让两组都没有输，也让许老师按时讲完了练习。从氛围上说，这是一次漂亮的处理。

可是，在那十分钟里，有一样东西被轻轻放下了。

那四平方米是从哪里来的？如果追下去，也许会发现：讲台底下、后排储物柜底下，都有一片地砖被盖住了，第二组数不到，就少算了；也许会发现第一组的卷尺在拐角处多量了一段；也许两边都有问题。不管是哪一种，只要追下去，两组都得回到对方的方法里去看一看：数地砖的要问，被柜子挡住的那一片怎么数？量卷尺的要问，墙不是直的，长乘宽还算不算数？这样追一轮，班里也许就会长出一条小小的、本班自己的知识：比如「数砖法加上被挡住部分的补法」，而且大家都知道，这个补法是从哪一组的哪一个疑问里来的。

「两种都有道理」把这个「对不上」抹平了。两组各自带着自己的方法回了座位，谁也没有走进对方的方法里去。和自由日一样，两条路都在，路之间还是没有桥。第 15 章会把「两种都对」当作一种假接住，细细拆开；这里只先看清它的样子：它不是错的，它只是让该发生的事情没有发生。

我们把这叫作「融洽的停摆」。包容本来是一种美德，可当它被用来结束一场对不上的时候，它保住的是气氛，停掉的是生长。

站内第 453 号《爱在创造中成全》，书名本身就说出了一个意思，我们借过来用：爱是在一起创造的过程里成全的，不是把彼此的不同搁在一边相安无事。借这个意思看「大家多包容一点」，就能看出它缺了什么：它让两组相安无事，却没有让两组在一起做出任何东西，所以谁也没有被成全。

我们不想把这件事都算在许老师头上。一个老师为什么那么喜欢说「都有道理」「多包容一点」？原因很实在。

一是时间。一节课四十五分钟，后面还有练习、还有作业、还有下一节的进度。一个对不上的地方真要追下去，十分钟不够，二十分钟也未必够。追了，这节课的任务就完不成；不追，至少能按计划走完。

二是怕吵。讨论课最怕的，是两边越吵越凶，最后变成人身攻击、拉帮结派，下了课还在走廊里互相瞪眼。一个有经验的老师，看到声音一大，就会本能地往下压。这是保护孩子，也是保护班级。

三是被看见的方式。一个班有没有新知识长出来，外人看不见；一个班吵不吵、和不和，外人一眼就看见。家长会上、检查的时候，「这个班气氛真好」是一句很重的夸奖。老师自然会往这个方向用力。

这三条都是实情，不是借口。可它们合在一起，就让「包容」从一种美德，变成了一种省事的收场。它让每一次对不上都在冒头时被按下去，次数多了，孩子们也学会了：有分歧不用争，等老师说「都有道理」就行了。慢慢地，连分歧都少了。一个班安静到没有分歧，看上去是融洽的顶点，其实是生长的终点。

还有一些孩子，在融洽的班里是最容易被忘记的。苏小禾就是这样一个。她不吵、不闹、不反对，也很少开口。讨论课上两边争起来，她总是在本子上画着什么，从不站起来说。融洽的气氛不会为难她，也不会去找她。她安安静静地待在自己的座位上，她的那些图，也安安静静地待在她的本子上。氛围好，对她来说只意味着没人打扰；可「没人打扰」和「被看见」，中间还差得很远。

融洽的班里，还有一种更深的停摆。它不在某一节课上，而在某几个孩子身上。

先说班长陈一诺。

一诺是全班成绩最好的孩子，也是老师们眼里最「乖」的孩子。上课她回答问题，总是又快又准，用的是课本上的说法，一个字都不偏。讨论课上，两个组吵起来，常常是她站起来说一句「书上是这样写的」，或者「老师上次讲过」，大家就不吵了。她是班里的定心丸。

可是，第 1 章里许老师问她「这一步你自己是怎么想的」，她把笔记原样念了一遍。这不是偶然。一诺很会复述，复述得又全又准，可是要她说出一点课本

上没有的东西，她就卡住了。她的乖，是往公共知识的中心挤：离标准答案越近，越安全，越受表扬。她把「我们的知识」背得滚瓜烂熟，可她自己那一份，好像一直没机会长出来。

再说赵磊。

赵磊是公认的刺头。老师说东，他偏说西；班规说不许，他偏要试一试。讨论课上，一诺说「书上是这样写的」，他就会接一句「书上写的就一定对？」。他不是没想法，他是什么都反对。有时候他反对得很有道理，更多的时候，他只是为反对而反对。

乍一看，一诺和赵磊是两个极端：一个最听话，一个最不听话。可是如果细看，他们其实在做同一件事。

一诺是往中心挤，赵磊是往中心的反方向跳。可不管是挤还是跳，他们都在围着同一个中心转。一诺的每一句话，都在说「我跟标准答案一样」；赵磊的每一句话，都在说「我跟标准答案不一样」。两个人说的都是标准答案，一个说正面，一个说反面。他们自己的东西呢？一诺的「我的知识」被背诵挤掉了，赵磊的「我的知识」被反对占掉了。

我们把这叫作「两种假乖」。一诺的乖是顺着中心，赵磊的「不乖」其实也是一种乖：他被中心牵着走，只是方向反过来。他那么懂齿轮，那么会修自行车，这些东西在课堂上一次也没有露过面——因为他忙着反对，没空拿出自己的东西。这两个齿轮，许老师只在他的笔记边上见过一次。

站内第 409 号《教育的产品是结晶》把教育的产品看作「结晶」：一样知识真正在孩子身上长成了，结出了属于他自己的形状，才算产品，背住、看懂、刷熟都还不是。借这把尺子看，一诺的复述再完整，也还没有结晶；赵磊的反对再响亮，也没有结晶。两个人手里都是空的，只是一个空得很整齐，一个空得很吵闹。

氛围之美最难察觉的地方，就在这里。一个融洽的班，可以容下一诺，也可以容下赵磊。老师夸一诺，宽容赵磊，大家相安无事。一诺继续当定心丸，赵磊继续当刺头，班里的气氛一直很好。可是三年下来，一诺没有长出一条自己的知识，赵磊的齿轮也没有被任何一个同学接过去。这两个孩子的位置，从开学第一天到毕业那天，一直没变。

他们之间本来是可以有一根线的。

一诺最懂课本上的定理，赵磊最懂手上的齿轮。如果有一天，赵磊用齿轮的转动去解一道课本上的题，一诺在旁边看着，用定理去校对他的每一步，把他说不清的地方用课本的话说清楚；赵磊再拿着一诺说清楚的那一步，去改自己的齿轮——那么，赵磊的东西就在一诺那里变了一次形，一诺的东西也在赵磊那里变了一次形。到那时候，两个人都会认得出自己在对方那里的那一枝。

这件事，许老师的班后来真的走到了，不过不是在这一章，也不是靠「包容」走到的。它要先经过一段并不融洽的日子，经过一次对不上的争吵，经过一位老师放下标准答案。那是第 11 章和第三编的事。

回过头来，把这一编前两章的三种美摆在一起看。

秩序之美给了安全和公平，可它让四十八个人一模一样，没有谁的东西能长到别人那里去。活动之美给了自主和新鲜，可它让每个人各学各的，做过不等于学会，路和路之间没有桥。氛围之美给了平静和体面，可它用「多包容一点」把对不上抹平，让一诺和赵磊一直待在原来的位置上。

三种美都在，而且都值得珍惜。不在场的，是同一种美：一个孩子的知识在别人那里变了形，原主认得出它变在哪里，借用者说得出它从哪里来，变了形的东西再回到全班共有的地方去。本书说的班级之美，就是这样一个双向认出的闭环；美在闭环合上的那一刻发生。

许老师那个学期并不知道这些。她只是隐隐觉得，秩序不够，热闹也不够，融洽好像也不够。她开始想办法：给作业分层，搞才艺展示周，班里一闹矛盾就换个角度劝和。这些都是我们最熟悉的补救——换一个角度看，把矛盾调和下去。下一章要说的，就是这些补救为什么缓得下矛盾，却解决不了矛盾。

带走的话

- **自由日给了孩子自主，让差别重新被看见；可各学各的，路和路之间没有桥，也没有交棒。**
- **活动越热闹，越容易把「做过」当成「学会」；三百张照片和四十八篇一样的游记，说的是同一件事。**
- **「大家多包容一点」保住了气氛，停掉了生长：它把一个本该追下去的对不上，轻轻抹平了。**
- **会复述的班长和什么都反对的刺头，是两种假乖：一个挤向中心，一个跳到反向中心，都围着同一个中心转，都没长出自己的一枝。**
- **秩序、活动、氛围三种美都在，不在场的是双向认出的那一种。**

小　账

本章的承重说法：多样与融洽给了自主和平静，但没有桥、没有回流、不追究对不上，就只是各学各的；「两种都有道理」是调和，不是生长。

本章在这种局面下算错：如果实行「自由日」、多办活动、凡分歧都用「都有道理」收场的班，一学年里原主与借用者双方都认得的新知识，数量不低于专门追究分歧、让同学互相改写方法的班，本章就错了。

明天可以试的一件小事

下次两组报出不同答案时，先别说「都有道理」。只问一句：「差的这一点，是从哪里来的？」然后让两组各派一个人，到对方组里坐五分钟。

◆

03

第 3 章

调和的极限：三视角为什么解决不了

周一早上，许老师把新学期的数学作业单发了下去。作业单印成三种颜色：白色是 A 档，黄色是 B 档，绿色是 C 档。她在班会上说得很清楚：「分档不是分好坏，是让每个人都吃得饱、够得着。」

中午她从办公室出来，听见走廊拐角两个男生在说话。

「你拿的什么色？」

「绿的。」

「我也是。反正咱是 C 档的，做 C 就行，别的不用管。」

两个人笑着走了。许老师在原地站了一会儿。

那天晚上，她翻开自己的带班笔记本。从 2017 年起，她和很多班主任一样，学着用三视角看班级：一页纸分三栏，左边写「对比」，中间写「变化」，右边写「分布」。八年下来，本子记满了四本。她一页一页往回翻，发现一件以前没注意的事：每一页的三栏都填得很认真，每一个矛盾当时都「处理好了」，可是同样的矛盾，换一个学期、换一个名字，又回来了。作业要不要统一？纪律要不要严？好学生和后进生怎么兼顾？这几行字，在四本笔记里出现了不下二十次。

她想起刚学三视角的那一年。那时候她觉得眼前一下子亮了：以前遇到事只会一刀切，现在知道要对比着看、前后看、整体看，班里好多疙瘩真的解开了。她并不后悔学了它。只是今晚翻着这四本笔记，她第一次觉得，自己像是在一间屋子里把家具挪来挪去，挪得越来越顺手，屋子却始终是那间屋子。

她在最新的一页下面写了一行字：为什么每次都摆平了，却从来没有解决？

> **这一章的问题**
>
> 三视角为什么总能把班里的矛盾缓下来，却解决不了它？

◆ 3.1　分层作业与「统一中求个性」

先把话说公道。分层作业是一个好办法，它出自好心，也确实管用。

一个四十八人的班，期中数学成绩从三十几分到一百一十几分都有。用同一张作业单，上面的孩子吃不饱，下面的孩子够不着。分成三档，A 档多两道拓展题，C 档多两道基础题，每个孩子都能在自己的位置上做完、做对、得到一点成就感。头两周，作业上交率明显上去了，绿色作业单上的红勾也多了。这些都是真的好处，我们不打算否认。

可是许老师在走廊里听到的那句话，说出了分层作业的另一面：「反正咱是 C 档的。」

孩子们很快就知道自己是哪一档。他们不需要老师宣布，作业单的颜色就是宣布。知道了以后，会发生一件很细的事：C 档的孩子不再看 A 档的题，A 档的孩子也不再关心 C 档的同学卡在哪里。三张作业单把一个班切成了三条平行的跑道，每条跑道上的人只和同跑道的人比。原本一道难题可以让全班吵起来、互相借思路，现在它只出现在白色作业单上，绿色那一档的孩子连题目都没见过。

许老师的班上还试过另一种好办法：「才艺展示周」。每学期有一周，每个孩子都可以上台展示自己会的东西——唱歌、魔术、书法、跳绳、说一段快板。那一周班里热热闹闹，平时不起眼的孩子也被看见了，掌声很真诚。可展示周一结束，周一早上照样是统一的早读、统一的作业、统一的小测。那个说快板的孩子，她对节拍和押韵的敏感没有进入任何一节语文课；那个变魔术的孩子，他琢磨魔术时练出来的观察力，在数学课上没有地方放。展示周像一扇窗，打开了一周，又关上了。

分层作业还有一个后来才显出来的变化。期中考试后，许老师按新成绩调档，三个孩子从 C 升到 B，两个孩子从 B 掉到 C。升档的孩子很高兴，回家报喜；掉档的孩子一连几天不说话。有一位家长专门打电话来，问能不能「先让孩

子做黄色的试试」。许老师忽然意识到，班里关于数学的谈话，大半变成了关于颜色的谈话：谁升了，谁掉了，下次能不能升。孩子们关心的不是一道题怎么想，而是自己在哪一档。调档成了班里唯一的「变化」，而这种变化只有两个方向——往前一格，往后一格。

再看 A 档。一诺毫无疑问在 A 档，白色作业单上那两道拓展题她总是第一个做完。可她做完以后就去写别的科目了。她从来没有机会知道，C 档的某个孩子在一道基础题上用了一个很笨、却很有意思的办法——把分数画成一块一块的饼。那个办法要是被一诺看见，说不定会被她改成一个更快的画法；那个孩子要是看见一诺改过的画法，说不定会认出「这是从我的饼长出来的」。三张作业单把这种可能的相遇事先就切断了。

这么说并不是要取消分层。分层照顾的是一个真实的难处：差距摆在那里，一张作业单确实喂不饱所有人。问题在于，分层只在一件事上下功夫——把同样的知识，按难度切成几份分给不同的人。它默认知识是同一条河，只是有人站在上游、有人站在下游。至于这条河里会不会因为几个人的相遇而多出一条支流，它没有考虑。

这两种办法有一个共同的名字，很多学校的工作总结里都写过：「统一中求个性」。

这句话听上去很周到——既不丢统一，也照顾个性。但仔细看，「统一」是那个不动的框，「个性」是在框里挪动的东西。分层作业是在统一的进度、统一的考试里，把作业分成三格；才艺展示周是在统一的课表里，留出一周给个性透气。框没有变，只是框里多了几个隔间、多开了一扇窗。

如果用三视角的眼光回头看，分层作业和展示周其实是两个标准的三视角动作。分层作业面对的是一个「对比」上的矛盾——孩子之间差距太大，一样的东西喂不了所有人；它的解法是动「分布」，把作业摊成三份。展示周面对的也是一个「对比」上的矛盾——统一的课堂里，有些孩子永远被比下去；它的解法是动「变化」，在一学期的时间线上切出一周，让另一种比法出场。两个办法都没

有去碰那个对比本身：分数仍然是那把唯一的尺子，展示周那一周只是暂时把尺子收起来，一周后又拿出来。

孩子们对这一点比大人敏感。展示周上掌声最响的那个说快板的女孩，下周一的小测照样考得不好；她很快就明白，展示周的掌声和小测的分数是两本账，后一本才算数。

所以第一节的结论很简单：分层作业和展示周都在统一框架里挪动。它们让统一更好受，没有让班里长出任何一样框架里原来没有的新东西。那个说快板的孩子带来的东西，没有在别人那里长出来；C 档孩子在基础题上想出来的笨办法，也没有被 A 档的孩子拿去改一改、再还回来。用本书后面要用的话说，没有一次「谱系事件」发生（第 13 章会讲清楚它的四关）。这不是哪一个老师做得不好，是这一类办法本身就只能做到这里。

◆ 3.2　调和只动了「看」

再设想一位班主任，姑且叫她葛老师。她在邻县一所中学带班，带了整整三年，是公认的「会处理事」的班主任。

葛老师有一套很成熟的办法：一有冲突，就开班会。两个男生为篮球场打起来，开班会；女生小团体互相孤立，开班会；家长投诉作业太多，也开班会。她的班会开得很好——先让双方说，再让旁观的同学说，最后她来总结。她总结时最常用的三句话是：「我们换个角度想一想」「大家看看，这件事和上学期比，其实已经好多了」「每个人在班里都有自己的位置」。

细听这三句话，正好是三视角的三栏。

「换个角度想一想」是对比：你看你觉得他错，他看他觉得你错，把两边并排放一放，各让一步。「和上学期比好多了」是变化：把眼前的冲突放进一条时间线里，它就显得小了。「每个人都有自己的位置」是分布：把矛盾摊开到全班的格局里，谁负责什么、谁擅长什么，各安其位，冲突就散了。

这套办法几乎每次都管用。班会开完，双方握手，班里安静下来。三年里，葛老师的班没出过一件大事。

举一件小的。初一下学期，几位家长在群里说作业太多，孩子写到夜里十一点。葛老师开了一次班会，让大家说说各科作业大概要写多久。孩子们七嘴八舌，有人说数学最多，有人说英语最烦。葛老师最后总结：「大家看，我们班的作业量和年级其他班比，其实是中等的（对比）；这学期比上学期已经少了一些（变化）；每科老师我都会去沟通，让作业在一周里摊得更匀一点（分布）。」她真的去沟通了，作业量降了两成，家长群安静了。

到了初二上学期，同一件事又回来了。这次是物理加进来，作业又多了。葛老师又开了一次班会，又去沟通，又降了一些。初三，同一件事第三次回来。

三次班会，三次摆平，没有一次去碰那个更底下的问题：孩子们写的这些作业，到底哪些在帮他们长出自己的东西，哪些只是在把课本上的东西原样抄一遍、背一遍？如果当初那次班会让孩子们把一周的作业摊在桌上，一样一样说「这一份我写完以后多懂了什么」，争论就不会停在「多」和「少」上，而会落到「什么样的作业才算被我收下了」。那样的争论会很吵，可能要吵好几周，可它有机会生出一条全班以前没有的规矩。调和把它在「多与少」这一层就放平了，更底下那一层始终没有被打开。

可是三年读下来，这个班一点没变。不是说没有进步，成绩照样往上走，纪律照样平稳；我们说的「没变」，是这个班在第三年和第一年用的是同一套方式在「同」——同样的规矩，同样的标准答案，同样谁说了算。每一次冲突都被摆平，没有一次冲突留下一样新的东西：没有一条新规矩是从吵架里长出来的，没有一种新解法是从两个孩子的对不上里生出来的。冲突来了，被化掉；再来，再化掉。像一个人每次发烧都吃退烧药，烧总能退，病一直在。

本书指导老师王德生说过一句话，正好说的就是这个：

> **「三视角通过第三个视角的改变来调和矛盾，但是不能解决矛盾。」**

这句话要拆开读。

「矛盾」在班里通常是两头顶在一起：统一和多样，纪律和自由，好学生和后进生，老师的标准和孩子的想法。这两头在对比上是对立的——你多一点，我就少一点。三视角怎么办？它不去碰这两头本身，而是去动「第三个视角」：要么动变化（先统一后放开、分阶段来），要么动分布（分档、分组、分时段），要么动对比的参照（换个角度、换个比较对象）。第三个视角一动，两头之间就有了缓冲，矛盾的压力降下来。这就是「调和」。

可是「调和」不等于「解决」。解决的意思是：矛盾的两头在顶撞中生出了一样它们俩原来都没有的东西，这样东西让原来的顶撞失去了理由。调和做不到这一点，因为它动的始终只是「看」——看的角度、看的时间段、看的格局。被看的那个东西，也就是班里的知识怎样在、怎样长，一点没动。

还有一层更不容易看出来的。调和是在泄压，也是在推迟新生。

一个矛盾积累到一定程度，原来的框架会撑不住。撑不住听上去很吓人，可是在本书里，它是一件必须发生的事：旧的「同」的方式撑不住了，新的「同」的方式才有机会长出来（第二编会把这段讲细，第 6 章会给出「撑不住」的四个可观测信号）。调和的高明之处，恰恰在于它总能在撑不住之前把压力放掉。放得越及时，旧框架越安全，也就越死不了；旧框架死不了，新的就生不出来。葛老师三年里每一次及时的班会，都把一次可能的新生推迟了。

为什么调和这么容易成为班主任的首选？因为它对每个人都很友好。对孩子，冲突当天就有个说法，谁也不至于太难堪；对家长，事情有回应、有结果；对学校，班级稳定、没有投诉；对班主任自己，事情可预期、可控制、可写进总结。调和的每一个好处都看得见，摸得着。而它推迟掉的那个新生，是看不见的——没长出来的东西，本来就不会出现在任何一张表上。一个人很难为一样从没见过的东西去冒险。

我们这样说，不是责怪葛老师。她的每一次调和都是负责任的，冲突当场不处理，可能真会出事。要说清楚的只是：调和是在维护一个班，不是在让一个班长出新东西。一个只会调和的班主任，能把班带稳，带不出「美」——如果美像本书主张的那样，是在新知识发生的地方才发生的话。

被调和的矛盾还有一个习惯：它会换装。葛老师班上的事，细看是同一个矛盾换了几身衣服回来。初一是篮球场归谁，初二是座位怎么排，初三是复习小组怎么分。表面上是三件事，底下是同一件：这个班里，谁的办法算数？是老师定的那一套，还是孩子们各自的那一套？每一次调和都只处理了这件事的一身衣服——篮球场按天轮流，座位按月轮换，小组按成绩搭配——衣服换下来，矛盾本身原封不动，等着下一身衣服。一个班主任如果发现自己总在处理「不同的」事，却总是用同一套话去处理，那很可能是同一个矛盾在换装。

这也是为什么三视角的笔记会越记越多。矛盾没有被解决，只是被记录、被安放；每安放一次，就多一条记录。笔记本厚了，班里的知识却没有厚。

◆ 3.3　对比、变化、分布量不出尺子自己

现在可以把问题问得再深一层：三视角为什么只能调和？是用得不够好，还是它本身有边界？

是本身有边界。要看清这条边界，得先把三视角放回它在 SDE 里的位置（SDE 是本书用的思想框架：S 读作「显露」，指显露出来、看得见的样态；D 是「差异」，指推着事情变的那几股力；E 是「纠缠」，指事情所在的那几个世界缠在一起的样子）。SDE 有一张三行三列的九宫图，三视角——对比、变化、分布——就是九宫里的 S1，也就是第一层「看得见的知识样态」。

对比，看的是这个和那个有什么不同；变化，看的是前后有什么不同；分布，看的是整体怎样摊开。这三种看都非常有用，但它们都有一个前提：框架已经在了。

对比需要一把尺子。说一诺的作文比别人好，得先有一把「什么叫好作文」的尺子；分 A、B、C 三档，得先有「期中数学分数」这把尺子。变化需要一条时间轴和一个起点，说「比上学期好多了」，得先认定上学期是起点、分数是度量。分布需要一张坐标图，说「每个人都有自己的位置」，得先有一张画好格子的图，位置才有地方放。

三视角在尺子之内量得又细又准，可它量不出尺子自己。这把尺子从哪里来？什么时候该换？换了以后新尺子长什么样？这三个问题，对比答不了，变化答不了，分布也答不了。王德生老师还有一句话，说的正是这个：

> **「三视角，对比，变化，分布，无法解决自己如何死亡和如何产生全新的三视角。」**

「自己如何死亡」，是说旧尺子什么时候该退场；「如何产生全新的三视角」，是说新尺子怎样长出来。三视角只能在一把尺子之内工作，所以它总在找「在这把尺子之内的解」——换个角度、换个时间段、换个分法。而真正的解不在 S 里。解在 D 和 E 里。

在 S 里找解，有一个很典型的样子：把矛盾变成比例题。统一和多样怎么平衡？七分统一、三分自由。纪律和活泼怎么兼顾？上午严、下午松。好学生和后进生怎么照顾？讲课照顾中间，练习两头分开。每一个答案都是一个比例，每一个比例都说得通。可是比例题没有终点。这学期觉得统一多了，下学期调成六比四；下学期觉得乱了，再调回七比三。教研会上讨论的，常常就是这个比例该调到几比几。比例怎么调，都还是在同一把尺子上找一个点——统一在这一头，多样在那一头，中间找个合适的位置。至于有没有可能长出一种既不在这头、也不在那头，而是让两头都换了意思的东西，比例题从来不问。

再回到许老师那四本笔记。八年里，笔记本换了四本，每一页的格式却从没变过：三栏，对比、变化、分布。矛盾的名字在变，班里的孩子在换，那三栏一直立在那里。这就是「三视角无法解决自己如何死亡」的一个很朴素的样子——用三视角的人，很难用三视角发现三视角本身该换了，因为每一次去看，都是用这三栏去看。框架要看见自己的边界，得有一样框架之外的东西撞上来。三视角自己生不出这样东西。

用班里的话说：D1 是意义三律，是拉着孩子们往前走的三股力——创造律（大家拧在一起解出一个共同的东西）、自由律（每个人走自己的路）、幸福律

（一个人的自由恰好在共同创造里被用上）。E1 是三界在教室里缠在一起的样子——理念界是课本里压实了的公共知识，现实界是课桌、课时、试卷，自我界是每个孩子带进教室的那一份。班里看得见的知识样态（S1）不会自己变，它只在三股力把三个世界重新缠一遍的时候才变（第 12 章会把这条「S1＝F(D1,E1)」讲成一堂课里的事）。三视角只描述 S1，它不碰 D1，也不碰 E1，所以它只能在已有的样态里调来调去。

拿绿色作业单上那个画饼的孩子来说。他的画饼办法属于自我界——是他自己带进教室的那一份，也许来自家里切西瓜、分月饼的经验。课本上的分数加减属于理念界，是压实了的公共知识。绿色作业单、一节四十五分钟的课、期中那张试卷属于现实界。三视角能看见他：对比，他比 A 档的孩子慢；变化，他这个月比上个月对得多了；分布，他在全班排第三十几名。三栏都填得出来，可三栏都看不见他那块「饼」。要让那块饼在班里长出东西来，需要的不是更准的看法，而是三个世界换一种缠法：课本上的分数被重新打开，他的饼被放到全班面前，作业单不再按颜色把他和一诺隔开——然后那几股力才有地方用劲：大家要一起把一道题解出来（创造律），各人可以用各人的办法（自由律），他的饼恰好在共同的解法里被用上、被认出（幸福律）。这是 D 与 E 的事，不是 S 的事。三视角再精细，也够不着这一层。

还要补一句公道话。从 2017 年起，很多班主任用三视角看班级，这件事带来过实实在在的进步：大家不再一刀切，不再只看一个分数，学会了看一个孩子的前后、看一个班的整体。三视角没有错，它是很好用的「看」的工具。SDE 不扔掉它，而是把它放回它该在的位置——九宫里的 S1。问题只在于，过去很多时候我们把这一格当成了整张九宫，以为看得更准，事情就会自己变好。

这里我们放一段旁证，只放一段，因为它离教室远。

王德生老师举过一个物理学的例子：

> **「比如，粒子和波发生矛盾，通过调节场来减少矛盾。」**

大意是：光和电子有时像一颗一颗的粒子，有时又像一片一片的波，两种描述顶在一起。后来物理学家用「场」的说法来安放它们——粒子被看成场的某种激发，波和粒子在同一个场的图景里各有位置，矛盾就缓和了许多。可是缓和不等于了结，一次测量的那一刻到底发生了什么，物理学界至今仍在争论。这和葛老师的班会是同一个形状：动了第三个东西（场），两头的顶撞减轻了，根上的问题没有消失。旁证到此为止；本书不靠物理学立论，班里的事要在班里说清楚。

回到班里。三视角量不出尺子自己，这件事在许老师的分层作业上有一个很具体的表现：当她发现三档不够细，第一个念头是把三档变成五档。A 档再分出 A+，C 档再分出 C-，中间加一档。五档比三档更精细，每个孩子的位置更准，作业更贴身。可这是升级，不是升维。

升级是在同一条线上分得更细。三档是一条线上的三段，五档是同一条线上的五段，线还是那条线——分数从低到高的那条线。孩子们仍然排在一条线上，每个人只能往前挪或往后挪，没有人能长到线外面去。

升级有一个很容易让人上当的地方：它看起来真的在变。三档变五档，表格变复杂了，老师更辛苦了，家长会上讲得出更多数据。可是孩子们之间的关系一点没变——仍然是前后关系，仍然是「我比你高一档」「你比我低一档」。线分得越细，人和人之间的格子越多，相遇的机会反而越少。

升维是换掉这条线本身：把一条线变成一棵树。在一棵树上，孩子们不再排在同一条线的不同位置，而是从同一个根上长出不同的枝。会画图的孩子从根上长出画图的一枝，会修车的孩子长出齿轮的一枝；枝和枝之间可以搭桥，一枝的东西被另一枝借去，改了形，原主还认得出来，改过的东西又流回全班共有的本子里，成为后来人出发的地方。树上的「同」不是大家在同一条线上离得近，而是彼此认得——认得出自己的一枝在别人那里长着，也说得出自己借的那一枝从哪里来。这就是本书第三编要讲的「双向认出」，这里先只提一句。

用分层作业的例子把这两种做法摆在一起看。升级的做法是：五种颜色的作业单，题目难度一级一级往上走，每个孩子领到最贴身的那一张。升维的做法会

是这样：全班先拿到同一道题，这道题必须用到的那条定理、那几个概念人人都一样，一个字不能错，这是底座；那条定理当初为什么被想出来，被重新打开来当作根，从根往上怎么走，随你。画饼的孩子画饼，一诺列式子，会修车的孩子拿齿轮比划。走完以后，几条路摆在一起，彼此借、彼此改。改完了，原主要认得出自己那一条在别人那里怎样变了样，借的人也要说得出自己借的是谁的。最后，改出来的好办法写回全班的本子里，成为下一道题的出发点。

这里要防一个误会：升维不是把尺子扔掉。底座上的东西仍然要全班一样，定义、符号、算对算错，一样也不能含糊（第 10 章会讲这「最薄的底座」为什么必须零容忍）。升维扔掉的不是统一，而是「把整条路都统一」的那种统一；它把统一收窄到最底下那一层，把上面的空间让给枝。

升维还有一个代价，必须先说出来：它比升级吵。三档变五档，教室里仍然安静；线变成树，教室里会出现争论、对不上、谁也说服不了谁的时刻。这些时刻在三视角看来是需要尽快摆平的冲突，在本书看来却可能是新知识的开关（第四编整编都在讲这件事）。一个班主任如果只想要安静，升级就够了；想要的是班里有东西在长，就得准备好接住这份吵。

许老师在笔记本上画过一个小图：左边一条横线，上面标着 A、B、C；右边一棵树，根上写着「勾股定理」，枝上写着几个孩子的名字。她在两个图之间打了一个问号。这个问号就是从三视角走向 SDE 的那一步：班级管理的升维，不是把格子分得更细，而是打造班级的同一性谱系。统一性和多样性的矛盾会一直积累，积累到统一的那一套撑不住，「同」的方式死去，新的「同」——同一性谱系——才会出现。这一段路，要到第二编才走得完。

三视角	它看什么	调和的动作	它预设、却量不出的东西
对比	这个和那个哪里不同	换个角度，各让一步	「什么叫好」的那把尺子
变化	前后哪里不同	分阶段，和上学期比	起点和度量从哪里来
分布	整体怎样摊开	分档、分组、各安其位	那张格子图该不该换

带走的话

- **三视角通过第三个视角的改变来调和矛盾，但是不能解决矛盾。**
- **调和动的只是「看」：看的角度、时间段、格局；被看的知识怎样长，一点没动。**
- **调和在泄压，也在推迟新生；放得越及时，旧框架越死不了。**
- **三视角在尺子之内量得很准，可它量不出尺子自己——它说不清自己怎样死、新的怎样生。**
- **三档变五档是升级，线变成树才是升维。**

小　账

本章的承重说法：三视角只描述看得见的知识样态（S1），所以只能调和；解决要靠三股力把三个世界重新缠在一起（D1 与 E1）。

在什么局面下算错：如果一个班只靠及时调和（换角度、分阶段、分档），不经过旧框架撑不住，就在一两年里稳定地长出原来框架里没有的新知识，并且这些新知识的来路彼此认得出，本章就错了（第 30 章第 3 条预言会检这件事）。

明天可以试的一件小事

翻开你最近一学期的班会记录或带班笔记，数一数有哪一个矛盾出现了两次以上；在它旁边写一句：上次摆平它之后，班里有没有留下一样以前没有的新东西？

◆

04

第 4 章

两端共用的预设：知识是现成的

期中家长会散场的时候，天已经黑了。走廊里，一诺妈妈和赵磊爸爸恰好走在一起。

一诺妈妈还在说刚才会上的话题：「初二是分水岭，这时候就得统一管严。题不刷够，到了初三哪来得及？我们家一诺每天多做一套卷子，一点没耽误。」

赵磊爸爸笑了笑：「我不懂那么多。孩子开心就好。我家那小子，作业写得一塌糊涂，可家里的自行车、电扇，哪个坏了他都修得好。他就不是那块读书的料，硬逼也逼不出来。」

一诺妈妈没接话，脚步快了一点。两个人在楼梯口分开，一个往左，一个往右。

许老师在后面收拾签到表，把这几句话听得清清楚楚。她第一个反应是：这两位家长，想法正好相反。一个要统一、要严、要多刷；一个要放开、要开心、要顺着孩子。

可是走回办公室的路上，她又觉得哪里不对。一诺妈妈说「题不刷够」，意思是知识在那些题里，刷够了就进去了；赵磊爸爸说「他就不是那块料」，意思是孩子身上有没有那块料，是早就定了的，逼不出来，只能等它自己露出来。两个人吵的是方向，可他们好像都认定了一件事：知识是现成的。一个觉得它现成地放在题里，一个觉得它现成地藏在孩子身上。

> **这一章的问题**
>
> 「统一派」和「散开派」吵得那么凶，它们共用了一个什么预设？这个预设漏掉了什么？

◆ 4.1　两位老师吵架

家长会后的第二周，年级组开班主任工作研讨会，议题只有一个：下学期要不要在全年级推「自由日」。

隔壁班的王老师是提议人。她在自己班上试了一个学期：每周五下午最后一节课，学生自选活动，画画、看书、下棋、修东西、做小实验都行，只要不出教室、不打扰别人。她带来一叠照片和几个学生的心得，讲得很动情：「孩子们第一次问我，老师，下周五还有没有？一个平时上课从不抬头的男生，用了两个周五的那一节课，把班里坏了的旧台灯拆开又装好，装好那天他在班里走路都不一样了。兴趣是最好的老师。被逼出来的学习不长久，被点燃的才长久。」

轮到许老师发言。她不反对王老师，但她有她的担心：「我也看到了孩子们的笑脸。可是我想问一句：自由日那一节课，原来是什么课？是数学的练习课。初二的函数、几何是一环套一环的，前面一环松了，后面整条链子都会掉。我们班早读、作业、小测都统一，这学期数学平均分比上学期高了六分，后进生的及格率也上去了。先把基础打牢，兴趣才有地方落脚。没有基础的兴趣，是浮在水面上的。」

王老师马上接：「可基础是什么？是让孩子把同一套步骤练一百遍吗？我们班那个修台灯的孩子，你让他刷一百道题，他只会更恨数学。」

许老师也不让：「那他修好了台灯，数学会了吗？考试的时候，台灯帮不了他。」

会场上安静了一下。好几位班主任低头记笔记，有的点头，有的皱眉。坐在中间的年级组长最后总结：「两位老师说的都有道理。基础要打，兴趣也要保护。我看可以这样：自由日先在两个班试点，不占数学、英语课，改用班会和自习时间；同时各班的基础训练照常抓。期末再看效果。」

大家都觉得这个结论很稳妥，散会了。

如果你读过上一章，会认出这个结论的样子：两个视角顶在一起，年级组长动了「第三个视角」——一个动分布（不占主科、改用别的时间），一个动变化

（先试点、期末再看）。矛盾缓下来了，谁也没输，也谁都没被说服。期末再开会时，十有八九还是这两种声音，只是证据换了一批。

这个会其实还可以问另一个问题，只是谁也没问：不管是统一的早读，还是自由的周五，那几节课里，孩子和孩子之间有没有长出一样原来谁都没有的东西？许老师可以拿出平均分，王老师可以拿出笑脸和照片，可是这个问题，两个人手里都没有证据——不是因为她们没做好，而是她们各自的办法里，根本没有一个地方会去留意这件事。一个问题如果在两种办法里都没有位置，吵得再久，它也不会被吵出来。

我们想先替两位老师说几句公道话。

许老师的担心是真的。初中数学确实是一环套一环的，一个孩子如果连分数运算都不熟，到了函数会处处卡住。统一的早读和小测，确实托住了不少原本会掉下去的孩子。她那「高了六分」的平均分，也不是虚的。

王老师看到的也是真的。被逼着学的东西容易忘，一个孩子第一次因为自己做成了一件事而抬起头来，那种变化是分数表上看不到的。她班上那个修台灯的男生，未必会因此爱上数学，但他至少知道了，学校里有一个地方允许他用自己的手去想问题。

散会后，两个人在楼道里又站着说了几句。王老师问：「你班平均分高了六分，我信。可你的学生上课会提问吗？会问一个你没准备过的问题吗？」许老师想了想，老实说：「很少。」她反问：「你那个修好台灯的男生，台灯修好以后呢？他下周五还修什么？修完了，班里别的孩子从他那里学到了什么？」王老师也老实说：「他修他的，别人做别人的。」

这两个问题都问到了点子上。王老师看见了许老师班上的安静——东西装进去了，却没有一个孩子从里面长出自己的问题；许老师看见了王老师班上的散——每个孩子都露出了一点自己的东西，却没有一样东西在别人那里接着长。更有意思的是：每个人都看得清对方的缺口，却看不见用自己的办法补不上自己的缺口。许老师要让学生多提问，第一反应是「设计几道提问练习题」——还是

装；王老师要让孩子们互相学，第一反应是「多安排几次展示，让大家看见彼此」——还是等着它自己冒出来。

两位老师都在为孩子好，都拿得出证据，都说服不了对方。这种吵架在教研会上、在家长群里、在教育报刊上，已经吵了很多年。每隔几年，风向就摆一次：改革的风一吹，大家都往「兴趣」那边靠；升学的压力一紧，大家又往「基础」那边退。像一只钟摆，摆来摆去，总是摆不出这条弧线。

一场吵了很多年、摆来摆去却总摆不出去的争论，往往说明一件事：吵架的双方站在同一块地上。它们在地面上的位置相反，脚下踩的却是同一块土。这一章要做的，就是把这块土翻出来看看。

◆ 4.2　一个装、一个挖

先看统一派。

统一派心里的知识，是课本里现成的东西。勾股定理、一元二次方程、文言实词，一条一条，早就写好了，排好了顺序，等着孩子们来学。老师的工作，是把这些东西准确地、完整地、按时地放进孩子们的脑子里。放得好的标准很清楚：孩子能原样说出来、原样做出来。早读是放，作业是放，小测是检查放进去没有。我们把这种看法叫做「装」。

装的说法有它的道理。课本里的东西确实是人类花了几千年才攒下来的，一个孩子不可能自己从头再想一遍；装，是最快的办法。装也有一个让人放心的地方：装进去的东西看得见、查得到，一张试卷就能量出装了多少。

可是装有一个它自己看不见的结果。第 1 章讲过四十八本几乎一字不差的笔记，第 2 章讲过会复述却说不出「你自己怎么想」的班长——这些都是装得很成功的样子。装得越成功，孩子手里的东西越像课本；越像课本，越说不出这个东西和自己有什么关系。东西是装进去了，可它在孩子那里没有变过形，只是原样搁着。本书后面会说到一条反常识的道理：知识原样被接过去，等于没有被收下（第 11、13 章会讲这条「变形收受律」）。装派恰恰把「原样」当成了最高标准。

再看散开派。

散开派心里的知识，是孩子身上现成的东西。每个孩子天生带着自己的兴趣、天赋、潜能，像埋在地里的种子或者矿藏。老师的工作，是别去压它，给它空间，让它自己冒出来；最多帮着挖一挖、松一松土。自由日就是松土：不规定做什么，看孩子自己会往哪里长。我们把这种看法叫做「挖」。

挖的说法也有它的道理。孩子确实不是空瓶子，每个孩子走进教室时都带着一大堆东西：家里的手艺、街上的见闻、自己琢磨出来的小窍门。忽视这些，等于把一半的学习资源扔在门外。

可是挖也有一个它自己看不见的结果。王老师班上的自由日，有人画画、有人修东西，也有人连着三个周五趴在桌上睡觉。问王老师怎么看，她说：「他还没找到自己的兴趣，要等。」这句话很宽容，可它背后的意思是：那个孩子身上的「矿」还没露头，只能等。等多久？不知道。如果一直不露呢？那就是「他不是这块料」——和赵磊爸爸那句话一模一样。挖派把一切都放在孩子身上，挖不出来的时候，就只能怪那块地。还有一层：画画的孩子和修东西的孩子，在自由日里各干各的，一个下午过去，谁也没碰到谁。各自的东西也许露出来了，可它们没有在别人那里长出任何新东西。

装和挖还有一个很少被说破的共同点：它们检查学习的办法。装派查的是「原样」——背得出没有，步骤对不对，和标准答案一样不一样。挖派查的是「投入」——孩子开不开心，愿不愿意做，眼睛有没有亮。两种检查各有道理，可它们都不查第三件事：这个孩子的东西，有没有在别人那里长出点什么？别人的东西，有没有在这个孩子这里变了形、又被认出来？装派不查，因为在它看来，孩子之间本来就不需要互相长东西，大家从同一本书里取就够了；挖派也不查，因为在它看来，每个孩子长自己的就好，彼此打扰反而不好。于是，班里最可能长出新东西的那条缝——孩子和孩子之间——两派都没有放一把尺子。

拿赵磊来说，两派对他的判断正好相反，结果却一样。装派看他：作业一塌糊涂，是要补的后进生。挖派看他：会修车，是被分数埋没的动手天才。可不管哪一种看法，他的齿轮都留在修车的那一边，课本里的旋转都留在课本那一边，

两边之间没有一座桥。装派不会想到让他的齿轮进数学课，挖派也只会让他在自由日里接着修车。他那一枝后来怎样在数学课上长出来，是第 11 章的事；这里只说一句：那一步，装和挖都走不到。

现在把两派放在一起。

一个说知识在书里，一个说知识在孩子身上；一个要装，一个要挖。看上去南辕北辙。可是它们有一个共同的前提：在孩子和课堂相遇之前，知识已经在那里了。它要么已经写在书上，要么已经埋在孩子身上；教学只是去找到它、把它搬到该去的地方。装是把书里的搬到孩子身上，挖是把孩子身上的搬到外面来。不管往哪个方向搬，被搬的东西在搬之前就已经是完整的、现成的。

SDE 把这种看法叫做「发现学」。发现学的意思是：东西本来就在，人的工作是发现它。装派发现的是书里的知识，挖派发现的是孩子身上的知识。两派吵来吵去，吵的其实是「宝藏埋在哪里」——一个说埋在书里，一个说埋在孩子心里——而不是「宝藏是怎么来的」。所以它们可以吵很多年。只要都站在发现学这块地上，钟摆就只能在「书」和「孩子」两头之间来回摆。

那么，知识有没有可能既不是现成地在书里，也不是现成地在孩子身上，而是在某个地方「发生」出来的?

先拿一件小区里的事打个比方。傍晚的广场上，一支广场舞队跟着领舞的李阿姨学一套新舞。装的办法是：把李阿姨的每一拍动作一丝不差地记下来，手抬多高、脚迈几步，照跳；跳得和她一模一样，就算学会了。挖的办法是：别管李阿姨怎么跳，听着音乐自己想怎么动就怎么动。可一套舞真正在一支队伍里传开，往往不是这两种样子。常见的是：队里一位膝盖不好的阿姨，跳到第三节那个下蹲总是蹲不下去，就把它改成了往旁边一点步、手往下一压。没想到这一改，接下一拍转身反而更顺了。李阿姨在前面回头一看，说：「这是我编的那一节，你把蹲改成点步了，接转身倒是不卡了。」那位阿姨说：「就是照你那一节改的，我只动了这一拍。」后来全队跳的，就是改过的这一版，连李阿姨自己也这么跳。这一版不在李阿姨原来的编排里，也不是那位阿姨凭空想出来的；它是

在这支队伍里，在一个领舞的人和一副不听使唤的膝盖之间发生出来的。而且李阿姨认得出自己的那一节，改的人说得出自己动了哪一拍。

这件事在广场上很平常，平常到没人觉得需要一个名字。可是一放到教室里，装和挖两派都没有给它留位置。

设想初二（3）班一节综合实践课。题目是：不爬上去，测出学校旗杆有多高。

如果按装的办法，许老师会先讲相似三角形，讲「同一时刻物高与影长成比例」，然后让大家去量影子、套公式，二十分钟交答案。如果按挖的办法，她会说「你们自己想办法」，然后站到一边。

这一次，她做的是一个中间的样子：先用五分钟讲清楚相似三角形这一条（这是全班都必须用对的那条定理），然后让各组自己去测，回来比结果。

第一组老老实实量影子。可那天上午十点，旗杆的影子有一截落在了花坛的台阶上，量出来的长度对不上。组里一个叫罗佳的女生提议：「别量整条影子了，在影子尖那里立一根我们知道长度的竹竿，看竹竿的影子多长，再比。」她们算出来是十一米多一点。

第三组没量影子。一个叫程浩的男生用手机从远处拍了一张照片，让一个同学站在旗杆下面当参照，按照片里的比例算，得出不到十米。

两个数差了一米多，两组在教室里吵了起来。吵到后来，有人指出程浩是蹲着往上拍的，越往上照片里的东西越被压短，参照的同学和旗杆又不在一条线上；罗佳那组的竹竿本身也立歪了一点。最后两组把办法合了起来：在旗杆旁边竖一根量好长度的竹竿，人退到足够远、端平手机，同一时刻既量影子、又拍照片，两个数互相校对。这一回，两种算法只差了十几厘米。

下课前，许老师在黑板角上写了一行：「三班测旗杆法：竹竿作证，影子与照片互校。罗佳组、程浩组。」

这节课最后长出来的那个办法，在哪里？

它不在课本里。课本里只有「物高与影长成比例」这一条，没有花坛、没有手机、没有「两种算法互相校对」。它也不在罗佳或程浩任何一个人的脑子里。罗佳原来只想到竹竿，程浩原来只想到照片；两个办法顶在一起、对不上、吵出了各自的毛病，才合成了第三样东西。装的说法解释不了它：它不是从书里搬来的。挖的说法也解释不了它：它不是从哪个孩子身上挖出来的。它是在这节课里、在这几个孩子之间、在课本那条定理和花坛台阶与手机镜头之间，发生出来的。

也顺带看一眼许老师在这节课上的位置。装的老师站在讲台中间，手里握着标准答案，学生交上来的数和答案一对，就结束了。挖的老师站在教室后面，不插手，也不收拢。这一次许老师两样都没做：她开头讲清楚那一条全班必须用对的定理，就退到一边；吵起来的时候她没有裁定谁对，只在最后把合出来的办法写到黑板角上，写上两组的名字。这个位置既不是握着答案，也不是撒手不管，本书后面会给它一个名字（第 22 章讲「起音」）。这里只提一句：老师站在哪里，和老师怎样看知识，是连在一起的。把知识当现成的，老师就只剩两个位置——搬运工，或者旁观者。

这里我们先不急着给这件事起名字。它离本书要说的「谱系事件」还差几步——比如，罗佳认不认得出程浩那组用的竹竿是从她那里来的、改在了哪里，程浩说不说得出自己借了谁；黑板角上那一行，会不会真的写进全班的本子、成为下一次测量的出发点。这些要到第 13 章才讲。这里只要看清一件事：有一种知识，装派看不见，挖派也看不见，因为它在两派都没有看的地方发生。

◆ 4.3　被忽视的第三者与被忽视的时间

两派都没有看的地方，是哪里？

第一个地方，是「场」。

装派眼里有两样东西：书，和孩子；老师是连接两头的管道。挖派眼里也有两样东西：孩子，和老师；老师是不该乱动的园丁。两派都在两点之间画线，都漏掉了中间那片地方——班级本身。测旗杆那节课，新办法不是在书里，也不是

在某一个孩子身上，而是在班里：在几个孩子顶在一起、对不上、互相挑毛病、互相借办法的那段时间和那块地方。班级不只是装知识的容器，也不只是孩子们各自生长的花圃；它是知识发生的场。

用 SDE 的话说，这个场就是三界在教室里缠在一起的样子（E1）：理念界——课本里那条相似三角形；现实界——花坛台阶、上午十点的太阳、一部手机、四十五分钟的一节课；自我界——罗佳对竹竿的直觉、程浩爱拍照的习惯。三个世界在那节课上缠到了一起，新的办法才显露出来。装派只看见理念界，挖派只看见自我界，两派都没把现实界当回事，更没把三界的缠绕当成知识的来处。

特别值得说的是现实界。那天让第一组量不准的，是花坛的台阶；让第三组量偏的，是蹲着拍照的角度。在装派看来，这些是「干扰」，最好排除掉——找一块平地、挑一个正午，让影子干干净净，套公式就行。在挖派看来，这些无所谓，孩子玩得开心就好。可恰恰是这块碍事的台阶、这个歪了的角度，制造了两组之间的「对不上」；没有对不上，就不会有后来的争吵，也就不会有「两种算法互相校对」这个新办法。现实界的磕磕绊绊，常常是知识发生的开关。

还要防一个误会：场不等于把孩子分成小组。如果那节课是四个人一组，一人量、一人记、一人算、一人写报告，分工拼好交一个数，那也是在班里，却没有任何东西在孩子之间被改写过。场要的不是人凑在一起，而是不同的做法顶在一起、彼此改写（第 9 章会给「类我」一个操作定义，把这条分界说清楚）。

这里要分清一件事。上一章说三视角靠「第三个视角」来调和；这里说的「第三者」不是那个第三个视角。第三个视角是一种看法，场不是看法，是知识真正发生的地方。年级组长那句「基础要打，兴趣也要保护」，是在两派之间找了第三个看法；而场，两派都没看见，年级组长也没看见。

第二个地方，是「时间」。

这一点更不容易看出来。装派把课本里的知识当成本来就在那里的东西，好像相似三角形从来就写在书上；挖派则把课本当成外来的、压在孩子身上的东

西，好像它跟孩子的生长没有关系。两派对课本的态度一敬一怨，却都没问过一个问题：课本里的这一条，是怎么来的？

相似三角形测高，本身就曾经是一场「测旗杆」。相传很早以前就有人用影子去量过一座太高、爬不上去的建筑（最常被讲起的，是古希腊泰勒斯量金字塔的传说）；后来又有不同地方、不同时代的人，在各自对不上的地方一点一点把它改准、讲清、写下来。每一条公式背后，都有过一群人在某个地方顶在一起、对不上、吵出新办法的时刻。只是等它被写进课本，这些时刻全被抹掉了，只剩下一行干干净净的结论。

本书把这样的公共知识叫做「化石」：它是从前某一轮知识发生之后压实下来的样子，来路被抹掉了。装派把化石当成永恒的真理，原样背诵；挖派把化石当成外来的压迫，能少就少。可是化石还有第三种用法：把它当初回答的那个「对不上」重新打开，让它在班里再长一次——本书把这叫做「复活」。第 5 章会用勾股定理把这件事讲透。

把这两个被忽视的东西连起来看，事情就清楚了。知识不是现成地在书里，也不是现成地在孩子身上；它在班级这个场里发生，发生以后，有一部分会被写下来、压实，变成下一代的课本。课本是过去的班级（广义的，包括古代那些争论的人群）发生出来、又死去压实的东西；今天的班级，又可以把它重新打开。统一派守着的那个「统一」，不是多样性天生的对立面，而是上一轮发生之后留下的化石；散开派追着的那个「多样」，如果不能彼此认出、汇回去，也只是一堆各自露头的矿石，长不成下一轮的东西。

时间这件事，在一个班里也看得见，只是尺度小得多。黑板角上那一行「三班测旗杆法」，第二天值日生一擦，就没了；过一个月，连罗佳和程浩自己都未必记得清是怎么吵出来的。可是如果它被抄进全班一本专门的本子里，写清楚从哪条定理出发、经过了哪两组、改在了哪里，那么下一次全班再测什么东西，它就是出发点；再过一年，它甚至可能成为下一届学弟学妹眼里「三班本来就有的办法」——也就是说，它会变成一小块化石。课本里的大化石和班级本子里的小

化石，是同一种东西在不同尺度上的样子：都曾经发生过，都会被压实，也都可以被重新打开。

把这一章的三种看法并排放一放：

	知识在哪里	老师做什么	查什么	漏掉什么
装（统一派）	现成地在课本里	搬进孩子脑子	原样不原样	孩子之间的改写；课本的来路
挖（散开派）	现成地在孩子身上	让开，等它冒出来	投入不投入	孩子之间的接力；课本可以复活
发生	在班级这个场里发生，再压实成化石	打开化石、退到旁边、把长出来的记下来	有没有在别人那里变了形、被认出	——这是本书要接着检验的

表的最后一格空着，是故意的。发生的看法漏掉什么，不该由提出它的人自己说了算，要交给后面的章节、交给读者自己的班级去检验。

这就是为什么两位老师的争论摆不出去。她们吵的是现在：现在该装还是该挖。可知识的事情，不是只在「现在」里的事。它有生，有长，有死，有压实，有被重新打开。看不见这条时间线，就只能在「此刻该偏向哪一头」上来回摆。

第二编要从这里接着走。它要回答三个问题：统一的那一套，什么时候撑不住？撑不住以后班里会发生什么？死掉的究竟是什么？先说一句结论：死的不是班级，也不是公共知识，而是「同」的旧方式。统一性的死亡不是灾难，是复活的前提；但这种死亡必须有看得见的界线，不能靠感觉，也不能拿来当借口。

回到那天晚上的走廊。一诺妈妈和赵磊爸爸在楼梯口一个往左、一个往右。按照这一章的说法，他们其实站在同一块地上：一个觉得知识在题里，一个觉得知识在孩子身上，都没想过，知识也可以在孩子们之间长出来——比如长在一诺和赵磊之间。这句话现在还只是一个设想，要到第 11 章那堂课上，才会有一样东西真的长出来，并且有了两个孩子的名字。

带走的话

- **统一派把知识当成课本里现成的、等着装；散开派把知识当成孩子心里现成的、等着挖。两派都站在发现学上。**
- **两派吵的是「宝藏埋在哪里」，不是「宝藏怎么来的」，所以钟摆总在两头摆。**
- **两派共同漏掉的第三者，是班级这个场：知识在三界缠到一起的地方发生。**
- **两派还共同漏掉了时间：课本自己也是发生出来、又死去压实的化石。**
- **统一不是多样的对立面，而是上一轮发生留下的化石。**

小　账

本章的承重说法：统一派与散开派共用「知识是现成的」这一发现学预设；班里有一类新知识既不来自课本、也不来自某个孩子，只在班级这个场里发生。

在什么局面下算错：如果仔细追查一个班一学期里出现的新办法、新解法，发现它们几乎全都能原样追到课本或某一个孩子原先已有的想法，找不出在孩子们之间顶撞、改写后才出现的东西，本章就错了。

明天可以试的一件小事

下次两个孩子对同一道题给出不同的办法时，先别判对错，问他们一句：「你们俩的办法，能不能合出一个你们俩原来都没有的办法？」把合出来的东西（如果有）写在黑板角上，注上两个人的名字。

◆



第　二　编

统一性之死：化石、阈值与混沌

导　语

统一性不是多样性的对立面，而是上一轮谱系死后的化石。

这句话要先放在这一编的门口。第一编里，我们看过整齐的早读、四十八份一样的笔记、隔壁班热闹的「自由日」，也看过两位老师在教研会上吵架：一个说先打基础，一个说尊重兴趣。两边吵得认真，却站在同一块地上——都把知识当成现成的东西，一个往里装，一个往外挖。

这一编换一个看法。课本里那些整齐划一的知识，不是天上掉下来的「统一」，而是从前某一群人吵过、试过、改过，最后压实了的东西。它曾经活过，后来死了，留下了形状，抹掉了来路。

所以统一性会死，不奇怪；它本来就是一次死亡的结果。死亡也不是灾难，它是复活的前提。但死亡不能凭感觉宣布，要有看得见的界线：第 5 章说清楚化石是什么、怎样才算复活；第 6 章给出统一性撑不住的四个信号；第 7 章说死去之后那段乱哄哄的日子里，班级靠什么接住自己。

05

第 5 章

公共知识是化石：课本里的每一行都曾是谁的「我的知识」

星期二上午第三节，数学课。许老师在黑板上写下 $a^2 + b^2 = c^2$，转身说：「这就是勾股定理，直角三角形两条直角边的平方和，等于斜边的平方。」

前排的陈一诺已经在本子上抄好了，字很工整。她预习过，书页边上还有一行小字：这个定理在西方叫毕达哥拉斯定理。

后排传来一声：「凭什么？」

是赵磊。他靠在椅背上，手里转着一支笔。「谁定的？凭什么两个平方一加就等于第三个平方？三角形又不会说话。」

有几个人笑了。按往年，许老师会说「这是定理，课本上有证明，下课把证明背熟」，然后接着讲例题。她带了八年班，这一课讲了八遍，每一遍的板书几乎一样。

这一次她停了一下。她发现自己答不上来的，不是「凭什么成立」——证明她会——而是「谁定的」。她只知道书页边上那个外国名字，不知道这一行字当初是从哪里来的、是为了解决什么麻烦才被人想出来的。

那天晚上她查了不少资料。第二天，她没有讲例题，而是在黑板上画了三条线。

> **这一章的问题**
>
> 课本里那些「全班必须一样」的知识，原本是什么？它们还能不能在一个班里重新活一次？

◆ 5.1　勾股定理曾经是一场争论

许老师在黑板上画的三条线，分别写着：中国、古希腊、古印度。

她先讲第一条。在中国古代的算书里，勾股的说法很早就有了。古人要测量——山有多高、河有多宽、太阳离地多远——这些长度没法拿尺子直接去量。于是他们想办法：立一根杆子，看影子多长，用直角三角形里两条边去推第三条边。直角边叫「勾」和「股」，斜边叫「弦」。后来有人画了一张图，四个一样的直角三角形围着一个方块拼在一起，把图形割开、挪动、补齐，让人一眼看出：两个小正方形的面积，正好补成那个大正方形。

「他们的麻烦是，」许老师说，「要知道的长度够不着。」

第二条线，古希腊。传说毕达哥拉斯那一派人很早就知道这个关系，但古希腊人不满足于「量出来差不多」。他们要的是证明：从几条大家都认的前提出发，一步一步推，每一步都不许靠眼睛、不许靠尺子。后来有一本几何书把这套推法整理得很完整，一代一代传下来。传说中还有一个插曲：用这个关系去算一个正方形的对角线，算出来的长度怎么也写不成两个整数的比，这件事让当时一些人非常不安。

「他们的麻烦是，」许老师说，「看着对的东西，凭什么一定对？」

第三条线，古印度。古印度人修祭坛，祭坛的形状和大小都有严格的规矩。有时候要把一个方形祭坛改大一倍，或者把两个方形祭坛合成一个，面积不能多也不能少。他们手里没有我们今天的公式，只有绳子和木桩。绳子拉出来的直角、绳子量出来的对角线，就是他们的办法。

「他们的麻烦是，」许老师说，「形状变了，面积要守住。」

讲完这三条，教室里有一阵很少见的安静。

以上三条来路，许老师讲的只是大意。哪一条更早、谁影响了谁，历史学家之间还有不同的说法，她也照实告诉学生：这些细节我们今天不在课上争。她要孩子们看见的只有一件事：同一行 $a^2 + b^2 = c^2$，在三个地方，是被三种不一样的麻烦逼出来的。

赵磊先开口：「那就是说，这个公式不是谁规定的，是有人被难住了，才想出来的？」

「是。」

「三拨人被难住的地方还不一样？」

「不一样。一拨人是够不着，一拨人是不放心，一拨人是要守住面积。」

陈一诺举手。她问得很认真：「老师，那考试的时候，我们写哪一种？」

全班笑了，许老师也笑了。这个问题一点都不傻。它正好说明了一件事：在一诺心里，知识的样子就是「考试时写下来的那一行」。来路从来不在她的答卷上，所以她从来没问过来路。

那天课上还有两个小插曲。转学来的林朵说，她老家的木匠师傅搭屋架时，会在两根木头上各量一段、再量它们的端点之间，看合不合某个数，合了才算方正。她说不清那是不是勾股定理，只记得师傅嘴里念着一串数。许老师没有当场判她对不对，只说：「这像是第三条线上的绳子。你回去能问清楚那串数是多少吗？」林朵点头，在本子上记了一笔。

另一个插曲是一个平时很少说话的男生，下课时悄悄问许老师：「那我们现在学的别的公式，也都是有人被难住了才有的吗？」许老师说是。他想了一会儿，说：「那我以前觉得自己笨，是不是因为我只看到了答案，没看到人家也被难住过？」

这个问题，许老师后来想了很久。一个孩子背不下公式，常常被说成笨；可如果他知道这行字背后也有人卡了很多年、吵了很多回，他就会明白，卡住不是笨，卡住正是知识开始的地方。化石把卡住的那一段磨掉了，于是孩子只看见了别人轻巧的结论，和自己沉重的卡住。

这里有一个很普通、却很少有人停下来想的事实：课本里的每一行字，都曾经是某个人、某一群人的「我的知识」。它们当初不是结论，是一个人卡在一个地方，左试右试，跟别人吵，被别人改，最后才长出来的东西。一个想法从「我的」变成「我们的」，要经过很多人的认可、修改、合并；等它被写进课本，变

成全国几百万个初二学生都要会的一行，它身上那些吵过、错过、改过的痕迹，就都被磨掉了。

磨掉不是坏事。正因为磨掉了，它才能轻巧地传给每一个孩子，不用每个人都把古人走过的弯路再走一遍。这是第一编讲过的统一的功劳。

可磨掉也有代价。一行字一旦没了来路，孩子拿到手的，就只剩下一个形状——像一块化石。化石保住了生物当年的样子：骨头怎么长、牙齿怎么排，一清二楚。但它不会动、不会吃、不会再长。它当年是怎样在泥水里挣扎、怎样跟别的生物抢食，化石不告诉你。

公共知识就是这样的化石。它是上一轮谱系死后压实的样子：上一轮里，很多人的「我的知识」碰在一起、改来改去、认来认去，最后合成了一条，被压进了课本；压进去的那一刻，这一轮谱系就结束了，来路被抹掉，只剩下结论。

用这本书的话说，课本属于教室里的理念界（就是那些已经写定、谁都可以照着学的知识），课桌、课时、试卷属于现实界，每个孩子带进教室的那一份经验属于自我界。化石就躺在理念界里。它不会自己从课本里走出来，要有人去叫醒它。

那天下课，赵磊没有像往常一样第一个冲出去。他在黑板前站了一会儿，看着那张拼补的图，自言自语：「够不着的长度……那修车的时候，车架斜梁的长度也是这样算的吧？」

这句话很轻，旁边只有苏小禾听见了。她没说话，回到座位上，在草稿本上画了一个自行车架。

◆ 5.2　化石的两种用法

一块化石放在孩子面前，大致只有两种用法。

第一种用法：背化石。　结论出现，来路抹掉。老师写下公式，学生抄下来，背熟，刷题，考试时写对。陈一诺就是这种用法的高手。她能在三秒钟里说出勾股定理的内容，能在五分钟里做完十道勾股的计算题，正确率很高。

但你问她：「这个定理当初是为了解决什么？」她说不出来。再问：「如果没有这个定理，你会怎么办？」她会愣住。不是她笨，是她拿到手的从来就只有化石本身，没有化石活着时候的样子。

背化石有它的用处。底座里那些必须全班一样的东西，比如符号怎么写、斜边指的是哪条边，本来就该背。问题在于，一个班如果对每一块化石都只有这一种用法，教室里就不会有任何一样新知识在发生。四十八个孩子拿到的是同一块化石，交回去的也是同一块化石。中间什么也没长。

第二种用法：复活化石。 把一条公共知识当初回答的那个「对不上」重新打开，让它在班里再长一次。

「对不上」是这本书里一个很要紧的白话词。它指的是：两样东西放在一起，合不拢。够不着的长度和必须知道的长度，合不拢；看着对和凭什么一定对，合不拢；变了的形状和要守住的面积，合不拢。每一条公共知识当初都是为了把某一处「对不上」合拢，才被人想出来的。复活，就是让孩子重新站到那个合不拢的地方，再合一次。

可是「再合一次」，很容易被误会成「让孩子再发现一次」。所以这里必须把判据说死。一条化石算不算复活，看两条，缺一条都不算：

第一条，**能说出它当初回答的是哪一个矛盾。** 不是背出公式的内容，而是说出它是被什么麻烦逼出来的。赵磊那天说出的「够不着的长度」，就过了这一条。

第二条，**在班里长出至少一枝原化石里没有的东西，并且被写回底座。** 也就是说，复活之后，这块化石身上要冒出一根新枝；这根新枝是课本里没有的，是这个班自己长出来的；长出来以后，它不能只留在某个孩子的草稿本上，要记进全班都看得见、都认得的地方，比如《班级定理册》。这里说的「写回底座」，第一步是先进本班的公共层——《班级定理册》《班级词典》这样全班共有的册子；底座本身在这一轮里不改，这一点 5.3 节末尾会说清楚。

第一条管「打开」，第二条管「长出」。只打开不长出，是一堂好听的数学史课；只长出不打开，是一道有趣的拓展题。两条都过，才是复活。

许老师那个星期就碰到了第二条。

讲完三条来路的第三天，体育课。马骁腿受过伤，不能跑，照例在场边记分。他看着同学们沿着操场的直角边跑过去、再拐弯，忽然问旁边的苏小禾：「要是能斜着穿过去，能少跑多少？」

这个问题被带回了数学课。许老师没有直接给答案，而是把它放回黑板上：这是古人那种「够不着」的麻烦吗？不是。斜边的长度现在够得着，量一量就知道。那它是什么麻烦？

孩子们吵了一阵，慢慢吵明白了：马骁要的不是斜边多长，而是「两条直角边加起来」和「斜边」之间差多少——也就是斜着穿能省多少。这是课本里那一行公式没问过的问题。

接下来的两节课，班里分成几拨人。有人用公式一个一个算：三和四，斜边五，省二；六和八，斜边十，省四。马骁把结果排成一张表，他最会这个。苏小禾在草稿本上画了一排直角三角形，一个比一个「胖」，从细长的画到两边一样长的。赵磊在一旁看着她的图，说了一句：「两边差得越多，斜着走越不划算；两边一样长的时候，省得最多。」

大家拿数去试，果然如此。按省下的路占两条直角边总长的比例算，两条直角边一样长的时候，斜着走能省下将近三成的路；一边很长、一边很短的时候，斜着走几乎省不了什么，因为斜边差不多就等于那条长边。

这条「斜穿省路」的规律，课本里没有。勾股定理那块化石里，只有三条边的关系，没有「省多少」这个问题，更没有「两边一样长时省得最多」这个结论。它是从勾股定理这块化石的「根」上，在初二（3）班长出来的一根新枝。

许老师让马骁和苏小禾把它写进《班级定理册》。条目底下标明：从勾股定理长出；问题来自马骁在体育课上的「少跑多少」；苏小禾的一排三角形图让大家看出了「越胖越省」；赵磊说出了那句规律。马骁看了条目，指着苏小禾那一

行说：「对，我那张表只有数，是她的图让人看出往哪边变。」苏小禾也指着马骁那一行：「我是照着他表里那几组数画的。」

两条判据，都过了。它当初回答的矛盾说得出来——够不着的长度；它在班里长出了一枝原化石里没有的东西，而且写回了全班都认得的那本册子。

到这里，有四个早就有人说过的道理，必须跟这本书讲的「复活」划清界线。不划清，读者会觉得这一章只是把老话换了个说法。

第一个是胡塞尔。这位哲学家晚年写过一篇谈几何学起源的短文，大意是：几何最初是某些人亲身做出来的意义，一代代传下去以后，那份意义一层层沉到字和符号底下，后人只会照着用，他把这叫「沉积」；后人如果肯回头，把当初那一步亲自重新做一遍，让原来的意义再亮起来，他把这叫「重新激活」。这个说法和本书的「化石」靠得很近——沉积，就是来路被压进了字里。而且他举的偏偏也是几何。

但重新激活要的，是把当初那份原初意义原样找回来：做得越像当初，越算成功。复活不以「像当初」为成功。马骁的「少跑多少」，当初测高望远的人、要证明的人、修祭坛的人，谁都没有问过；它不是把原初意义找回来，而是在原来的意义旁边长出一枝新的。重新激活走回源头，复活从源头再往外长一截，而且长出的那一截要回到全班。

第二个是怀特海。这位哲学家谈教育时提醒过：学校里最该提防的是「惰性观念」——只被装进脑子、既不拿来用、也不拿来检验、更不跟别的想法重新组合的观念。陈一诺三秒钟背出的勾股定理，在她心里多半就是这样一个惰性观念。这个诊断很准，和本书说的「背化石」几乎是一回事。但怀特海做的主要是诊断：他说出了观念在一个人头脑里会僵死，要让它用起来；本书多问一步——观念活过来之后长出的那一枝，原主和借用的人认不认得，有没有回到全班的公共层。一个孩子可以把勾股定理用得很活，却没有一枝回到班里；在怀特海那里，这已经不算惰性了，在本书这里，复活还没有完成。

第三个是库恩。他研究科学史时指出过一件事：教科书为了把知识讲得干净，会把科学当初的争吵、走过的弯路、被抛弃的想法统统删掉，让人以为科学

是一条直线一路走到今天的。这个诊断很准，和本书说的「化石抹掉了来路」是同一件事。但库恩做的是诊断。他说出了来路被抹掉，没有说一个班怎样把来路重新打开，更没有说打开之后要长出什么。本书多出来的，正是诊断之后的那一步：复活。

第四个是弗赖登塔尔。这位数学教育家主张「引导再创造」：不要把现成的数学直接塞给孩子，要让孩子在老师的引导下，像当年的数学家一样，把数学重新创造一遍。这个主张对很多老师有过启发，许老师也读过。它和复活很像，都是把孩子领回化石当初活着的地方。

但两者有一处根本的不同。引导再创造是重走老路，走到同一个终点：老师心里早就知道终点是 $a^2 + b^2 = c^2$，引导的全部功夫，就是让孩子「自己」走到这一行。走到了，就算成功。复活是重开老路，走到不同的终点：打开勾股定理当初的「对不上」之后，班里走到的是「斜穿省路」——一个原来的终点里没有的地方。而且，复活不止于走到，还要把新长出来的那一枝写回全班的底座。

用一张表放在一起看，会清楚一些：

做法	来路	终点	有没有写回
背化石	抹掉	课本里那一行	不需要
怀特海、库恩式诊断	指出观念僵了、来路被抹了	不处理	不处理
胡塞尔式重新激活	回到源头重做一遍	原初意义原样再现	不要求
引导再创造	重走一遍	和课本同一个终点	不要求
复活	重新打开	至少一枝课本里没有的新终点	必须写回（先进本班公共层）

这张表不是说前几种没用。背化石是底座的必需；怀特海和库恩的诊断让我们看见了问题；胡塞尔提醒我们，字底下压着当初的一次亲手去做；引导再创造让很多孩子第一次尝到「数学是可以自己想出来的」那种滋味。本书只是在它们之外，多要求了一件事：这个班自己长出一点东西，并且全班都认得它从哪里来。

许老师自己也有过一次没过关的。勾股定理之后没多久，她想如法炮制，讲平方差公式时也先讲了一段来路：古人怎样用割补正方形的办法看出两个平方相减的道理。孩子们听得很入神，下课还有人说「原来公式都是拼图拼出来的」。可是那一周过去，班里没有任何人在这个公式上多问出一个问题，定理册里也没有添一个字。

她在备课本上记了一笔：这次只过了第一关。来路打开了，枝没长出来。

为什么没长出来？她回头去想，发现差别在一个地方。勾股定理那次，马骁的「少跑多少」是孩子自己带进来的麻烦，是他在操场边上真的碰到的「对不上」；平方差那次，所有的麻烦都是她从书上搬来的，孩子们只是听众。来路讲得再好，也是别人的来路。化石要在一个班里复活，最后总得接上这个班里某个孩子自己的那一份经验——赵磊的车架、马骁的跑道、苏小禾的草稿本。接不上，打开的就只是一扇展览馆的门。

这也解释了陈一诺那句「考试写哪一种」为什么不傻。对她来说，化石从来没有接上过她自己的任何东西，她当然只能把它当成考试时要写的那一行。后来在「斜穿省路」那两节课上，一诺一开始也只是在旁边帮马骁核对计算。核着核着，她问了一句：「那如果不是直角，是钝角的路口呢？」这个问题那一周没人答得出，许老师让她先写在定理册最后一页的「还没长出来」一栏里。一诺看着自己的名字写在一个没有答案的问题旁边，脸有点红，又有点高兴。那是她第一次在课本之外，留下一个属于她自己的问号。

还要补一句。复活不是每一块化石都要做，也不是每一节课都要做。一学期能把两三块化石真正复活，在班里留下几枝写进定理册的新东西，已经很了不起了。贪多，反而会把「复活」做成另一种热闹——每节课都讲一段历史，每节课都问一句「你还能想到什么」，最后什么也没写回去。

◆ 5.3　根与底座：化石的两个部分

讲到这里，一定会有老师担心：如果每一块化石都要重新打开，那班级还要不要统一？斜边的定义要不要大家一样？$a^2 + b^2 = c^2$ 这一行要不要人人会写？考试的时候，总不能各写各的吧？

这个担心是对的。所以这一节要把一块化石拆成两个部分看：一部分叫**底座**，一部分叫**根**。这两个词在本书里各有所指，不混用。

底座，是必须全班一样、这一轮不复活的那一层。它很薄：定义、符号、安全、诚信、不欺凌。在勾股定理这一课里，底座就是：什么叫直角三角形，哪条边叫斜边，$a^2 + b^2 = c^2$ 这个关系本身，以及用它算出来的结论必须对。这些东西，许老师不会拿出来让大家「各自理解」。斜边就是斜边，写错了就是错了。底座零容忍。

根，是这一轮被拿出来复活、用来长枝的那一部分化石。在勾股定理这一课里，许老师选的根是「够不着的长度怎样算出来」这个当初的麻烦，以及「三条边之间的关系还能问出什么」。根是要打开的，是允许各人往不同方向长的。马骁的「少跑多少」、苏小禾的一排三角形、赵磊那句「越胖越省」，都是从这个根上长出来的枝。

一块化石，通常同时含着这两部分。拿乘法口诀来说，口诀本身是底座，人人要背；但「为什么九九八十一要排成这样一张表」「换一种排法会怎样」，可以是根。拿标点符号来说，句号和逗号怎么用是底座；但「同一句话换一个标点，意思怎样变」，可以是根。

区分这两部分，要紧的不是概念，而是一个判断：**统一性的病，不在有底座，在把整块化石都当成底座。**

许老师过去八年的勾股定理课，问题就出在这里。她不是没有底座，她的底座很牢。她的问题是，她把整块勾股定理都当成了底座：定义要背，公式要背，证明要背，例题要按标准步骤写，连「为什么」都有一个标准说法要背。整块化

石都是底座，就没有一个地方是根，也就没有一个地方能长枝。四十八个孩子手里，是四十八块一模一样的化石。

反过来也一样危险。第一编里隔壁班王老师的「自由日」，问题出在另一头：他几乎把整块化石都当成了根，什么都可以各自理解、各自来，连底座都松了。底座一松，孩子们连「斜边是哪一条」都说不一样，枝就没有地方扎下去，长出来的东西也没法互相认得——你说的斜边和我说的斜边不是同一条边，我怎么认出你那一枝是从我这里长出去的？

所以底座要薄，但不能没有。它薄，根才有地方露出来；它在，枝才长在同一片地上，彼此认得出。

那么，备课时怎样分哪一层是底座、哪一块是根？许老师后来给自己定了两个很土的问题，每一课都拿来问一遍。

第一个问题：**这一处要是各人不一样，后面还能不能接着说话？** 斜边要是有人指这条、有人指那条，全班连题目都没法一起读，后面什么都谈不上。这种地方，是底座。

第二个问题：**这一处换一条路走，结论还对不对？** 勾股定理的证明，可以割补，可以推理，可以用绳子量着试，走哪条路，$a^2 + b^2 = c^2$ 都还在。这种「路可以不同、终点还守得住」的地方，就有可能做根。

两个问题都不难，难的是老实回答。很多老师——包括过去八年的许老师——会下意识地把第二类也划进第一类，理由是「怕学生乱」「怕考试丢分」。怕是真实的，但它的代价是整块化石都被焊死在底座上。许老师的办法是，凡是想划进底座的东西，先问自己一句：我把它划进去，是因为不一样就没法说话，还是因为不一样我不放心？前一种留下，后一种拿出来当根试一试。

还有一点要说清楚：根不是由孩子们投票选的，也不是越多越好。一节课、一个单元，老师选一处根就够了。选根是老师的活，长枝才是孩子们的活。第 26 章会专门讲怎样选一个好根，这里只说一句：好根往往藏在课本里那一行最

理所当然的字后面——越是没人问「凭什么」的地方，越可能压着一个当年很大的「对不上」。

底座和根分开，还有一个好处，过去很少有人提：它让「统一」不再是老师一个人扛。底座既然很薄、很清楚，全班都知道哪几条是碰不得的，就可以互相看着守，不用老师每天盯着每一行笔记。老师省下来的力气，正好用来照看根上那几枝刚冒头的东西。

这里还有一个容易绕晕的地方，顺手说清。前面讲复活的第二条判据时说，新长出来的一枝要「写回底座」。底座不是不复活吗，怎么又往里写东西？

意思是这样的：底座这一轮不打开、不复活，这一点不变；但这一轮长出来的新枝，可以被全班认下来，记进全班共有的地方。「斜穿省路」写进《班级定理册》之后，全班都知道有这么一条、知道它从哪里来、知道它经过了谁。全班一样的，是对这一条的认得；不是说从此以后人人都必须用它来解题。它进的是本班的公共层，不是全班的规定动作，也还不是底座本身。等到许多轮之后，班里这样的条目越积越多、越来越像，到了饱和、全班一起合谱的时候，它们才会被压实，成为下一轮最薄的底座——也就是下一轮的化石。

这样看，化石、根、枝、底座就连成了一圈：上一轮死后留下化石；这一轮从化石里拿出一部分作根，复活它，长出枝；枝被认出来，先写进本班的公共层；公共层里的条目到饱和合谱时压实成新的底座，底座在很多轮之后又成了化石，交给下一届。课本里的勾股定理，就是很久以前某一轮压实后的化石；初二（3）班的「斜穿省路」，如果有一天被下一届孩子当作理所当然的东西来背，它也成了化石。

这就是「统一」和「多样」在一条生命里的位置。统一是死去的谱系，多样是复活的谱系。它们不是两派观点，非得找第三个视角来调和；它们是同一条生命的两个时相，一个在前，一个在后。许老师不用在「先打基础」和「尊重兴趣」之间选边。她要做的，是每一课都分清楚：哪一层是底座，守住；哪一块是根，打开。

那个学期结束时，许老师在自己的备课本上，把勾股定理那一页重新写了一遍。最上面一行，她写的不是公式，而是三个「对不上」：够不着、不放心、守面积。底下一行，用红笔写着：底座——定义、符号、结论必须对。再底下一行，用蓝笔写着：根——这一轮打开「够不着」。最下面空着几行，留给明年的那一班孩子去长。

带走的话

- **课本里的每一行，都曾经是谁的「我的知识」；它被压实成公共知识时，来路被磨掉了，只剩下形状。这就是化石。**
- **复活一块化石，要过两关：说得出它当初回答的是哪一个「对不上」；在班里长出至少一枝原来没有的东西，并写回全班认得的地方。**
- **引导再创造是重走老路到同一个终点；复活是重开老路到不同的终点。**
- **化石分两部分：底座守住，根打开。统一性的病不在有底座，在把整块化石都当底座。**
- **统一是死去的谱系，多样是复活的谱系，它们是同一条生命的两个时相，不必调和。**

小　账

本章承重说法：公共知识不是要重新发现的结论，而是要复活的化石；复活以「说出当初的矛盾」和「长出一枝原化石没有、并写回底座的新东西」两条为判据。

在什么局面下算错：如果一个班长期认真做「复活」，却始终长不出课本里没有、又被全班认下的新枝，或者长出的新枝与「只重走老路到同一终点」的班在留存、迁移上毫无差别，本章就错了。

明天可以试的一件小事

挑明天要讲的一条公式或定义，上课前先用一句话写下它当初是被什么麻烦逼出来的；上课时把这句话讲给学生听，再在黑板角落留一小块地方，写上「这条还能问出什么」，看一周里有没有孩子往那里添东西。

◆

06

第 6 章

阈值：统一性在什么时候撑不住

那学期的一个周一，早上七点五十，许老师把四十八本数学作业摊在办公桌上，一本一本往下翻。翻到第九本，她停住了。第三题第二步，一个不该出现的错：把「两边同乘以负数」后的不等号方向写反了。这个错本身不稀奇，稀奇的是它的样子——同一个位置，同一个数字，连划掉重写的那一道斜线都歪向同一边。她接着往下翻，三十一本，一模一样。

她没有生气，先是有点发愣。上个月也有过类似的情况，那时是十几本，她在班上讲了一通诚信，罚了抄写，第二周就好了。这一次是三十一本。

课间，她去教室门口问班长陈一诺：下周班委改选，有谁报名？一诺低着头说：「老师，没人报。上回的学习委员说她不干了，体育委员也说不干了。」许老师问为什么，一诺想了半天，说：「大家觉得当了也就是收作业、记名字。」

中午，她在食堂打开手机，班级家长群里有一百多条未读。最早一条是前一天晚上十一点四十，一诺妈妈发的：「作业量明显不够，孩子九点就写完了，别的班都在刷题。」十二点过后，有家长回：「我家孩子写到十一点还没写完，同一个步骤错了三遍，老师讲的方法他就是用不来。」再后来，赵磊爸爸发了一句「孩子开心就好嘛」，下面一下子炸开了。一直吵到凌晨一点多。

晚上，许老师打开自己的单元测验登记表。那是一种她教了八年的题型：一元一次不等式，统一的五步解法，第一步去分母，第二步去括号，一直到第五步系数化为一。她讲过、练过、测过。第一次测验，这一题全班错了九个人；第二次，十四个；这一次，十九个。

她在登记表边上写了四个字：「撑不住了？」又划掉，改成一个问号。

这一章的问题

统一性什么时候算真的撑不住了？靠什么判断——是靠老师心里发慌，还是靠班里看得见的东西？

◆ 6.1　别急着泄压

许老师手里有一套用了八年的「灭火三件套」。作业抄了，查作业、罚抄写、在班上讲诚信；班干部没人当，就指定，谈话，许一点好处；家长群吵起来，她第二天一早发一段长消息，先感谢各位家长关心，再说明作业设计的道理，最后请大家「相信学校、相信老师」。三件套很好用，每一次都能让事情在一周之内安静下来。

这一次，她坐在办公桌前，突然想起一件小事。她家厨房水槽下面那根水管，三年前开始渗水。她丈夫每次发现，就拿防水胶布缠一圈。缠一圈，好半年；再渗，再缠一圈。到第三年，水管外面裹了厚厚一层胶布，像个粗粗的木棍。直到有一天整根爆开，水淌了一地，才请人来换了一根新管。换的那天，师傅说了一句很朴素的话：这管子早就该换了，胶布缠得太好，你们就一直没发现它已经不行了。

胶布不是坏东西。漏水那一刻，缠一圈是对的，地板要保住，柜子要保住。可是胶布缠得越及时，越没人看见这根管子已经到了头。

班级的统一性也是这样。统一的作业、统一的步骤、统一的排名，这些都是一根「管子」。它曾经很好用，第 1 章说过，统一给了安全感、可预期和效率，弱一点的孩子被托住。可是当它开始到处渗水，老师的每一次及时调和，都是在缠一圈胶布。第 3 章讲过那位每次冲突都开班会「摆平」的班主任，三年里班级一点没变；这里只说一句：调和本身不是错，错在调和成了唯一的动作，旧框架就永远死不了。

为什么说「死不了」是个问题？因为按 SDE 的看法，一个旧框架里积下的矛盾，是解不开的，只能换掉。本书指导老师王德生说过这样一句话：「用 SDE 来『解决矛盾』，即让两个视角的矛盾冲突积累到冲破阈值，引发三视角

死亡，然后进入混沌，自组织和涌现，产生新的三视角。」放到班里说，就是第6、7两章的全部内容：班级的统一性和多样性两头顶着，冲突一点点积累；积累到一个界线，统一的那种「同」撑不住了，死掉；死掉之后，班里乱一阵；乱中有人自己凑到一起，长出新东西；新东西如果来路认得清、又被大家认下，班级就有了一种新的「同」。王德生老师对班级说得更直接：「班级的统一性和多样性的矛盾，积累冲突，到达统一性的死亡，出现『同一性谱系』。」

这里的关键字是「积累」。积累不是坏事堆在一起，而是两股力在同一个地方越顶越紧。一股力是要大家一起把同一件事做对、做成——比如全班都要会解不等式；另一股力是每个孩子各有各的脑子、各有各的来路——有的孩子用图、有的孩子用口诀、有的孩子根本不明白为什么要先去分母。前一股力要「拧成一股」，后一股力要「各走各的」。这两股力在统一的五步解法上顶住了，越顶越紧。按本书的推荐写法，积累这一段主要由创造律在推——那股要众人把力气拧进同一个解的张力；混沌那一段由自由律放开；涌现收场靠幸福律（三律在这条链上怎样分工，第12章细说）。

为什么调和越及时，旧框架越死不了？用SDE的话说一句，再用大白话说一遍。SDE说，班里看得见的知识样子（S1，对比·变化·分布），是由拉动班级的几股力（D1，意义三律）和班级所在的几层世界（E1，三界：课本里的公共知识、课桌课时试卷这些实物、每个孩子自己带来的那一份）纠缠出来的。三视角只在S1里挪动：换个角度看、换个分档、换个分布，都是在「看」上做文章。挪一挪，矛盾缓下来了，可是拉动班级的那几股力没动，班级所在的那几层世界也没动，所以过一阵，矛盾原样回来。

大白话说：调和像是把吵架的两个孩子分开坐。分开坐当天就不吵了，这是好事；可是他们为什么吵、吵的那件事背后是谁的办法对不上谁的办法，分开坐一点都没碰到。下个月换了座位，他们又吵起来。老师每一次分开得越快，两个孩子越没有机会把「对不上」摊开来看。积累不到一定程度，就永远到不了那个非换不可的界线。

还有一层更隐蔽的。及时调和会把信号藏起来。三件套里的「指定班干部」，让「没人愿当」这个信号消失了——班干部有了，名单是满的，可是愿不愿当这件事被盖住了。「全班罚抄」让「抄成一片」暂时消失了——下一周作业又齐了，可是为什么宁愿抄这件事被盖住了。一个老师如果每一次都及时把信号压下去，她就永远读不到自己的班已经走到了哪里。这不是老师不负责，恰恰是太负责，负责到连警报都替孩子关掉了。

所以「别急着泄压」，不是叫老师袖手旁观，而是叫老师先分清两件事：哪些是该马上处理的漏水，哪些是管子本身到了头的信号。

马上处理的，是伤人的事。有孩子被嘲笑、被孤立、被拍照发群里取笑；有孩子数据造假、抄袭被当场发现；有孩子安全出了问题。这些属于底座，第 10 章会专门讲——底座零容忍，一分钟都不等。不能拿「我在等阈值」当理由，看着一个孩子受欺负。

可以先不急着压下去的，是框架本身发出的声音。三十一本作业错在同一个地方，这件事要管，管的是诚信，抄的人要一个一个说清楚、重做；可是「抄成一片」这件事本身要读，读的是框架——为什么三十一个孩子宁愿抄，也不愿意自己走一遍那五步？没人愿当班干部，这件事不必硬派人顶上，而要读一读：班干部这个位置，在现在的班里还剩下什么意思？

许老师那一周第一次没有用三件套。她只做了一件事：把这些声音一条条记下来。

有人会问：万一等出问题来怎么办？这个担心是对的。所以「别急着泄压」有一个前提——要有一把看得见的尺子，知道什么时候算撑不住了，什么时候还只是一阵风。没有这把尺子，「等」就会变成拖，「守望」就会变成放任。下一节讲这把尺子。

◆ 6.2　阈值的四个可观测信号

「阈值」这个词听着玄，意思很普通。烧水，水温一度一度往上升，看起来没什么变化，到了一百度，突然整锅翻滚。一百度就是阈值。阈值之前，变化是一点一点的；过了阈值，整个样子变了。

班级的统一性也有它的一百度。本书给它定了四个看得见的信号。为什么非要看得见？因为老师的感觉不可靠。一个累了一周的老师，周五晚上会觉得「这个班完了」；一个刚被表扬过的老师，周一早上会觉得「一切都好」。感觉跟着老师的心情走，不跟着班级走。阈值要判得准，就得落到数得出来的东西上。

第一个信号：作业抄成一片。

一两个孩子抄作业，哪个班都有，那是个人的事。抄成一片，是班级的事。怎么数？不是去猜谁抄了，而是看「同样的错」。正确答案人人都一样，看不出什么；错得一模一样，才是抄的指纹。许老师那天数出来的，是三十一本作业在同一个位置有同一个错。

为什么这个信号说明统一性快撑不住了？因为统一作业的前提是：每个孩子都能走一遍同样的路。当一大半孩子宁愿照抄别人的结果，说明这条路在他们那里已经走不通，或者走通了也没有意义——他们知道老师要的是一个「样子」，而不是他们自己的那一步。作业成了交差的表格，统一的路只剩下统一的外壳。

第二个信号：班干部没人愿当。

班干部是统一性的「手」。收作业、记名字、管纪律、带早读，这些事都是在替统一框架维持秩序。当一个班的班干部还有人抢着当，说明孩子们还认这个框架，觉得在里面有位置、有意思。当改选没有人报名，或者现任的一个个辞职，说明这只手开始松了。

怎么数？很简单：改选时的报名人数，现任班干部主动请辞的人数，以及班干部的事务有多少次是老师自己顶上做的。许老师那周记下来的是：报名零人，请辞两人。

这里要提防一种误读。没人当班干部，不一定是孩子懒，也不一定是孩子不懂事。一诺那句「当了也就是收作业、记名字」说得很准：班干部的位置，在统一框架里只剩下替老师「看着大家一样」这一件事。孩子们不想做的，不是服务同学，而是当那个「一样」的看守。

第三个信号：统一步骤的题型，错误率不降反升。

这是四个信号里最硬的一个，因为它直接落在知识上。统一的步骤，本来就是为了让错误率降下来——讲一遍、练一遍、测一遍，错的人应该越来越少。如果同一种题型、同一种统一解法，练得越多错的人越多，说明这套步骤在一部分孩子那里不是在帮忙，而是在添乱。

许老师那张登记表上，一元一次不等式的统一五步解法，三次测验错的人数是九、十四、十九。她后来翻了翻错的那些卷子，发现一个现象：错的孩子，大多不是不会，而是「会」得太死。题目稍微换个样子，分母不在第一步出现，他们就卡住，硬要先去分母，结果越弄越乱。统一的五步，在他们那里成了一根不能弯的拐杖。

怎么数？挑一种老师用统一步骤教的题型，连续几次小测，把错的人数写下来，看它的走向。一次升高不算，可能是那次题目难；连续升高才算。

第四个信号：家长群深夜爆发。

家长群是班级的外沿。家长看不见课堂，只看得见孩子回家的样子：作业做多久、做得开不开心、考了多少名。当统一框架在孩子身上开始撑不住，孩子回家的样子就会变，家长的焦虑就会往群里涌。

为什么特别说「深夜」？因为白天的讨论通常是事务性的，问通知、问时间；深夜的爆发往往是攒了一天的情绪，而且常常是两派家长当面顶起来。一诺妈妈要统一管严、多刷题，赵磊爸爸说孩子开心就好，这两种声音平时各说各的，在深夜的群里会撞在一起。家长群里的两派，恰好是班级里统一和多样这两股力在家长身上的投影。

怎么数？不看谁说得对，只看几个数：晚上十点以后的消息条数，一周里有几个晚上出现这样的争吵，争吵是不是每次都落在「统一不统一」上——作业量统一不统一、标准严不严、要不要按成绩排座位。这里要说清楚：本书不评判任何一位家长，也不对任何一位家长的心情下判断；我们只数群里的消息，不去猜群里的人。

为什么是这四个？

细看这四个信号，它们落在三个不同的地方。作业抄成一片、统一步骤的错误率不降反升，落在知识上——孩子手里的那一份知识，在统一的路上走不动了。班干部没人愿当，落在班级自己的组织上——维持统一的那只手松了。家长群深夜爆发，落在班级的外沿——统一的压力从孩子身上一路传到了家里。三处各有一个窗口，彼此不太相干。如果只有一处亮，多半是那一处自己出了毛病：作业抄多了，也许只是这一周作业太难；班干部没人当，也许只是上一任班长跟大家闹了别扭。几处一起亮，说明出问题的不是某个角落，而是把这几处串在一起的那个东西——统一框架本身。这就是为什么本书不让任何一个信号单独说话。

四个信号要怎么合起来判？

一个信号单独出现，算不上阈值。期末复习周，作业多，抄的人多一点，正常；某次班委换届赶上运动会，没人报名，也正常；家长群里某天因为一次收费吵起来，跟统一性没有关系。所以判定有两条规矩。

第一条，要看几个信号同时出现。本书的推荐写法是：四个里同时出现三个，才算到了阈值；只出现两个，算预警，老师开始记录、开始留意，但还不算撑不住。

第二条，要看持续多久。一周的波动不算，连续三周都在，才算。水烧到九十九度会冒小泡，那不是开锅；连续翻滚才是。

（「三个信号、三周」这两个数，是我们先给的推荐值；不同学段、不同班额可能要调，但要在开始记之前定下来。）

还有一条排除法：如果某个信号明显来自一件外部的事——比如一场突发的停课、学校统一的活动周、一次收费通知——那一周这个信号不计。阈值读的是统一框架本身撑不住，不是读外面刮来的风。

为了让这四个信号可以每周记一笔，许老师自己画了一张小表，贴在她的教案本里：

信号	每周记什么	怎样算「亮」
作业抄成一片	同一处同一种错出现在几本作业里	超过全班三分之一
班干部没人愿当	报名人数、请辞人数、老师代做的次数	报名为零，或请辞两人以上
统一步骤错误率不降反升	同一题型连续小测的错误人数	连续两次上升
家长群深夜爆发	晚上十点后消息数、争吵晚数	一周两晚以上，且落在统一与否上

表里「怎样算亮」的那一栏，也是推荐值，每个班可以自己定，但要在开始记之前定，不能等事后凑。事后凑的尺子，量什么都对。

这张表只给班级自己看，给老师自己看。它不交给学校，不进任何考核，不拿来跟别的班比。一个班亮了三个信号，不说明这个班差，也不说明这个老师差；说明的只是：这一轮的统一性走到了它的一百度。把它拿去排名，它马上就会变成另一种统一的装置，孩子和老师都会学会把信号藏起来。

两种看错

有了尺子，还会看错。常见的看错有两种，方向相反。

第一种是「看不见」。信号其实亮了，老师读不出来。最常见的原因上一节说过：信号被调和压住了。班干部是老师指定的，名单上满满的，可那是老师代填的；作业是罚抄后交上来的，整整齐齐，可那是罚出来的齐。所以表里专门留了一栏「老师代做的次数」——老师替孩子做了多少本该由框架自己完成的事，

就是这个框架还剩下多少力气的反面读数。一个班如果靠老师一个人顶着才不亮灯，那它其实已经亮了。

第二种是「看太多」。信号没到，老师心里先急了，或者心里先盼着了。读到这里的老师，有的会生出一种冲动：既然阈值之后有新东西，那我是不是可以早一点把统一拆掉，让班级快一点「死」？这是本书最不愿意看到的误读。阈值是读出来的，不是造出来的。一个班的统一性还好好地托着孩子——作业各自做、班干部有人当、统一步骤的错误率在往下走、家长群安安静静——这时候老师去拆它，拆掉的不是一个到了头的框架，而是孩子们手里还用得着的拐杖。第1章说过，统一是现代班级了不起的发明，它不是本书的敌人。本书只说：每一轮统一都有它的一百度，到了就要认；没到，就好好用它。

两种看错，解药是同一个：事先定好尺子，按周记，记够了再判。不凭一个晚上的火气，也不凭一本书读完后的兴奋。

许老师记了三周。第一周，四个信号亮了三个；第二周，四个全亮；第三周，还是三个。她在表的下面写了一行字：「到了。」

◆ 6.3　老师的守望

到了阈值，意思不是「现在该老师出手了」，而恰恰是「现在最不该把旧的那一套重新拧紧」。可是这时候，压力往往从四面八方来。

许老师判定「到了」的那一周，年级组里要做一次例行的作业检查。检查看的是作业本整不整齐、批改全不全、订正有没有。年级组长方老师是个认真的人，他翻了几本初二（3）班的作业，皱起了眉头：「许老师，你们班最近的作业怎么回事？有的写了有的没写，格式五花八门。」

那一周，许老师刚刚宣布了一件事：统一的五步解法先不强制了，不等式那几道题，可以按你自己能讲清楚的办法做，但结论必须对，每一步必须能说出理由。作业本上自然就不整齐了。

按她过去的习惯，这时候最省事的做法是：当天就恢复统一格式，第二天的作业本又是整整齐齐的四十八份。检查过了，组长放心了，家长群也会安静一点。

她没有这么做。她跟方老师说了三件事。

第一件，她把那张贴在教案本里的小表给方老师看，告诉他这个班已经连续三周有三个以上的信号，原来那套统一的做法在这个班里已经「不灵」了，而不是她「不管」了。

第二件，她列出了这段时间照样一分不让的东西：数学的定义和符号必须写对，结论必须对；抄袭照样要一个个处理，抄的人要重做、要说清楚自己哪一步不会；课堂上不许有人嘲笑别人的做法；每个孩子的安全照常。这几条，就是第 5 章说过、第 10 章还要细讲的「底座」。

第三件，她请方老师给她三周时间，三周以后，她会把班里出现的新东西——如果有的话——拿给他看；如果三周里什么都没长出来，她会如实说，并且重新考虑。

方老师没有完全被说服，但他同意了。

这就是本书说的「守望」。守望有三个要点，缺一个就会滑到别的地方去。

第一，守望不是放任。放任是什么都不管，守望是有的管、有的不管，而且分得清楚。底座照常零容忍：概念用错要改，数据造假要追，抄袭要处理，欺凌要立即制止。守望期间，许老师处理的诚信问题一点没少，甚至更严了，因为她不再拿「全班罚抄」去冲淡每一个人的责任，而是一个一个谈。不管的，是统一的那一层外壳：统一的格式、统一的步骤、统一的进度。

第二，守望是看着，不是等着。许老师每天还是照常批作业，只是批的眼光变了。过去她只看「对不对、齐不齐」，现在她多看一样：有没有哪个孩子的做法跟别人不一样，而且讲得通？有没有哪个孩子用了别人的办法，又改了一点？这些东西她都记在本子上。她在等的不是事情自己平息，而是看有没有新东西冒头。

第三，守望有期限，期限之后要认账。许老师给方老师的三周，也是给她自己的。守望不能无限期，不能一直说「再等等就好了」。第 7 章会讲，如果死亡之后一段时间里，班里连一次谱系事件都没有出现，那就要老老实实承认：这一轮没有发生出来。守望要有一个看得见的终点，才不会变成拖。

守望的那几周，许老师自己是最难受的。班里比以前乱；有的家长私下打电话来问「是不是许老师不想管了」；一诺回家跟妈妈说「现在作业不知道该怎么写才算对」；她自己在讲台上，第一次觉得手里没有一根可以握的东西。八年来，统一的五步就是她手里那根东西——她讲得熟、批得快、查得清。放下它，她自己也乱了。

守望期间最难处理的，是家长群。过去她发的那种长消息，本质上是请家长「相信统一」。这一次她不能这么写了，因为她自己刚刚把统一的五步放下。她想了两个晚上，最后发了一段很短的话，只有三层意思。第一层，最近作业的格式会不一样，这是有意的，不是没人管。第二层，下面这几样东西照常一分不让：概念和结论必须对，抄袭要重做，不许有人嘲笑别人的做法，孩子的安全第一。第三层，三周后她会在群里说一说班里发生了什么，包括没发生什么。

这段话没有让群里马上安静。一诺妈妈第二天私下问她：「那考试怎么办，考试可是只认标准步骤的。」许老师如实说：考试的时候结论和关键步骤要写全，这一条她会教；但平时，她想先看看孩子们自己能走出什么路来。赵磊爸爸在群里发了个大拇指，又引来几句不太客气的回复。她没有去调停，只把那一晚的消息条数记进了表里。那一周，第四个信号仍然亮着。她知道自己没有把它关掉，也不打算去关。

守望的第二周，她在本子上记下了几样小东西，都还算不上什么。一个平时不太交作业的男生，在不等式那道题旁边画了一条数轴，用箭头标出范围，没有写五步，答案是对的；她在旁边批了一句「能讲给我听吗」，他第二天真的来办公室讲了，讲得磕磕绊绊，但讲通了。另一个女生把五步改成了三步，把「去分母」和「去括号」合成一步，说「反正都是先把式子弄干净」。这些东西都还只是一个个孩子自己的做法，没有被别人借去，也没有别人认出它，离第 7 章要讲

的「谱系事件」还差得很远。可是许老师看到它们时，心里第一次松了一点：原来统一的五步松开之后，底下不是一片空白。

这一点要说出来，因为很多讲「打破统一」的书，只写孩子怎样焕发活力，不写老师那几周的心慌。本书不把混乱浪漫化。混乱就是混乱，它让人难受，它也可能什么都长不出来。守望之所以值得，不是因为混乱本身好，而是因为在旧框架已经亮了三周红灯的地方，硬拧回去，代价更大：抄成一片会继续、班干部会继续空着、错误率会继续往上走，只是表面上又整齐了。那是给水管又缠了一圈胶布。

还有一点要说清楚：守望不是每个老师在任何时候都做得到的。有的学校检查压力大，有的老师一个人带两个班、身体也吃不消，有的班里确实有需要先稳下来的特殊情况。本书不要求谁一定要顶住，也不对学校的检查办法发表意见。本书只说一件事：如果老师决定守望，就按上面三个要点守——底座照常、看着不是等着、有期限要认账。如果做不到，宁可先不开始，也不要守到一半，用「我其实一直在守」去盖住一场放任。

许老师守到了第三周的周末。那个周五下午的班会，后来成了这个班的一个分界线。下一章从那场班会讲起。

带走的话

- **调和越及时，旧框架越死不了；胶布缠得越好，越没人看见管子已经到了头。**
- **阈值不靠老师的感觉判，靠四个看得见的信号：作业抄成一片、班干部没人愿当、统一步骤的错误率不降反升、家长群深夜爆发。**
- **推荐的判定是四个里同时亮三个、连续三周；一个信号、一周波动都不算。**
- **抄作业这件事要管，管的是诚信；抄成一片这件事要读，读的是框架。**
- **守望不是放任：底座照常零容忍，眼睛看着新东西，有期限，期限到了要认账。**

小　账

承重说法：统一性撑不住有一条看得见的界线——四个可观测信号中多数同时出现并持续数周；过了这条线，再拧紧旧框架只是推迟死亡。

在什么局面下算错：如果到了阈值后守望过去的班级，与一到预警就及时调和的班级相比，之后一学期的谱系事件率没有差别（见第 30 章第 3 条预言），本章就错了。

明天可以试的一件小事

明天批作业时，不数对了几本，只数一件事：有没有同一处、同一种错出现在三本以上的作业里。把这个数写在作业登记表的边上，连记三周再看。

◆

07

第 7 章

死亡与混沌：死的是「同的方式」，不是班级

周一早上，月考的排名表按惯例贴在了教室后门边上。过去每次贴出来，课间那块墙前面总挤着十几个脑袋，有人找自己，有人找别人，有人看完一声不吭地回座位。这一次，表贴了一整天，许老师课间路过三次，前面一个人都没有。

放学后她走过去看了看。表还是那张表，名字从一排到四十八，分数后面跟着进步或者退步的小箭头。表的右下角，不知道谁用铅笔很轻地写了一行小字：「我们根本不是同一种人。」

那是上周五班会上，何静说过的一句话。

许老师站在那张表前面，想了很久要不要把那行字擦掉。最后她没有擦，也没有把表撕下来。她只是在自己的本子上记了一笔：排名表张贴一天，驻足人数零。

> **这一章的问题**
>
> 统一性「死」了，死掉的到底是什么？死之后班里一片乱，乱里面有没有东西在长——如果长不出来，怎样老老实实地认账？

◆ 7.1　一次班会上的标准崩塌

那场班会是许老师在第 6 章答应过的：守望三周，到期要跟大家说一说班里发生了什么。她没有准备讲稿，只在黑板上写了一个问题：「这三周，你们觉得我们班该怎么学？」

开头是长长的沉默。四十八个孩子，没有一个人先开口。这个班太习惯「老师说、我们听」了，一个没有标准答案的问题摆在黑板上，大家第一反应是去猜老师想听什么。

第一个说话的是陈一诺。她站起来，说得很认真：「我还是觉得有标准好。没有标准，我不知道自己写得对不对。以前我照着五步走，每一步老师都能给我打勾，我心里踏实。」她说的是实话。统一的五步，对她这样的孩子来说，是一张清清楚楚的地图。

坐在后排的吴响接了一句，声音不大：「标准是给一诺这种人定的。我们照着走，也走不到。」

教室里有人笑了一声，一个男生小声说：「那是你笨。」

许老师立刻停下了班会。她走到那个男生桌前，说了三句话：这句话收回去；在这个班里，说别人笨是不允许的；下课你留下来。那个男生涨红了脸，站起来跟吴响说了对不起。这件事许老师当场记在了本子上，后来班里立了底座账（第 21 章），这一条被抄进了开头几行。不管班里在讨论什么、乱成什么样，嘲笑和羞辱都不在可以讨论的范围里——这是底座，零容忍，不因为今天在开一场「放开讲」的班会就松一分。

班会接着往下走。赵磊没站起来，靠在椅背上说：「我修自行车的时候，师傅从来不让我按一二三四五走。他让我先听声音，听哪里响。」有几个男生跟着点头。苏小禾一直没说话，手里攥着一张折起来的纸，许老师后来才知道，那是她用画图做的一道不等式。马骁说他体育课永远倒数，排名表上那一栏对他来说就是一面墙，「我又不是不努力，我是跑不了」。

然后是何静。她是班上一个很普通的女生，成绩中游，不太发言，作业每次都交，从来不出错也从来不出彩。她站起来，说话的时候声音有点抖：

「我们根本不是同一种人。为什么非要假装是？」

教室里一下安静了。

这句话后来被孩子们传了很久，也让一些家长听了很不舒服。它听上去像是在说「这个班散了」。可是许老师那天晚上回家反复想，越想越觉得，何静说的不是「我们不是一个班」，而是「我们不是用那种方式一样的」。

许老师那天没有接何静的话去讲道理，也没有说「大家说得都有道理」。第 2 章说过，「都有道理」一出口，讨论就停了。她只是转身在黑板上，把这节班会里听到的话一条一条写下来：「有标准心里踏实」「照着走也走不到」「师傅让我先听声音」「我不是不努力，我是跑不了」「我们根本不是同一种人」。写完，她说了两句话。第一句：「底座那几条不变——定义和结论要对，不许抄，不许笑话人。」第二句：「别的，下周起我们试两周，不统一。」然后就下课了。

这里有一个细节值得停一下。前面三周，阈值的四个信号都只记在许老师的本子上，是她一个人看见的；这一天，旧的那种「同」撑不住，是全班当面说出来的。死亡要有看得见的界线，这条界线最好不是老师一个人在办公室里划的。老师一个人宣布「统一取消了」，孩子们会以为是换了一种新的统一，接着去猜老师要什么；全班自己说出「我们不是那种一样」，大家才知道，这一次是那种「同」本身走到了头。

一诺妈妈当晚就知道了班会的事，在家长群里问了一句：「听说班会上有人说不想守标准了？」许老师回她：标准里最要紧的几条一条都没动，动的是步骤和格式。这句回答没有让她放心，但让群里那一晚没有吵起来。

这就是这一章标题的意思：死的是「同的方式」，不是班级。

拿一件家里的小事比一比。很多人家都有过这样的几年：每天晚上七点，一家人坐在一张沙发上看同一档电视节目，谁也不许换台。孩子上了初中，有人要写作业，有人想看别的，有人干脆回了自己屋。有一天，那个七点钟的沙发上只剩下爸爸一个人。这个家没有散，第二天早上大家照样一起吃早饭、照样互相惦记；散掉的，只是「一起看同一档节目」这一种在一起的办法。要是家里的大人因此认定「这个家完了」，硬把每个人按回沙发上，那才真会伤了这个家。

一个班是什么？是四十八个孩子每天在同一间教室里，坐在同样的桌椅上，在同一张课表下度过三年，彼此之间连着无数根看得见、看不见的线：同桌、同路、一起挨过的批评、一起赢过的比赛。这些都没有死。班会开完，第二天大家照常来上学，照常值日，照常在午饭时抢同一盘菜。班级好好的。

死掉的，是这个班用来认定「我们是一样的」的那种办法。在这之前，「同」的意思是：大家此刻是相似的——同样的笔记、同样的五步、同样的格式，排在同一张表上，用同一把尺子量出高低。这种「同」，有点像生物课上把长得像的动物归成一类：看此刻像不像。第 8 章会细讲，「同」至少有三种：此刻相似，同出一源，还有班级独有的第三种——双向认出的连通。本书的第一句承重话就是：班级的同一性不是此刻相似，也不是同出一源，而是双向认出的连通。

那场班会上崩掉的，就是第一种「同」。一诺需要它，因为她在这种「同」里站得最稳；吴响、赵磊、马骁、苏小禾不再相信它，因为在这种「同」里他们永远是被量出来的那一截；何静说破了它——我们此刻本来就不相似，为什么要装？

排名表贴出来没人看，是这次死亡最安静的证据。排名表就是「此刻相似」这种「同」的最终形式：把四十八个孩子压到同一条线上，只剩一个数字的差

别。当大家不再去看它，不是因为不在乎成绩——第二天照样有人偷偷问分数——而是因为大家不再认这张表能说明「我是谁、我们是什么」。

要说清楚：这不是一件值得庆祝的事。那天班会结束后，一诺哭了，她觉得自己一直守着的东西被大家一起推倒了。许老师自己也不好受，八年来她是那种「同」的守门人，它的死，有一部分也是她过去那套做法的死。本书不把死亡说成解放。死亡就是死亡，它让人失落，让人不知所措；它值得经历，只是因为在旧的那种「同」已经连续三周亮着红灯之后，不让它死，代价更大。

也要说清楚：死的只是「同的方式」，不是所有的「同」。底座没有死。概念和符号要写对、结论要对、不许抄、不许欺负人、安全第一——这几条在班会前、班会中、班会后，一个字都没变。那个说「你笨」的男生当场被制止，就是证据。统一性死掉的部分，是底座之上那一大块被当成底座的东西：统一的步骤、统一的格式、统一的进度、那张排名表的意义。第 5 章说过，统一性的病不在有底座，在把整块化石都当底座。死，死的就是这块多出来的。

◆ 7.2　混沌不是空白：预备 E

班会后的那个周一，许老师宣布：统一作业停两周。课本上的练习还在，每个人自己选做，结论必须对，能讲出理由；不再规定做哪几道、用什么步骤、写成什么格式。底座那几条照旧，抄袭照旧要重做。

接下来两周，教室是乱的。

自习课上声音比以前大，有人凑在一起讨论，有人凑在一起聊天，分不太清。有七八个孩子头一周几乎什么都没交，许老师一个一个找来谈，有两个说「不知道该做什么」，有一个说「反正没人检查」。作业本的样子五花八门，有的一页写满，有的只有一道题。年级组长方老师来看过一次，没说什么，脸色不

太好看。一诺那两周写得比以前还多，可是她每天课间都来问许老师「这样写行不行」，许老师每次都只回答一句：「结论对不对？理由说得清吗？」

这就是混沌。本书指导老师王德生说过的那句话里，混沌是死亡之后的必经一段：「引发三视角死亡，然后进入混沌，自组织和涌现，产生新的三视角。」按本书的推荐写法，这一段主要是自由律在起作用：差异被放开了，每个孩子各走各的路，原来被统一步骤压平的那些不同一下子全冒出来（三律的分工见第 12 章）。

可是混沌不是空白。乱哄哄的两周里，有一件事许老师一开始没注意到：孩子们不是随便乱散的，他们往几个地方聚。

一个地方是教室后面的读书角。那个角落是这个班初一就有的，两个书架，放着孩子们从家里带来的书、几本旧杂志，还有一个纸箱，上面写着「初一作品盒」——初一那年许老师让大家把自己觉得做得好的作业、作文、手抄报留一份放进去，说「以后翻翻」。两年里没什么人翻。这两周，那个纸箱被翻了好几次。

一个地方是几对老朋友。同桌了两年的两个女生，自己约好每天放学前对一遍各自做的题；初一就一起参加过数学兴趣小组的三个男生，又凑在了一起。这些组合不是谁安排的，是本来就在那里的。

还有一个地方是孩子们自己身上带着的东西。赵磊那几天跟后排几个男生在本子上画齿轮，画的是什么许老师没看懂，后来才知道跟他修车的经验有关；苏小禾把她的画本带到了课桌上。

这些东西有一个共同点：它们都是在统一性死亡之前，就已经缠在这个班里的。本书给它们一个名字，叫「预备 E」。

先说大白话。一栋楼某天晚上突然停电，整栋楼一片黑。这时候谁家能先亮起来、楼道里谁能互相照应，靠的不是停电那一刻临时想出来的办法，而是停电之前就有的东西：谁家抽屉里放着蜡烛，谁平时跟邻居打招呼、知道对门住着一位老人，谁家孩子知道电闸在哪里。停电之后的那一小时，是一段「混沌」；能让这段混沌不变成一团糟的，是停电之前攒下的那些纠缠。

再用 SDE 的话说一句。E 在 SDE 里的意思是「特征纠缠」——一个场里已经缠在一起的那些东西。班级的 E 有三层世界：理念界，就是课本里的公共知识、读书角里的书；现实界，就是课桌、书架、纸箱、后墙这些实物和课时、试卷这些安排；自我界，就是每个孩子带来的那一份——经验、手艺、朋友。所谓预备 E，就是死亡之前已经纠缠在班里的东西：读书角、旧作品、友谊、孩子带来的经验。

为什么要特别看预备 E？因为混沌里不会从无中长出东西。统一的框架一撤，孩子们手里还剩什么，新的东西就只能从那里长。一个班如果除了统一的作业和那张排名表，什么都没有缠在一起——没有读书角、没有留下来的旧作品、孩子们彼此之间只是「坐在同一间教室」——那么统一一死，就真的只剩空白。

那两周里，预备 E 真的起了作用。第三周的周二，许老师在后墙上看到一张新贴的纸。

故事是这样的。吴响——就是班会上说「我们照着走也走不到」的那个男生——那几天一直卡在不等式「乘以负数要变号」那一步。这正是第 6 章那张登记表上错的人越来越多的那一步。他去读书角翻那个「初一作品盒」，翻到了何静初一时的一页解方程作业。那一页的边上，何静写了一句她自己编的话：「过河要变号。」意思是一项从等号一边移到另一边，就像过了一条河，要换一身衣服——正号变负号，负号变正号。

吴响拿着这句话琢磨了一个晚上。他没有原样背下来，而是把它改了。他在本子上画了一架天平，两边各放着式子；移项，就是从一边拿走、放到另一边，所以要变号。然后他多画了一步：如果两边同时乘以一个负数，天平就整个翻过来，原来重的那头变成轻的那头——所以不等号要掉头。他管这个叫「天平翻面」。

第二天，他把这页拿给何静看，说：「这是从你初一那句『过河要变号』来的。」

何静看了半天，指着那架翻过来的天平说：「过河那半是我的。可是我原来只管等号，没有翻面这一下，这一下是你加的。」

两个人一起去找许老师。许老师让他们把这页贴到后墙上，在下面写清楚：「天平翻面：来路——何静初一的『过河要变号』；改写——吴响加了『乘负数，天平翻面』。」后来，这一条被抄进了《班级定理册》。那一周的不等式小测，用了「天平翻面」的孩子里，那一步没有一个人再错。

这件小事，就是本书说的一次「谱系事件」。它要四关都过：别人的知识在我这里出现（何静的口诀出现在吴响的本子上）；被我改写了（从过河改成天平，还多了翻面）；双向认得（何静指得出吴响改了哪一处，吴响说得出它从哪里来）；回流（贴上后墙，写进《班级定理册》——本班全班共有的公共层）。第 13 章会细讲这四关，这里只看它在混沌里是怎样冒出来的。

请注意它冒出来靠的是什么：一个初一就有的纸箱，一页两年没人翻的旧作业，一句孩子自己编的口诀。没有一样是统一性死后临时造出来的。全是预备 E。

混沌的这两周，老师该做什么？许老师后来回想，她做的其实只有三件事，而且都很小。

第一件，守底座。每天照常批作业，结论错了照常打叉，抄了照常重做，有人被取笑照常当场处理。底座在，孩子们才敢乱；底座一松，乱就会变成伤。

第二件，让预备 E 露出来，但不替孩子把它接起来。那个「初一作品盒」原来塞在书架最底层，她把它搬到了书架顶上，打开了盖子，别的什么都没说。她没有去组织「读书角学习小组」，也没有布置「从旧作业里找方法」的任务。一布置，就又成了一种统一作业，孩子们会去找老师想让他们找的东西。

第三件，记下谁跟谁借了什么。她在本子上开了一页，专门记这两周里她看到的「借」：谁的做法出现在了谁的本子上，谁去问了谁。大部分条目后面只有前半截——借了，但原主不知道，或者借的人说不出是从哪里来的。这些都还不算谱系事件，可她都记下来，因为它们是线头。

这两周里，最难受的孩子之一是一诺。统一的路一撤，她最熟的那张地图没了。她写得比谁都多，可是每天来问「这样行不行」，她要的是一个勾，而不是一个理由。许老师没有给她勾，也没有说她「不会自己想」——那只会让她更慌。许老师只是每次都问同一个问题：「你能讲给我听，你为什么这样写吗？」一诺讲不太出来。这件事在混沌里没有解决，它是第 9 章和第 13 章的事；这里只记一笔：混沌对每个孩子的分量不一样，最习惯统一的孩子，往往在这一段吃的苦最多，老师要看见。

还请注意一件更有意思的事。在班会上说「我们根本不是同一种人」的是何静；三周以后，在一架翻过来的天平里认出自己那一半的，也是何静。她说得没错，她和吴响此刻确实不相似——一个中规中矩，一个总是卡壳。可是在那一页纸上，他们之间连上了一根线：她认得出自己的一枝在他那里长着，他标得出它从哪里来。这就是第三种「同」的第一根线。王德生老师说过，班级的统一性和多样性的矛盾积累冲突，到达统一性的死亡，出现「同一性谱系」；在初二（3）班，那条谱系就是从后墙上这张纸开始的。

把这件事和复杂性教育学里常说的「释放之后重组」放在一起看，差别就在这里：重组出来的东西来路可读，追得到上一轮具体某一枝、某一个孩子——追到何静初一的那一页作业。

当然，混沌里冒出来的不只有好东西。那两周里，有一个小组凑得很快，散得也很快，三个孩子凑在一起抄同一个人的答案，被发现后各自重做；有一个小圈子把另一个同学的画本拿去传看、取笑，许老师当场收回画本、找了每个人，那是底座的事，一点不含糊。本书不说混沌会自己变好。混沌里有预备 E，才有东西可以长；混沌里有底座，才不会让长的过程伤到人。两样缺一样，乱就只是乱。

◆ 7.3　两种失败与一条不许用的借口

初二（3）班这一轮走过来了。可是同一个学期，同一个年级里，还有两个班走了同样的路，结局不一样。这两个班都是本书构想的对照，用来说明失败长什么样。

第一个是初二（5）班，班主任罗老师。罗老师看到初二（3）班的做法，也在自己班里停了统一作业。可是初二（5）班是这学期开学才重新分的班，四十多个孩子来自原来五六个班，认识不过三个月。原来班里的东西——读书角、作品、墙上的东西——分班时都清掉了，新教室四面白墙。统一作业一停，孩子们很快按原来的班分成了几个小团体，各坐各的、各聊各的，彼此不借、不问、不看。六周过去，罗老师翻遍了作业本，没有找到一处是一个孩子借了另一个孩子的做法、又被对方认出来的。作业交上来的越来越少。这是「散」。

第二个是同县另一所中学的一个初二班，班主任韩老师。韩老师班上的信号也亮了好几周，他也决定停掉统一作业和排名。可是这个班的孩子初一以来几乎只做过一件事：刷题。教室里没有读书角，孩子们没有留下过自己的作品，课余

也很少有一起做的事。统一一停，两周里班里什么都没长出来，孩子们茫然，家长电话一个接一个。第三周，韩老师恢复了统一作业和排名表。一周之内，作业本又整整齐齐，家长群也安静了。可是两个月后，他发现那几个信号一个一个又回来了。这是「退」。

一个散了，一个被拉回整齐。看起来一个太松、一个太紧，方向相反。可是放在一起读，它们缺的是同一样东西：预备 E 不够。

初二（5）班的散，是因为统一撤掉之后，孩子们之间没有足够的线可以接。他们彼此之间缠着的，只有「原来是哪个班的」这一根线，于是就沿着这根线散成几块。韩老师班的退，是因为统一撤掉之后，那个空出来的地方什么都没有长，空着太难受，唯一现成的秩序——旧的那一套——就自己回来填上了。散是没有线可接，退是没有东西可长；混沌里没有可以纠缠的东西，要么碎掉，要么缩回去。

这里要说一句公道话：两位老师都没有做错什么大事。罗老师的班刚分不久，预备 E 薄不是他的过失；韩老师顶不住家长的压力，换了谁都难。本书讲失败，不是为了找哪个老师的不是，而是为了让下一位老师在动手之前，先看一看自己的班手里有什么。

怎样在动手之前估一估自己班的预备 E？不需要什么复杂的工具，问三个问题就够了。

第一个问题：教室里有没有孩子们自己留下来的东西？不是学校统一发的标语、不是老师贴的名言，而是孩子们做出来、留下来、过了一段时间还在的东西——旧作品、手抄报、自己写的口诀、读书角里从家里带来的书。初二（3）班有一个两年没人翻的纸箱，初二（5）班四面白墙。

第二个问题：孩子们之间，除了「坐在同一间教室」，还有什么线？有没有一起做成过一件事——一次运动会接力、一次布置教室、一个兴趣小组？有没有同桌了很久、彼此知道对方擅长什么的朋友？只有「同一个班」这一根线的孩子，统一一撤，就没有别的线可以抓。

第三个问题：孩子们带进来的经验，在课上露过面吗？会修车的、会画画的、会记分的、会说方言的，他们的那一份有没有哪怕一次被全班看见过？从来没露过面的经验，在混沌里也很难被别人借到。

三个问题都答得出「有」，预备 E 大概够用；三个都答「没有」，宁可先花一个学期去攒，也不要急着让统一死。这三个问题不打分，不比较，只给老师自己心里有个底。

接下来要说那一条「不许用的借口」。

一个班散了，或者退了，人们很容易说一句话：「那是因为旧的还没死干净。」散了，就说「旧框架的残余在作怪，所以新的长不出来」；退了，就说「统一性本来就没死透，所以又回来了」。这句话在本书里有一个固定的说法——「死得不彻底」——而本书禁止用它来解释失败。

为什么要禁止？因为这句话什么都能解释。成功了，说明死透了；失败了，说明没死透。不管班里发生什么，这句话都对。一个什么都能解释的说法，其实什么都没解释——它让一套理论永远不会错，这就像身体里的免疫系统开始攻击自己，叫「自我免疫」。一本讲班级怎样生、怎样死的书，如果连自己的失败都能用一句话圆过去，那它就不再是在讲班级，而是在保护自己。

所以本书改用一个看得见的口径：从统一性死亡那一天算起，如果 N 周之内班里没有出现第一次谱系事件，就判定这一轮发生失败。

先说「死亡那一天」怎么算。不能凭感觉，要落到一件看得见的事上：阈值判定之后，老师当着全班宣布停用第一个统一装置的那一天——停统一作业、停统一步骤、停张贴排名，哪一样先停就从哪一天算——就是死亡日。在初二（3）班，是许老师宣布「统一的五步先不强制」的那一周（第 6 章）。班会和停统一作业都在它后面，不能挑一个晚的日子来算，那等于偷偷把尺子放长。

再说 N 取多少。我们先推荐 N 等于六，也就是六周；不同学段、不同班额可能要调，但和阈值的尺子一样，要在动手之前定下来。照这把尺子算，初二（3）班其实是踩着线过的：五步松开之后守望了三周，班会后统一作业又停了两周，「天平翻面」出现在那之后第三周的周二——死亡后的第六周里。再晚几天，它就该判失败。我们把这一点照实写出来，因为一个故事里的班如果轻轻松松就过了关，读的人会把六周当成很宽的时间；其实它不宽。初二（5）班六周里一次都没有，判失败；韩老师班第三周就恢复了统一，没有走到六周，也没有出现过一次谱系事件——同样记作这一轮发生失败，原因写「中途恢复统一」，而不写「死得不彻底」。

还要说清楚「第一次谱系事件」算的是什么。四关要全过，少一关都不算，算多少条都不算。许老师那两周记「借」的本子上，有十几条线头：谁用了谁的办法，谁问过谁一道题。可是绝大多数只有前半截——借了，原主不知道；或者原主知道了，借的人说不出是从哪里来的；或者两边都认了，却只在两个人的草稿本上，没进《班级定理册》。这些线头很宝贵，它们说明混沌里在动；但十条半截的线，也接不成一根完整的线。到了第六周，如果本子上只有线头、没有一条四关都过的，照样判失败。不能说「差不多了，再给两周」——那正是「死得不彻底」那句话换了一身衣服回来。

判了失败，要写一张很短的失败记录，只给班级自己和老师自己看，不交、不比。上面写五样：死亡日是哪一天；六周里记下了多少条「借」，其中几条有

原主认出、几条有来源标出；失败的原因归在哪一类——没有线可接（散）、没有东西可长（退）、还是中途恢复统一；底座在这六周里有没有破过、破了几次、怎么处理的；下一轮动手之前先补什么。罗老师后来给初二（5）班写的那一张，最后一栏只写了一句：「先让他们一起做成一件事。」

这个口径有三个好处。

第一，它看得见。谱系事件四关——在场、有差、双向认得、回流——每一关都能当场问出来：这个做法是从谁那里来的？你改了哪里？原主认不认得出？写进全班的那一层了吗？不用猜孩子心里怎么想。

第二，它会输。六周到了，没有就是没有，老师、作者、这本书，都得认。一个可以输的说法，才是在讲真事。

第三，它告诉你下一步做什么。如果失败的原因是预备 E 不够，下一轮就先去补预备 E：在教室里放一个读书角，让孩子们留下自己的作品，给孩子们一起做事的机会，请孩子们把家里带来的经验拿到课上来。这些事不是一周能做成的，可能要一个学期。补够了，下一次信号再亮，再走一轮。

还有一点：判定失败之后，回到统一并不丢人。罗老师在第六周末把统一作业恢复了一部分，把底座那几条照旧守着，同时在教室后面放了一个书架。这不是倒退，这是认账以后的重新出发。统一性本来就是一个好用的工具，在预备 E 还没攒够的时候，用它把孩子们托住，是对的。本书反对的从来不是统一，而是两件事：一件是把整块化石都当底座、永远不让它死；另一件是死了以后长不出来，却用一句「死得不彻底」把失败盖住。

最后，「N 周内出现了第一次谱系事件」也只是说这一轮「没有失败」，不等于这一轮已经「美」了。一根线连上了，离一张连通的认出图还很远。初二（3）班后墙上那张「天平翻面」，只是第一根线；后面的类我、冲突、回流、

饱和与换根，是第三编到第七编的事。第二编到这里，只讲到一件事：旧的那种「同」怎样死，死后的乱里，新的那种「同」怎样冒出第一根线，冒不出来时又怎样老老实实地认账。

带走的话

- **统一性死的是「同的方式」——此刻相似的那种同——不是班级；底座一个字都不变。**
- **混沌不是空白。能在乱里长出东西的，是死亡之前就缠在班里的预备 E：读书角、旧作品、友谊、孩子带来的经验。**
- **散和退方向相反，缺的是同一样东西：预备 E 不够。**
- **不许用「死得不彻底」解释失败；改用看得见的口径：死亡后 N 周内（推荐六周）没有第一次谱系事件，就判这一轮发生失败。**
- **判了失败就回到底座、补预备 E、再来一轮；回到统一不丢人，盖住失败才丢人。**

小　账

承重说法：统一性死亡后，新的「同」能不能冒出第一根线，取决于死前已经纠缠在班里的预备 E；死亡后 N 周内出现第一次谱系事件，是这一轮没有失败的最低可观测标志。

在什么局面下算错：如果预备 E 厚的班与预备 E 薄的班，在统一性死亡后 N 周内出现第一次谱系事件的比例没有差别，或者两类班散掉、被拉回的比例一样，本章就错了。

明天可以试的一件小事

在教室里找一个角落，放一个空纸箱，写上「作品盒」，请每个孩子这周放进去一页自己觉得做得好的作业或作文，什么都不用评，先留着。

◆



第　三　编

谱系性知识：班级之美的本体

导　语

前两编做了两件事。第一编说明：秩序之美、活动之美、氛围之美都有价值，但都可能没有一样新知识在发生；三视角能把矛盾一次次缓下来，却说不清旧框架怎样死、新框架怎样生。第二编说明：统一性撑到阈值会死，死的是「同的方式」，不是班级；死后的混沌也不是空白，预备 E 托着新东西冒头。

那么，冒出来的到底是什么？它凭什么叫美？这一编正面回答。先把这一编的定音句放在最前面，后面六章都从它出发，也都要回到它：

六章的分工是这样的：第 8 章说什么是谱系性知识，以及一个班的「同」到底同在哪里；第 9 章把谱系分成三层，说清「类我」；第 10 章讲哪些知识必须全班一样；第 11 章看一堂课里谱系怎样发生；第 12 章讲意义三律怎样在教室里运行；第 13 章讲谱系可读，并和已有的理论划清界线。

08

第 8 章

什么是谱系性知识

初二（3）班有一次班会，是在一个阴天的周四下午开的。许老师在黑板上只写了一行字：我们班凭什么算一个班？

底下先是笑。有人说，同一个教室。有人说，同一张课表。有人说，校服都一样，连袖口那道蓝边都一样。赵磊把椅子往后一仰：「同一个班主任呗，被同一个人管。」大家又笑。陈一诺站起来，说得很周正：「我们有共同的目标，有共同的班规，有集体荣誉感。」这话谁也挑不出毛病，可也没人接。

许老师没有评，接着问：「那隔壁班也是一样的教室、一样的校服、一样的课表，咱们和他们，差在哪里？」

教室安静了一会儿。林朵小声说：「我刚转来的时候，觉得大家都一样，穿一样的衣服，念一样的课文。可是现在我知道，赵磊补胎那一套，我们家那边的船工也懂，只是说法不一样。」

角落里，苏小禾在草稿纸上画了几个圈，又在圈和圈之间连了几根线。她没有举手。下课后许老师走过去看，纸上是十几个名字，名字之间有的连着线，有的孤零零的。旁边写着一行小字：谁的东西在谁那里。

许老师把这张纸拿起来看了很久。

> **这一章的问题**
>
> 一个班里的知识，什么样才算「谱系性」的？一个班的「同」，到底同在哪里？

◆ 8.1　同一个浮力，三种知道

导论里提过浮力这个例子，这里把它摊开来讲。

初二下学期，物理课讲浮力。物理课的谭老师按课本讲：浸在液体里的物体受到向上的浮力，浮力的大小等于它排开的液体受到的重力。讲完，请人复述。陈一诺第一个举手，一字不差，连单位都说得清清楚楚。谭老师点头，在黑板上打了个勾。

这是第一种知道：背得出。

背得出不是坏事。浮力是什么、怎样定义、单位是什么，这些全班必须一样，一个字也不能各说各的。这一层，本书叫「底座」。底座不复活，零容忍，后面第 10 章专门讲。可是「背得出」里还有一大块东西，并不属于底座：这条结论当初是怎么来的，它回答的是哪个「对不上」，它在生活里长成什么样。这一块在课本里被压平了，只剩下结论那一行。第 5 章已经讲过，这样被压实、来路被抹掉的公共知识，本书叫「化石」。背得出，就是知道了化石的那一行字。

第二种知道，是摸得着。

赵磊听谭老师讲的时候，脑子里出现的不是那一行字，而是家楼下那家修车铺门口的铁皮水盆——他爸爸是电工，常带他去那里补胎，他从小就在盆边帮忙。补自行车胎，要把打了气的内胎一截一截按进水里，看哪里冒泡，冒泡的地方就是漏点。他从小就知道，内胎越往下按，手上越费劲；按得越深，那股往上顶的劲越大；一松手，内胎「噗」地一下弹上来。他不知道这叫浮力，但他的手知道。

林朵的「摸得着」在另一个地方。她老家在江边，小时候常坐渡船。船工装货，从来不称重，只看船帮上那道水线：货装得越多，船吃水越深，水线越往上爬，爬到某个记号就不能再装了。她那时候觉得这是船工的本事，现在才知道，那道水线说的是同一件事：船沉下去多少，就排开了多少水，就能托住多少货。

这两种「摸得着」，都是「我的知识」。它们带着身体，带着场景，带着一个家、一条江、一只水盆。它们在自己的那一小块生活里是对的，而且好用：赵磊靠它找漏点，船工靠它定装多少货。可是它们也有一个毛病：只在自己那里。赵磊的水盆，林朵不知道；林朵的水线，赵磊没见过；它们和课本上那一行字之间，也没有任何一根线连着。

第三种知道，是认得出。

那节课后半段，谭老师让大家说说生活里见过的浮力。赵磊讲了水盆，林朵讲了水线。讲完以后，有意思的事情发生了。赵磊挠挠头说：「那我按内胎，其实就是在把水线往上推？我按下去多少，就是排开了多少水，所以越来越费劲。」林朵听了，想了一下，说：「你那个是倒过来的。我们看船沉下去多少，算还能装多少货；你是看按下去多少，算手上要用多大劲。可是看的是同一样东西，都是排开了多少水。」

赵磊把「看排开了多少」从林朵那里借了过来，用在了自己的水盆上，于是他第一次把手上那股劲说成了一个能算的东西；林朵认出了这个借法，还说得出赵磊改在哪里——她看的是装货，赵磊看的是用劲，方向倒了过来。两个人的「摸得着」，经过对方，变了形，又都连到了课本上那一行字。谭老师顺手把这件事写进了班里的《班级词典》，「浮力」这一条底下多了一行小注：水线（林朵）—内胎（赵磊），看的都是排开了多少水。

这是第三种知道：认得出。认得出的人知道三件事。第一，这一枝是从哪块化石上长出来的，这块化石就是本轮的「根」；第二，它在谁那里长成了什么样，这是「枝」；第三，它经过了谁、在谁那里变了形，这是「桥」。而且这三件事不是老师一个人知道，是两端的孩子自己亲口认过。

也许有老师会说：让学生举生活里的例子，我们一直在做，这有什么新鲜的？确实，「联系生活实际」是很多课的老环节。可是多数时候，它是这样走的：老师问「生活里哪里有浮力」，一个孩子说游泳圈，一个孩子说轮船，一个孩子说热气球，老师一一点头，说「很好，生活中处处有浮力」，然后翻到下一页。三个例子并排摆在那里，像三张贴在墙上的照片，彼此没有一根线。说游泳圈的孩子没有借轮船，说轮船的孩子也认不出游泳圈改了他什么。每个人都举了例子，每个人的例子都只连着课本那一行字，没有连着彼此。

浮力那节课多出来的，恰恰是这一根横着的线。赵磊不是又举了一个例子，他是拿林朵的东西改了自己的东西；林朵也不是听完点个头，她指得出赵磊改在哪里。生活例子并排摆，是「各有各的」；生活例子互相借、互相认，才是「谱

系」。前一种，课堂热闹，可是下课以后，每个孩子带走的还是自己那一份；后一种，每个孩子带走的那一份里，都有别人的一点影子，而且自己说得出是谁的。

本书所说的「谱系性知识」，指的就是这种带着来路、带着去处、两端都认得的知识。它不是课本之外另起炉灶的第四种知识，而是把前两种连起来的那一种：一头接着化石的「对」，一头接着「我的」好用，中间每一根线都有人认过。

这里有一处要特别说清楚。班上也有同学把赵磊那段话原样抄进了笔记本，连「噗地一下」都抄上了。这算不算他也收下了这一枝？本书的回答是：不算。知识原样被接过去，等于没有被收下。抄来的、背来的、原样复述的，都只是把别人的枝搬了个地方，它在你这里没有长。一枝知识要在接的人那里变了形，而且来路仍然认得出，才算被收下。这一条本书叫「变形收受律」，它和送礼正好相反。人类学家莫斯讲礼物，大意是：礼物的印记附着在物上，回礼虽然是另一件东西，送礼人的那一份「灵」仍然跟着物走。班级里的知识不一样，它要变了形再回流，印记不在形上，在双向认出里。这条律在第 11、13 章还要正式用上，这里先认个脸。

所以，同一个浮力，有三种知道。背得出，知道的是化石；摸得着，知道的是自己那一枝；认得出，知道的是一张网。前两种，统一的班级和散开的班级都能给；第三种，只有在一个班里，在孩子和孩子之间，才长得出来。

◆ 8.2　三种「同」：从树到网

回到开头那个问题：我们班凭什么算一个班？

孩子们给出的答案，大致可以分成两类。一类是「此刻一样」：一样的教室、一样的校服、一样的课表、一样的班规。另一类是「出处一样」：同一个班主任带出来的，同一年入学的，同一本课本教出来的。这两类答案都不错，可它们恰好也是生物学里给生物分类的两种老办法。

第一种办法，叫表征分类。大意是：不管来路，只看此刻长得像不像，把共同特征多的放在一类。这个办法直观，好上手，可是有个老问题：长得像不一定是一家。蝙蝠有翅膀，鸟也有翅膀，按「此刻相似」看，它们很像；可是论来路，蝙蝠离老鼠近得多，离麻雀远得很。

班级里的「此刻相似」，就是统一。第 1 章那四十八本几乎一字不差的笔记，按这个办法看，是最「同」的班：每个人笔记里的东西都一样。可是第 1 章也说过，这种同能复制「我们的知识」，长不出一条「我的知识」。四十八本笔记一模一样，并不说明谁的东西在谁那里长着；它只说明大家抄的是同一块黑板。

第二种办法，叫支序分类。大意是：不看此刻像不像，只看是不是出自同一个祖先；一个祖先和它所有的后代算一支。画出来，是一棵不断分叉的树。按这个办法，鸟被放在恐龙那一支里，因为它们来自同一个祖先，哪怕今天的麻雀一点也不像霸王龙。

班级里的「同出一源」，就是孩子们说的「同一个班主任带出来的」「同一本课本教出来的」。这种同比「此刻相似」深一层：它承认大家可以长得不一样，只要根是同一个。可是它也有一个毛病，而且是结构上的毛病：树只分叉，不汇合。一根枝分出去，就各走各的，不会回头。更要紧的是，后代不认得自己的来路。一只麻雀不知道自己是恐龙的后代，是生物学家替它认的。同一本课本教出来的四十八个孩子，各自长成各自的样子，彼此之间也不一定有任何一根线。

生物学里其实也有不是树的地方。有些植物能杂交，两个种的枝汇到一起，生出新的一支；细菌之间还能把基因片段直接传给邻居，叫基因水平转移。这样一来，谱系就不再是一棵只分叉的树，而是一张有分有合的网，生物学家叫它网状进化。

这已经很接近班级了：枝会汇合，会互相借。可是还差一点，而这一点正是本书要说的全部。网状进化里汇合的双方，互不认得。一个细菌把一段基因传给了另一个细菌，传出的那个不知道自己的东西在别人那里长着，接收的那个也说

不出这一段是从谁那里来的。来路是事后由研究者从外面画出来的，不是两端自己认的。

班级的网不一样。浮力那节课上，赵磊借了林朵的「看排开了多少」，他自己说得出这是从林朵那里来的；林朵认得出赵磊改了哪里。这根线不是谭老师从外面画上去的，是两端的孩子亲口认过的。班级网里的每一根线，都应该是这样的线。

这就是班级独有的第三种「同」：双向认出的连通。

> **班级的同一性不是此刻相似，也不是同出一源，而是双向认出的连通——本书称之为「认谱同一性」。**

「认谱」两个字，意思是谱系由两端的孩子自己认出来：不是生物学家那样从外面替后代画谱，是原主认得出自己的一枝在别人那里长着，借用者标得出它从哪里来。表征分类的「同」、支序分类的「同」之外，这是第三种「同」。

把全班谁认出了谁、谁借了谁，一根一根连起来，就是一张「认出图」。开头那节课上，苏小禾在草稿纸上画的，其实就是一张很粗的认出图。一个班有多「同」，就看这张图有多连通。

「连通」的意思，说白了是这样：从班上任何一个孩子出发，顺着「认出」的线走，能不能走到别的孩子那里？能走到的人越多，路越多，这个班就越「同」。

图论里有好几把现成的尺子量这件事。最直观的一把是：最少要剪断几根线，才能把这个班分成互不相通的两块？这个数叫边连通度。只要剪一两根就散，说明这个班是靠几个人勉强连着的；要剪很多根才散，说明线是密密地织在一起的。

还有一把更细的尺子，叫代数连通度（学名是图的拉普拉斯矩阵第二小的特征值，这里只记个名字）。它大致量的是：这张网织得有多匀、多紧。一张网哪怕线不少，只要有一处细细的颈口，比如两大块之间只靠两三根线连着，这个数

就会掉下来。所以拿它当「这个班快要裂成几个小圈子了」的预警，比数剪几根线更灵：小圈子还没真正分开，颈口已经先变细了。第 24 章讲谱系计算时会用到它，第 30 章的第 8 条可错预言也押在它上面。

这里不写公式，只记住一个意思：班级的「同」，第一次有了可以计算的定义，它不再只是一种感觉。

为什么「能算」这件事要紧？因为过去说一个班「齐心」「有凝聚力」，靠的都是感觉：运动会喊得响不响，红旗拿了几面，班主任觉得带着顺不顺。这些感觉不是没用，可它们分不清「此刻相似」和「双向认出」：一个人人背得一样的班，喊口号也可以很响。认出图不一样，它只认一种东西：谁的知识在谁那里变了形还长着，两端认没认。喊得再响，图上没有线，就是没有线；安安静静，图上线很密，就是很密。

当然，一个老师带四十八个孩子，每天每节课谁借了谁、谁认出了谁，靠人力是记不过来的，更不用说算。这件事要等到第 24、25 章，讲到发生智能体和大数据 AI 时才算真正落地。这里先说清楚两条：第一，这张图是给班级自己看的，看自己哪里断着、哪里连上了，不给学校排名，不进考核；第二，图上算出来的只是「连不连通」，它不替任何一个孩子打分，一个孩子在图上的线少，说明的是班里还没给他的东西搭上桥，不是说这个孩子差。

这个定义有一个反直觉的地方：同一性最终靠认出图的连通，哪怕此刻谁也不像谁。赵磊和苏小禾，一个满手机油、一个整天画画，一个话多、一个几乎不开口，来自两所不同的小学，按「此刻相似」看，他们是全班最不像的两个人；按「同出一源」看，他们也没有共同的来处。可是第 11 章会讲到，他们两组在一道几何题上互相改出了新的一步，那条解法后来叫「赵苏旋转对称法」。在认出图上，他们之间有一根结结实实的线。他们不像，但他们「同」。

反过来，也有很「像」、却不「同」的班。还要再说一种常见的误会，它比「此刻相似」更隐蔽：把「同」当成「人人都是成员」。

教育学里有一个很有影响的说法，叫「实践共同体」，是莱夫和温格提出的。大意是：一个新手进入一个做事的群体，先在边上做些边缘的事，慢慢参与

得越来越深，最后成为完整的成员；学习就是这样一个越来越成为「圈里人」的过程。这个说法很有道理，它让人看见学习不只发生在脑子里，也发生在身份里。可是它量的是「你在不在这个圈里、在圈里的哪个位置」，也就是成员资格。

本书要说的「同」，不是成员资格。设想一个班：班里有三个小圈子，一个是打篮球的，一个是追同一部剧的，一个是成绩好、一起刷题的。三个圈子内部都很热络，班级活动人人都到，运动会人人有项目，没有一个孩子被排斥在外。按成员资格看，这个班满分：人人都是成员，人人都被接纳。可是把认出图画出来，它断成了三块：篮球圈的东西没有在刷题圈里长过，刷题圈的方法也没有一个篮球圈的孩子认得。人人都是成员、认出图却断成几块的班，不算「同」。成员资格问的是「你在不在圈里、在哪个位置」，认谱同一性问的是「你的一枝在不在别人那里长着、两端认没认」。前一种可以人人满分，后一种照样断成三块。

还有一种班，比三个小圈子更难看出问题：它很会「接着说」。讨论课上，孩子们发言前都习惯先说一句「我接着某某的说」，一个想法被一个接一个地往前推，越推越完整，老师在黑板上画出一条长长的箭头链。这样的课，看上去线很多。可是如果下课后去问最早提出那个想法的孩子：「你那个说法，后来在谁那里变成了什么样？」他常常答不上来，他只记得自己说过一句，后面的事与他无关了。再去问后面接话的孩子：「你这一步，是从谁那里改来的，改在哪里？」也常常说不清，只说「大家讨论出来的」。

这种班，想法在长，接续很密，可认出图并不密。因为「接着说」是一个方向的：后来的人踩着前面的人往前走，前面的人不必回头认。只有原主回头认得出、借用者也标得出，那根线才算画上了。第 13 章还要专门讲这一处和「知识建构」的分界，这里只记住一句：接续很密不等于连通，线要两端都认过才算。

那么，许老师看到苏小禾那张纸以后，该做什么？不是把孤零零的名字硬拉进某个圈子，也不是号召大家「多交朋友」。圈子是人的事，认出图是知识的事。要做的是在知识上搭线：让一个孩子的东西有机会被另一个孩子拿去改，让

改的人说出来路，让原主有机会看见、认出。线是一根一根搭起来的，图也是一点一点连起来的。一个学期以后再画一张，和开学时那张比一比，哪几块原来断着的地方连上了，一眼就看得出来。

下面这张表把生物学和教育学里常见的四种「同」，和班级的认谱同一性放在一起：

怎么算「同」	看的是什么	画出来的形状	后代认不认得来路
表征分类（此刻相似）	现在像不像	一堆一堆	不问来路
支序分类（同出一源）	是不是同一个祖先	只分叉的树	不认得，由外人画
网状进化（杂交、基因水平转移）	有没有汇合与借用	有分有合的网	汇合的双方互不认得
实践共同体（成员资格）	在不在圈里、在哪个位置	由边缘到中心的圈	不要求认
认谱同一性（双向认出的连通）	认出图连不连通	每根线两端都认过的网	原主认得出，借用者标得出

前两种「同」，生物学早就有了。可是在那两种「同」里，后代从不认祖。班级的孩子会。这就是为什么本书说，班级的同一性是一种生物分类里没有的东西：它不是从外面替你认的，是你们彼此认出来的。从树到网，多出来的不只是「汇合」，还有「认」。

◆ 8.3　知识是在某个社区里对效的认识

说到这里，可能有老师会不放心：照这么讲，赵磊的水盆、林朵的水线都算知识，那知识还有没有对错？是不是谁觉得好用，谁就有理？

这要先说清楚本书怎样看「知识」。本书借用第 337 号《知识的谱系发生》的一个看法：知识是在某个社区里对效的认识。「对效」两个字，一半是对，一半是有效：在这个社区里，它说得通，而且用得上，能帮这群人解决他们面对的那个对不上。

这样一说，就有了「社区大小」的问题。课本上的浮力定律，是在一个极大的社区里对效的：全世界学物理的人都认它，千千万万次实验都验过它。赵磊的水盆，是在一个极小的社区里对效的：他爸爸的修车铺，他那双手。同一本书里还有一个看法，本书也借过来：「我」是最小的社区。一个人自己心里那一套，只要在他自己的生活里说得通、用得上，就已经是一份知识，只不过它的社区只有一个人。

举一个班里的小例子。数学课学去括号，课本上的法则写得清清楚楚：括号前面是负号，去掉括号，括号里每一项都要变号。蒋小川总是记不住，错了一次又一次。后来他自己编了一句话：「前面站个负号，进门个个翻脸。」从那以后他再也没错过。他的同桌听了，也用上了，也不错了。这句话在课本面前不够严谨，也不漂亮，可是在蒋小川和他同桌这个两人社区里，它对，而且有效。

再看课本那一边。课本上的去括号法则，比蒋小川那句话「对」得多：它对所有的式子都成立，任何时候拿出来都站得住。可是蒋小川恰恰用不上它，错了一次又一次。这不是蒋小川笨，而是一个很普遍的现象。这里借第 491 号《SDE 平台：慧店的诞生》的一个看法：公共知识越来越对，也越来越用不上。

为什么会这样？因为一条知识要在越来越大的社区里都对，就得把每一个具体的人、具体的场景一层一层剥掉。剥到最后，它对所有人都成立，可是谁的场景也不在里面了。它变成了化石，硬，准，放之四海而皆准，可是拿在手里，不知道往哪里用。课本上那一行浮力定律，对极了，可是对一个从没摸过水盆、没坐过渡船的孩子来说，它就是一行要背的字。

反过来，「我的知识」又有它的毛病：它好用，可是只在自己那里好用。蒋小川那句话，换一个没听过的孩子，可能一头雾水；赵磊的水盆，到了一个没修过车的城里孩子那里，也许什么也说明不了。最小的社区里，知识最好用，也最孤单。

谱系性知识恰好站在两者中间，而且是把两者连起来的那一种。蒋小川那句「进门个个翻脸」，后来在班上被几个同学改过：有人加了半句「前面是正号，进门不吭声」，有人把它画成了一扇门、一排小人。蒋小川认得出这几种改法各

改在哪里，改的人也都说得出最早是从蒋小川那里来的。最后，许老师让大家把几种说法和课本的法则放在一起看，确认它们说的是同一件事，再写进《班级词典》的「去括号」一条底下，注明来自谁、经过谁。

这时候，这条知识的社区就变了。它不再只属于蒋小川一个人，也不只是课本上那个谁的场景都不在的法则；它在一群认得它来路的孩子之间对效。课本的「对」被它接住了，蒋小川的「好用」也被它接住了。本书说的谱系性知识，就是这样一种知识：它一头连着化石的「对」，一头连着「我」的「好用」，中间每一根线，都有人认过。

这里还要守住一条界线，免得「对效」被误会成「怎么说都行」。社区大小不同，对效的范围不同，可是底座不分社区。浮力的定义、去括号的结果，全班必须一样，错了就是错了。蒋小川的口诀之所以能写进《班级词典》，前提是它算出来的结果和课本法则一模一样；如果它在某种式子上算错了，它就碰了底座，必须改，没有商量。谱系性知识不是在底座上开口子，而是在底座之上长枝。底座越清楚，枝长得越放心。

还有一个小地方值得多看一眼。蒋小川那句口诀，在他和同桌两个人之间，已经「对效」了，为什么还要让它走出这两个人？因为最小的社区有一个看不见的危险：它没有别人来校对。一句口诀在两个人之间用了三个月，从没出过错，于是两个人越来越信它；直到有一天碰上一个括号套括号的式子，口诀管不住了，两个人还在照着它翻脸，错得一模一样。小社区里的知识，好用的时候很好用，出错的时候也是成片地错，而且自己看不出来。

让它走出去，走到别的孩子那里被改，被拿去和课本的法则对一对，它才有机会被校出毛病，也才有机会长出新的一截。被改，不是被否定；被认出，也不只是被表扬。一条「我的知识」能被别人改、又被自己认出，它才真正活在一个班里，而不是锁在一个人的草稿本上。

所以，知识有三种社区：「我」这个最小的社区，「我们」这个最大的社区，还有夹在中间、一群人彼此认得来路的那个社区。下一章就要讲这个中间的社区，本书叫它「类我」。

回头再看这一章开头那个问题。孩子们说的「同一个教室」「同一张课表」「同一个班主任」，都对，都是一个班之所以是一个班的条件；可它们是教室、课表、管理的「同」，还不是知识的「同」。知识的「同」，要到苏小禾那张草稿纸上去找：谁的东西在谁那里。那张纸上的线越多、越连成一片，这个班在知识上就越是一个班。三视角看这个班，看得见对比、变化、分布，看得见谁成绩高谁成绩低、谁进步谁退步、谁坐哪里，就是看不见这张图，因为这张图上的线，是在孩子和孩子之间、在一枝知识变形的那一刻才长出来的。

带走的话

- **同一个浮力有三种知道：背得出，知道的是化石；摸得着，知道的是自己那一枝；认得出，知道的是一张网。**
- **班级的同一性不是此刻相似，也不是同出一源，而是双向认出的连通，本书称之为「认谱同一性」。**
- **生物分类里的「同」，后代不认祖；班级网里的每一根线，两端的孩子都亲口认过。**
- **人人都是成员、认出图却断成几块的班，不算「同」。**
- **公共知识越来越对，也越来越用不上；谱系性知识一头连着化石的对，一头连着「我」的好用。**

小　账

本章的承重说法：班级的「同」是认谱同一性，即认出图的连通，不是此刻相似、不是同出一源，也不是成员资格；原样接过的知识不算被收下。

本章在什么局面下算错：如果想法接续很密、认出图却断成几块的班，同班感与留恋感并不低于认出图连通的班；或者原样接过的知识与变形接过的一样结晶，本章就错了（第 30 章第 7 条预言）。

明天可以试的一件小事

下课前留三分钟，请每个孩子在小纸条上写一句：「今天我从谁那里借了一点什么，我把它改成了什么。」收上来，不打分，只数一数：有多少张纸条写的名字，被写到的那个同学自己也认得。

◆

09

第 9 章

三层谱系：全班的知识—类我的知识—我的知识

期中家长会散场以后，一诺妈妈没走。她等别的家长都出了门，才走到讲台边，压低声音对许老师说：「许老师，我不是挑您的毛病。可是这个小组合作，我真看不懂。一诺回家说，她们组一道题讨论了二十分钟，最后的做法还没有她一个人做得快。四个人凑在一起，不就是拖着她吗？要我说，就让一诺带着他们做，她讲，别人听，效率高多了。」

许老师没有急着辩。她想起同一个星期，赵磊爸爸在家长群里发过一句话：「孩子开心就好，组不组的无所谓，各学各的嘛。」两位家长说的方向正相反，一个要一诺一个人把全组拉齐，一个觉得各人顾各人就行。可是许老师忽然觉得，他们其实是在同一个地方看问题：班里只有两种知识，一种是「大家的」，一种是「我自己的」。中间那一层，谁也没看见。

那天晚上，许老师在备课本上写了三行字：全班的。我们组的。我的。她在「我们组的」底下画了一道很重的线。

> **这一章的问题**
>
> 「我们的知识」和「我的知识」之间，还有没有一层？如果有，它是什么，怎样才算真的有？

◆ 9.1　大我小我的陷阱

学校每年秋天有合唱比赛。初二（3）班报的是一首齐唱的老歌。排练第三天，有几个孩子嫌齐唱太平，自己哼出了一段低声部，和主旋律叠在一起，好听了不少。可是指导排练的文艺委员很为难：比赛要整齐，四十八个人的声音要像

一个人，你们几个另起一个调，台上万一乱了怎么办？最后班会上定了调子，黑板上写了八个大字：小我服从大我，集体至上。低声部就没有了。

「大我」「小我」这一对说法，很多人从小听到大。它的好处是简单：集体大，个人小，小的服从大的，事情就顺了。可是它有一个藏得很深的毛病：它把「我们」和「我」摆成了一大一小、同一种东西的两个尺寸。既然是同一种东西，只是大小不同，那它们之间的关系就只剩下一种：谁吞掉谁。

大的吞掉小的，就是统一。四十八个人的声音像一个人，四十八本笔记一字不差，一个班只剩下「大我」。小的反过来不服大的，就是散开。各唱各的调，各学各的东西，一个班只剩下四十八个「小我」。第 2 章说过两种假乖：会复述的班长挤进了公共知识的中心，什么都反对的刺头跳到了反向的中心。放在大我小我这对说法里看，一个是被大的吞了，一个是拼命不让大的吞；看起来一正一反，其实都站在「大小」这根线上，都只能在这根线上挪来挪去。

这正是三视角调和的老路。比一比，大我好还是小我好；看一看，这学期是统一多了还是自由多了；排一排，谁在中间、谁在边上。无论怎样调，都是在一根尺子上找一个合适的刻度，尺子本身没变。

所以本书不用「大我」「小我」，改叫「我们的知识」与「我的知识」。改的不只是说法，是看法。在本书里，这两样东西的关系不是大小，而是源流。

什么叫源流？「我们的知识」是源：课本上每一行字，都是从前许许多多个「我」的知识，经过一轮一轮的借用、改写、认出、回流，最后压实成的化石。它大，不是因为它天生就大，而是因为它是许多条小流汇成的。「我的知识」是流：一个孩子从化石的根上长出自己的一枝，带着他自己的水盆、渡船、画笔。可是流又会汇回去，长成下一轮的源。今天林朵的水线、赵磊的水盆，如果在班里被认出、被写进《班级词典》，明年就是下一届的一块小化石。

放在源流里看，「我们」和「我」就不是你吞我、我抗你的关系了，而是上游与下游，而且下游还会变成上游。统一与多样也就不再是一根尺子的两头，而是同一条水在不同时段的样子。

再回到合唱。那段低声部，如果换一个看法，它不是「小我」在跟「大我」闹别扭，而是一条新流从源里冒出来了：几个孩子从齐唱的主旋律里听出了缝，用自己的嗓子填了一段。好的处理不是把它压下去，也不是让每个人都去另起一调，而是问一句：这一段是从哪里来的？它和主旋律怎样咬在一起？全班要不要把它收进来？如果收进来，就得有人认得出它最早是谁哼的，哼的那几个孩子也认得出它在全班嘴里变成了什么样。

这里还藏着一样东西。那几个哼低声部的孩子，他们既不是「全班」，也不是「一个人」。他们是一小撮，在同一段旋律上互相听、互相调，最后哼成了一个声部。在合唱里，这叫声部。在本书里，这一层有一个名字：类我。

导论 0.3 讲「一个矛盾，六层名字」时，主体这一层写的正是这三样：两头是「我们」与「我」，第三者是「类我」，也就是小组、声部。那六层名字的每一层都是同一个结构：两头顶着，中间生出一个第三者。在知识层，两头是「我们的知识」与「我的知识」，第三者是谱系性知识；在主体层，第三者就是类我。类我不是在「我们」和「我」之间找一个折中的大小，好像比全班小一点、比个人大一点就算；它是一种不同的东西：一小撮人在同一个问题上彼此改写，长出了一样既不属于全班课本、也不属于其中任何一个人的知识。

所以，源流不是两层，是三层。在「我们」和「我」之间，还有一个很容易被大我小我的说法抹掉的中间层。大我小我只看得见两头，所以永远在两头之间调和；看见了中间这一层，才看得见知识是怎样从一个孩子流到全班、又从全班流回一个孩子的。

◆ 9.2　类我的操作定义

先把定义放在这里。这一句全书一字不改：

> **组里至少两人的不同做法被对方改写进自己的解法，才算类我；分工拼好的小组不算。**

这句话短，每个字都有分量。先看一个算的例子，再看一个不算的例子。

初二（3）班有个数学小组，四个人：冯畅、姚桐、钱佳怡、蒋小川。有一天许老师给了一道题：从 1 开始，把连续的奇数加起来，1 加 3 加 5，一直加到 99，和是多少？要求每个人先自己做，再在组里讲。

四个人走了四条路。

冯畅列表找规律。她先算 1，再算 1 加 3，再算 1 加 3 加 5，一行一行往下列：1、4、9、16……列到第五行，她看出来了，这些和都是平方数。加到第几个奇数，和就是几的平方。从 1 到 99 一共五十个奇数，所以答案是五十的平方。

姚桐用首尾配对。他把第一个和最后一个配在一起，1 加 99 是 100；第二个和倒数第二个，3 加 97 也是 100；一共五十个数，配成二十五对，每对 100，答案是两千五百。

钱佳怡画点阵。她在草稿纸上先画一个点，再在它右边和上边围一圈三个点，拼成一个两行两列的小方块；再围一圈五个点，拼成三行三列；每多加一个奇数，就是在方块外面再包一层「拐角」。她画到第四层就明白了：加到第几个奇数，就拼成几行几列的正方形。

蒋小川硬算。他拿着计算器一个一个加，加了五十次，得出两千五百。他说：「答案对就行。」

四个人的答案都是两千五百。如果故事到这里结束，这只是一个「一题多解」的小组，四种方法并排摆在那里，老师在黑板上写出四种，夸一夸，结束。这还不是类我。

接下来发生的事情才是要紧的。

姚桐听完钱佳怡的点阵，愣了一下，说：「你那个正方形，为什么边长正好是五十？」两个人就趴在一张纸上画。画着画着，姚桐把自己的配对改了一下：每一对加起来是 100，那就把这 100 拆成两个 50，一个还给左边那个数，一个还给右边那个数。这样一来，五十个奇数，等于每个都换成了 50，五十个 50 排

出来，正好是钱佳怡那个五十行、五十列的正方形。他原来的配对只会算出两千五百这个数，现在多了一样东西：说得出这个数为什么正好是一个正方形。他在自己的解法旁边写了一行小字：「拆成两个 50」是为了对上钱佳怡的正方形。

钱佳怡那边也在动。她听了姚桐的配对，马上想到一个问题：如果加的不是奇数，是偶数，2 加 4 加 6，一直加到 100，点阵还拼得成正方形吗？她先画了几层，发现每一层「拐角」都比奇数的多出一个点，拼出来的不是正方形，而是一行比一列多一个的长方形。可是最后那个长方形有多大，她一层一层画下去要画到天黑。她借了姚桐的配对：2 加 100 是 102，4 加 98 也是 102，二十五对；再照姚桐刚才的办法把每个 102 拆成两个 51，就是五十个 51，正好是五十行、五十一列的长方形，答案是两千五百五十。她把姚桐的配对改进了自己的点阵里，点阵从此不只会拼正方形，还算得出长方形的边。她在草稿纸上写：长方形的边，是用姚桐的配对算出来的。

到这一步，这个组就符合了定义：至少两个人，姚桐和钱佳怡，各自原本的做法不同，而且都被对方改写进了自己的解法。不是姚桐放弃配对、改用点阵，也不是钱佳怡放弃点阵、改用配对；是两个人都还用着自己的路，只是自己的路上多了一段从对方那里来、又被自己改过的东西。

冯畅和蒋小川呢？冯畅的表格最后成了全组的检验：不管是正方形还是长方形，都拿她的表格往下多列几行，看对不对得上。蒋小川的硬算成了全组的底线核对：最后的数，和计算器算出的一样不一样。他们俩这一回没有和别人互相改写，可他们的东西都在组里用上了。这没关系。类我不要求四个人每一对都互相改写，至少有两个人做到，这个组在这道题上就有了类我。

最后全组交上去的，是一张画着正方形、长方形、配对线和一张小表格的纸，标题是姚桐写的：「我们组的拐角配对法」。底下注明了每一部分从谁来。这就是类我的知识：它不是冯畅的、姚桐的、钱佳怡的、蒋小川的任何一个人的，也不是课本上现成的；它是在四个人之间长出来的，而且来路清清楚楚。

再看一个不算的例子。

同一个月，学校要求每个小组做一份「家乡的变化」展示。隔壁一个小组四个人分得很利落：一个人查资料，一个人拍照片，一个人写文字，一个人做成幻灯片。四天就交了，图文并茂，还拿了年级展示的二等奖。可是你去问查资料的孩子：「你们组的文字里，哪一句改用了你查的东西，又改成了什么样？」他说不知道，资料交上去就不管了。你去问写文字的孩子：「你写的这一段，哪里是照着拍照的同学的照片改的？」她说没改，照片是照片，文字是文字，最后拼在一起。

这个组合作得很好，分工清楚，互相依赖，缺了谁都交不上。可是它不是类我。每个人的东西从头到尾都是自己的那一块，没有一个人的做法被别人改写进自己的做法里。它是四块拼起来的板，不是长在一起的树。

这就是本书和「合作学习」的分界。合作学习量的是分工清不清楚、互相依不依赖、每个人有没有责任。这些都重要，本书不贬低。可是一个组可以分工清楚、互相依赖，四个人一点也没有在对方那里变形。拼得再好，也是拼。类我要求的是互相改写：你的做法进了我的解法，而且在我这里变了样；我的做法也进了你的解法，也在你那里变了样。

这里顺便回答家长会上一诺妈妈的担心。让一诺一个人讲、别人听，效率确实高，答案来得最快。可是那样的组，知识只有一个方向：从一诺流到另外三个人那里，而且是原样流过去的。上一章说过，原样接过去的，等于没有收下。听一诺讲完的三个孩子，大多只是把一诺的路背了一遍；一诺自己，也没有从任何人那里改写过一步。这个组答案对了，可它在知识上只有「我们」和「我」，没有「类我」。二十分钟的讨论看上去慢，可它慢在了值得慢的地方：两个孩子的路，在对方那里各长出了一截新的。

关于类我，还有几处容易误会，一并说清楚。

第一，类我不是一个固定的小组，而是一种会发生、也会消失的状态。同一个组，这个星期在一道题上互相改写了，这个星期就有类我；下个星期四个人各做各的、最后对一下答案，下个星期就没有。座位表上的「第三小组」，只是给类我提供了一个场子，它本身不等于类我。

第二，类我不一定在小组里。合唱里的声部，午饭桌上常坐一起的几个人，放学同路回家的两三个孩子，只要他们在同一个问题上，彼此的不同做法被对方改写进了自己的做法，都算。反过来，一个小组如果永远是一个人讲、三个人听，那它从来不是类我。

第三，类我要求「不同做法」。四个人本来就用同一种方法，互相对一对，那是核对，不是改写。没有不同，就没有可改写的东西。所以类我需要上一层的自由：每个人先走自己的路，路不同，才有东西可借。这和第 12 章要讲的意义三律直接相连：创造律要众人把力气拧进同一个解，自由律要各走各的路，类我正是这两股力顶在一起时留下的痕迹。全班有多少个组在共同的问题上互相改写了，可以数出来，本书叫「类我率」，第 12 章再细讲。

第四，类我也有它的危险。互相改写得久了，几个人越来越懂彼此，也越来越只懂彼此，外人插不进去，就成了小圈子。小圈子里的知识，和上一章说的「最小的社区」一样，好用，也孤单。本书在第 30 章把这一条列为全书最弱的地方之一。这里先记住一个对付的办法：类我的知识要往全班回流，要写进《班级定理册》，要让组外的人也能借、也能改。只在组里转、不往外流的类我，迟早会硬成一个小统一。

第五，类我是认出图上最先长出线的地方。上一章说，班级的同一性是认出图的连通。可是四十八个孩子，彼此之间的线不会凭空出现在全班范围里；它们多半先在四五个人的组里、在三两个人的饭桌上长出来。一个组里有了类我，组里就有了几根两端都认过的线；几个组各自有了类我，再有一两枝从这个组流到那个组，全班的图才连得起来。反过来，一个班如果一个类我也没有，它的认出图就只有两种样子：要么所有线都连在老师或一诺这样的一两个人身上，像一把伞，伞骨之间互不相通，抽掉中间那根就全散；要么根本没有线，四十八个点各自孤零零地待着。所以类我不是可有可无的「小组活动」，它是全班这张网的针脚。

最后，说一说老师怎样判断一个组有没有类我。不用看组里气氛热不热闹，也不用看最后的答案对不对，只问两个问题，分别问组里的每一个人：「你的解

法里，有没有一步是从组里别人那里来的？是谁的，你把它改成了什么？」「你原来的做法，有没有被组里别人用进了他的解法？他改在了哪里？」至少有两个人，彼此对上了这两个问题的答案，这个组就有了类我。答不上来的组，不要批评，只说一句：下次先各做各的，再看能不能从别人那里改出一步来。

◆ 9.3　我的知识是在班里长出来的

讲了「我们的知识」和「类我的知识」，还剩最下面一层：「我的知识」。这一层看上去最简单，其实最容易被误解。

数学课上有一道应用题：两家打印店，甲店每张五毛，不收别的钱；乙店每张三毛，但每次要先交两块钱的服务费。印多少张的时候，两家一样贵？印多了去哪家划算？

大多数孩子列方程。设印 x 张，甲店是零点五乘 x，乙店是零点三乘 x 加二，两边相等，解出 x 等于十。陈一诺两分钟就做完了，步骤工工整整。

苏小禾没有列方程。她在草稿纸上画了两条线。甲店那条从零开始，一路斜着往上爬，爬得陡；乙店那条从二开始，起点高，可是爬得缓。两条线在某个地方交在了一起。她数着格子，找到交点，正好在十张那里。交点以前，甲店那条线在下面，便宜；交点以后，乙店那条线在下面，便宜。她连「印多了去哪家」都不用再算，一眼就看出来了。

许老师在教室里转，走到苏小禾桌边，停住了。她看了一会儿，问：「你愿不愿意上来画给大家看？」苏小禾的脸一下子红了。全班都回过头来。这是她进初二以来，第一次被请上讲台。

她在黑板上画得很慢，手有点抖，话也很少，只说了几句：「这条是甲，这条是乙，它们在这里碰上。碰上以前甲便宜，碰上以后乙便宜。」可是底下有好几个孩子「哦」了一声。有人小声说：「原来第二问不用算的。」

这个场景，很容易被讲成一个「沉默的孩子终于被看见」的温暖故事。这样讲没错，第 23 章讲师德时还会回到「让沉默孩子的作品第一次被全班读到」这

件事上。可是在这一章，本书要从这里看出另一件事：苏小禾的这一枝，到底算不算「我的知识」？它是怎么来的？

先看它不是怎么来的。它不是苏小禾一个人在脑子里凭空想出来的。用两条线比大小，背后是坐标系，是「一个量随另一个量变化可以画成一条线」，这些都是课本上的东西，是化石。苏小禾这一枝，是从这块化石上长出来的；这块化石，就是她这一枝的根。没有这个根，她画不出那两条线。

它也不是苏小禾单靠「天赋」长出来的。她爱画画，在美术课上学过怎样用线条和比例表现远近，在家里也常常画东西帮自己想事情。这些是她带进教室的预备 E：一个用图想问题的习惯，一只不怕在纸上涂涂抹抹的手。没有这些，她可能也和大家一样列方程。

可是光有根、光有带进来的习惯，还长不出这一枝。这一枝是在这道题上、在这个班里长出来的：许老师给的是一道「两家比较」的题，正好让两条线有了用场；全班大多数人都在列方程，正好让她的画法显得不一样；许老师走过来、停下、请她上台，正好让这一枝第一次离开她的草稿纸，被别人看见。如果这道题是别的题，如果没有人停下来，这一枝可能就一直躺在她的草稿本里，连她自己都不觉得那是一种「方法」。

所以本书说：我的知识是在班里长出来的。它是「我的」，不是因为它只属于我一个人、跟别人没有关系，而是因为它在我这里变了形：课本给的是坐标系，苏小禾长出来的是「两条线一碰，前后谁便宜一眼就知道」。它也是「在班里」长出来的，因为根是全班共有的化石，场子是这个班、这节课、这道题，让它被看见的是这个班里的老师和同学。

这一点要紧，因为它把「我的知识」和两种常见的误会分开了。

第一种误会，是把「我的知识」当成私产，好像越是我一个人独有、跟别人越不一样，就越是「我的」。照这个看法，教室越散开越好，各学各的越多越好。可是一枝和谁都没关系、来路说不清的东西，长得再奇特，也只是一时的热闹。第三编的定音句里那句话说的就是它：创造一旦认不出来路，就只是热闹。

苏小禾这一枝之所以是知识，不是热闹，恰恰因为它的来路说得清：根是坐标系，经过了美术课上的那只手，长在了这道打印店的题上。

第二种误会，是把「我的知识」当成「我们的知识」的一个小号副本，好像一个孩子学会了课本，课本就变成了「他的」。照这个看法，苏小禾只要也能列出方程，就算有了「她的知识」。可是原样背过来的方程，在她那里并没有变形，它还是课本的，不是她的。

「我的知识」站在这两种误会中间：它从「我们的」根上长出来，在「我」这里变了形，而且来路仍然认得出。这和上一章说的变形收受律是同一件事，只是换了一个角度：从接的人那一头看，叫「收下」；从长出来的那一枝看，叫「我的知识」。

还有一件事值得多看一眼。苏小禾下台以后，那节课剩下的十几分钟里，有三四个孩子也在自己的草稿纸上画起了线。有一个画错了，把乙店那条线也画成从零开始，交不上，他去问苏小禾，苏小禾指着他的起点说：「这里，要先往上挪两格。」这时候，苏小禾的这一枝已经开始往别人那里长了；它会不会在别人那里变了形、她认不认得出、最后会不会写进《班级定理册》，那是第 11、13 章要讲的事。这里只看见一个开头：一枝「我的知识」，一旦从草稿纸上走到讲台上，它就有了往类我、往全班流的可能。

那节课下课前，许老师做了一件很小的事。她没有在黑板上写「苏小禾的方法真好」，而是问了苏小禾两个问题：「你这个画法，你觉得是从哪里来的？」苏小禾想了想，说：「课本上画过一次函数的图，我就想，两家店各画一条。」又问：「那你自己加了什么？」苏小禾说：「我看它们碰在哪里，碰上以前和以后谁在下面。」许老师把这两句话原样记在了备课本上，旁边写：根是一次函数的图像，枝是「看交点前后谁在下面」。

这两个问题，是在帮一个孩子认出自己的知识。很多孩子，尤其是沉默的孩子，手里明明有一枝，却说不出它是什么、从哪里来、自己改了哪里，于是连自己也不当它是知识。「我的知识」不只是长出来，还要被自己认出来。一个孩子先要能指着一枝说「这是我的，根在这里，我改在这里」，才谈得上下一步：指

出这一枝正在别人那里长着、变成了什么样，借用的同学也点头。第 29 章讲的「我的知识」指认率，数的就是后面这一步，而它是从这里起步的。一个班里，能这样指认出自己一枝的孩子越多，这个班可供彼此借用、改写、认出的东西就越多，认出图才有线可连。

到这里，三层谱系就齐了。最上面一层是「我们的知识」：课本里的化石，全班共有。其中最薄的一层是底座，全班必须一样，这一轮不复活；其余部分等着被选出来当根，重新复活。中间一层是「类我的知识」：几个孩子在同一个问题上，把对方的不同做法改写进自己的解法，长出一个组、一个声部自己的东西。最下面一层是「我的知识」：一个孩子从化石的根上长出的一枝，带着他自己的预备 E，在他这里变了形。

这三层不是三个格子，各放各的东西；它们是一条流动的谱系。化石里拿出一块当根，根上长出各人的枝；枝和枝之间搭起桥，在类我里互相改写；改写出来的东西，来路认得出，又回流进全班，写进定理册、写进词典；写进去的东西，日子久了，又压实成下一轮的化石。往下流，往回流，一层一层，一轮一轮。这就是第三编要讲的谱系：它不是一张从上往下的组织结构图，而是一条上下来回、每一段都认得来路的水。

带走的话

- **「大我」「小我」把我们和我摆成同一种东西的两个尺寸，只能你吞我、我抗你；本书改成「我们的知识」与「我的知识」，是源流，不是大小。**
- **在我们和我之间，还有一层「类我」：组里至少两人的不同做法被对方改写进自己的解法，才算类我；分工拼好的小组不算。**
- **一题多解并排摆着，不是类我；互相改写、各自的路上多出一截从对方来的东西，才是。**
- **我的知识是在班里长出来的：根是全班的化石，场子是这个班，变形在我这里，来路认得出。**
- **三层谱系不是三个格子，是一条往下流、又往回流的水。**

小　账

本章的承重说法：在「我们的知识」与「我的知识」之间有一层类我，它的判据是互相改写，不是分工、不是同组、不是气氛。

本章在什么局面下算错：如果分工拼好的小组，与互相改写的小组相比，谱系事件率和「我的知识」指认率一样高、组里每个人说出自己那一份来路的比例也一样高，「类我」这一层就是多余的，本章就错了（参看第 30 章第 1 条预言）。

明天可以试的一件小事

下一次小组讨论前，先给每个人五分钟各做各的，不许商量；讨论结束时，请每个组交一张纸，只写一行：「组里谁的做法，被谁改进了自己的解法，改在哪里。」写不出来的组也交白纸，不扣分，下次再试。

◆

10

第 10 章

最薄的底座：哪些知识必须同

星期一的班会，许老师在黑板上写了一行字：「从这周起，作业的做法可以不一样。」

话音刚落，后排就有人接了一句。是赵磊，他把椅子往后一仰：「那抄也行呗？反正都可以不一样。」

全班哄笑。有人跟着起哄：「那π是不是也可以等于3？」「那考试能用方言答吗？」林朵脸一红，没吭声。

许老师没有笑，也没有发火。她在黑板中间画了一条竖线，左边写「必须一样」，右边写「可以不一样」。然后把粉笔递出去：「你们来填。」

一开始，左边一栏很快就填满了：字要写工整、解题要写「解」字、作业本统一用蓝色封皮、上课不许交头接耳、做完题要检查两遍……写到第十几条，马骁举手：「老师，左边这么多，那右边还剩什么？」

教室里安静下来。

> 这一章的问题
>
> 一个班要长出不一样的知识，先得有哪些知识全班必须一模一样？这一层为什么要薄，薄了又凭什么不会散？

◆ 10.1　课标里的底线

黑板上那一栏「必须一样」，填得那么快，是有原因的。一个班里「必须一样」的东西，从来不是一个人定的。它是好几层沉下来的。

许老师那天晚上回家，把左边那十几条一条一条往回追：每一条是从哪里来的？

追下来，大概是这么几层。

最底下一层，是课程标准。课程标准对每个学段写的，大意是这个阶段的孩子要理解哪些概念、会用哪些方法、能解决哪一类问题。它是全国的孩子都要到达的一条线。

往上一层，是学校和教研组的习惯。比如数学作业开头写「解」，几何证明用「因为」「所以」排成两列，应用题最后要写「答」。这些习惯有它的好处，批改的人一眼能看清，但它们大多不是课程标准里要求的。

再往上一层，是许老师自己八年带班攒下的规矩。比如草稿纸必须对折、错题必须用红笔抄两遍、作业本统一蓝皮。有的是真管用，有的只是她的上一任班主任这么做，她就跟着做了。

最上面一层，是孩子们自己脑子里的「必须」。比如「班长的答案一般是对的」「老师写在黑板上的步骤不能改」。没人这么规定过，但全班都这么默认着。

一张「必须一样」的单子，就这样一层压一层，越压越厚。

这里要先把一件事说清楚：**课标里的底线，和本书说的「底座」，不是一回事。**

课标的底线，是一条「到达线」。它说的是孩子要到哪里——理解什么、会做什么。它没说每个孩子要走同一条路到那里。一个孩子靠画图理解了一次函数，另一个孩子靠列表理解了一次函数，按「到达」来看，两个都到了。

本书说的底座，是一层「同一线」。它说的是全班有哪些东西必须一模一样，一个字都不能差。前面几章已经说过：底座是化石里不复活的那一层，定义、符号、安全、诚信、不欺凌，零容忍。

一个是「都要到」，一个是「都要同」。前者可以很宽，后者必须很窄。

许多班级的「必须一样」之所以那么厚，就是把这两条线搅在了一起：既然大家都要到同一个地方，那就干脆走同一条路、写同一种格式、用同一种颜色的本子。到达线被悄悄改写成了同一线。

我们不评价课程标准本身该怎么写，那不是这本书的事。这本书只关心一件事：一个班的老师，怎样读这条底线。

读法有两种。

一种读法是：课标说要会，那就让所有人用同一种方法会，最省事，最好查。这样读下来，课标里的每一行都变成了底座。

另一种读法是：课标说要会，那就守住「会」里面那几样谁也不能错的东西——概念的定义、通用的符号——其余的，让孩子各自去长。这样读下来，课标里真正落到底座上的，其实只有很薄的一层。

那么，「会」里面到底哪几样谁也不能错？许老师给自己定了一个判断：**如果这一样东西全班不一样，孩子们之间就没法互相听懂。**

拿「相似」来说。几何课上，如果有的孩子说的「相似」是形状一样，有的孩子说的「相似」是大小形状都一样，那两个人讨论五分钟，会发现自己从头到尾在说两件事。这种分歧不是燃料，是噪音。所以「相似」的定义必须同。

拿符号来说。等号就是等号，不能有人拿它当「然后」用；负号和减号要分得清。符号是全班的公共语言，一个人改了，所有人读他的东西都会出错。

再拿一个更日常的词来说：「平均」。有一次体育委员把全班跳绳的成绩贴出来，两个小组为「我们组平均比你们组高」吵了一节课间。吵到最后才发现，一组说的「平均」是把所有人的个数加起来除以人数，另一组说的「平均」是排在正中间那个人跳了多少。两种算法都有用，统计里也各有名字，可是它们不能共用一个名字。名字一混，吵架就成了各说各话，谁也说服不了谁，谁也学不到谁的。许老师后来做的事很简单：把两种算法的名字写清楚，全班统一叫法。叫法统一了，下一次争论，大家就能吵到真正的分歧上去——哪一种更能说明一个组的水平。

你看，底座定下来，不是吵架少了，而是吵架有了着落。

再拿解题的格式来说。开头写不写「解」字，证明分不分两列，大家不一样，会不会听不懂？不会。一个孩子在草稿纸上画了一个箭头图，旁边写一行算式，另一个孩子照样看得明白。所以格式不属于这一层。

这个判断背后，有一条更深的理由。

这本书说班级之美，是双向认出的谱系闭环：一个孩子的一枝知识在别人那里变了形，原主认得出变在哪里，借用者说得出从哪里来。注意「认得出变在哪里」这几个字。要认出一个东西变了，先得有一个大家都不变的东西来对照。

如果林朵和一诺对「损耗」这个词各有各的意思，那一诺把林朵的算法改了以后，林朵根本没法指出「这里是你改的」——她连对方在说什么都不确定。认出，需要一块共同的地面。

底座就是这块地面。它不是用来长东西的，它是用来让长出来的东西互相认得出的。

所以底座要同，不是为了整齐，是为了认出。这句话，是本章的第一块基石。

许老师那天晚上把单子划了一遍。十几条里，真正经得起这个判断的，只剩下几样：几个关键概念的定义、几个通用符号、实验室和体育课的安全规矩、不许造假、不许欺负人。

其余的，她都打了一个问号。

◆ 10.2　底座为什么要薄

第二天的数学课，许老师先讲了一道题。

是上个月的一道作业题：一个长方形花坛，四周铺一圈宽度相同的小路，给了花坛的尺寸和小路的总面积，求小路有多宽。

当时的批改规矩是「每题必须按标准步骤」：设未知数、列方程、解方程、检验、作答，五步一步都不能少。苏小禾那次交上来的是一张图：她把花坛和小

路画出来，把小路拆成四个长条和四个小正方形，在图上标了数，最后得出的宽度是对的。但她没写「设」，没列方程，许老师当时给她扣了一半的分。

这一回，许老师把苏小禾那张图投到屏幕上，问全班：「她错在哪里？」

教室里有人说「没写设」，有人说「没列方程」。一诺说：「她这个其实就是方程，只不过画出来了。」

许老师点点头，转身在黑板上写了一行新规矩：

「结论与关键概念必须对，路径可以不同。」

她解释：结论要对，面积、宽度这些概念不能用错，单位不能丢；至于你是列方程、画图、试数还是别的办法，自己选，只要能讲清楚。

这一改，第二周的作业就不一样了。同一道题，交上来四种做法：有人列方程，有人画图，有人从小往大一个一个试，赵磊干脆拿一张纸剪了一个花坛，量出来再算。

许老师后来说，那一周批作业比以前慢了一倍。但她第一次在作业本里看见了四十八个人各自是怎么想的。

这就是底座要薄的第一个理由：底座每多一条，就少一处能长枝的地方。

「每题必须按标准步骤」看起来只是一条格式规矩，其实它把整条解题的路都压进了底座。路都被定死了，就没有路可以分叉。没有分叉，就没有枝；没有枝，也就没有什么可以被别人借过去、改一改、再被原主认出来的东西。

第 8 章说过，一个班有多「同」，要看它的认出图有多连通。可是如果全班交的作业一模一样，认出图上一条线也画不出来——谁也没借谁的，因为谁和谁本来就一样。整齐到极点的班，认出图反而是空白的。

底座厚，枝就少；枝少，桥就少；桥少，认出就无从发生。

底座要薄的第二个理由：底座一厚，零容忍就不值钱了。

这个道理，许老师是在删班规的时候想明白的。

初二（3）班原来的班规贴在后墙，一共 32 条。从「不许迟到」「课桌要对齐」「午休不许讲话」「不许带零食」，一直到「不许打架」「不许欺负同学」「考试不许作弊」。每一条都配着扣分，扣分进流动红旗的评比。

问题在于，32 条放在一起，每一条的分量看起来差不多。忘了对齐课桌扣两分，在走廊里推搡同学也扣两分。孩子们心里有一笔账：反正都是扣分，扣了就扣了。最要紧的那几条，被最不要紧的那几十条稀释了。

那次班会，许老师把 32 条一条一条念出来，每念一条，问全班三个问题：

如果这一条全班不一样，会不会有人受伤？

如果这一条全班不一样，我们还能不能互相听懂、互相相信？

如果这一条全班不一样，会不会有人的东西被别人冒认？

三个问题都答「不会」的，就从底座里拿出去。

结果出乎许老师的意料。第一轮下来，32 条里只剩 9 条。第二轮，孩子们发现有几条其实是同一个意思，比如「不许打架」「不许骂人」「不许给同学起侮辱性的外号」，都是在说不能伤害人，合成一条。最后留下 4 条：

不伤害任何人，包括身体上的和言语上的，不欺负、不孤立任何同学。

不造假：作业、数据、考试，交上来的必须是真的。

用了别人的东西就说出来：借了谁的想法、谁的做法，写明来路；不说，就是抄袭。

守住安全规矩：实验室、体育课、外出活动，按安全要求做。

剩下的 28 条怎么办？许老师没有一刀全删。她把它们分成两堆。一堆是可以商量的「班级约定」，比如座位怎么排、值日怎么分、午休怎么安排，每个月班会可以改。另一堆是干脆不要了的，比如课桌必须对齐成一条线、作业本统一蓝皮。

一张表可以把这三样东西分清楚：

	底座	根	班级约定
是什么	必须全班一样、本轮不复活的最薄一层	本轮被复活来长枝的那一部分化石	为了日子过得顺、大家商量出来的做法
例子	关键概念的定义、通用符号、安全、诚信、不欺凌	这一单元要复活的定理、要重新打开的那个「对不上」	座位、值日、午休、作业本的样式
能不能改	本轮不改，零容忍	要被打开、长出新枝；新枝先写进定理册、词典，饱和合谱后才压实成下一轮底座	每月可以商量着改
碰了怎么办	当场停下，不讨论「都有道理」	正是要碰的地方	下次班会再议

这张表里有一件事要特别留意：**底座和根都是化石，但是用法完全相反。**底座不复活，它就是要「死」着、硬着，好让大家站在上面；根要被复活，它就是要被打开、被争、被长出新枝。前面说过，统一性的病，不在有底座，而在把整块化石都当成底座——把本该当根去复活的东西，也压成了不许碰的底座。「每题必须按标准步骤」就是这个病：解题的路本来是该被复活的根，却被当成了底座。

表里第三栏的「班级约定」，和《班级定理册》《班级词典》一样，属于本班自己的公共层：全班都知道、都认得，可以商量着改，但它不是底座。碰了它，下次班会再议；碰了底座，当场停下。两样东西的分量，不能再像从前那 32 条一样，混成一种扣两分。

删班规这一步，本书借用了站内第 453 号《爱在创造中成全》，把它当作给创造腾地方的一步：规矩删薄，不是为了松，是为了让创造有地方发生。

删到 4 条以后，许老师发现了第三个变化。

以前孩子们记不住 32 条，也没人真去记。现在 4 条，全班人人背得出来，还能说出为什么是这 4 条。有一次一个初一的学生在走廊里问初二（3）班的孩

子：「你们班规就 4 条？那岂不是什么都能干？」那个孩子回答：「不是什么都能干，是这 4 条什么时候都不能干。」

这句话，许老师后来写进了《班级词典》，注明是谁说的。

底座要薄的第三个理由：薄的底座，孩子说得出它为什么在那里。 厚的底座只能背，薄的底座能讲。一层孩子自己讲得出理由的底座，不需要老师天天守着；一层只能背的底座，老师一转身就塌了。

那底座能不能薄到没有？不能。薄有一个下限：薄到孩子们开始互相听不懂、互相不敢信，就薄过头了。许老师的检验办法是看讨论。如果一场争论吵到最后，双方都能说清「我们分歧在哪一步」，底座就够用；如果吵到最后发现两边连一个词的意思都对不上，那就说明有一样该在底座里的东西漏掉了，要补回去。底座不是越少越好，是刚好够让大家互相认得出、再少一样就不行。所以本章的标题叫「最薄的底座」，不叫「没有底座」。

本书指导老师王德生说过：「班级管理的升维是：打造班级的同一性谱系。」删班规、删步骤，都还不是升维本身，它们只是给谱系腾出地方。底座删薄这一步做完，真正的活才开始：让腾出来的地方长出枝来，让枝和枝之间搭上桥，让每一座桥两端的孩子都认过。只删不长，班级只是从厚变空。

当然，底座一薄，日子不会一下子变好过。作业的做法多了，课堂上的争论也多了，许老师批作业更累了。这个代价，第 14 章会专门算一笔账。这里只先说一句：底座薄，是为了让争论有地方发生；争论本身不是美，争论化成被双方认出的新知识，才是。

◆ 10.3　薄不是松

底座薄了以后，最常见的误会就是黑板上那句玩笑话：「那抄也行呗？」

不行。薄不是松。

隔壁班王老师的「自由日」，是另一种样子：周五下午什么都可以，有人画画，有人修车，也有人睡觉，没有一条非守不可的线（这件事第 2 章讲过，这里只回指一句）。那是松——底座几乎没有。

许老师原来的 32 条，是厚——什么都是底座。

本章说的，是第三种：**底座很薄，但薄的那几条比原来任何一条都硬。** 薄是条数少，硬是碰不得。两件事同时成立。

那么，哪些事一碰就是碰了底座？本书的口径是五样：定义、符号、安全、诚信、不欺凌。落到日常班级里，最常遇到的是四种：概念用错、数据造假、抄袭、欺凌。

先说概念用错。

有一回，一个小组把自己发现的一个几何结论写进了《班级定理册》，写的是「这两个三角形相似，所以对应边相等」。许老师一看，问题不在思路，而在「相似」两个字——相似的三角形对应边成比例，不是相等；他们说的其实是全等。

小组的孩子不服气：「意思对就行了，不是说路径可以不同吗？」

许老师说：「路径可以不同，概念不能不同。」

这一条，她没有让全班讨论「两种说法都有道理」。这一条定理当天退回小组，改过来以后才重新写进去。

这里的零容忍，不是罚，是不放行。概念用错的东西，不许进定理册，不许进《班级词典》，不许当作别人借用的来源。定理册本身不是底座，它是本班自己的公共层，是全班借用、对照的地方；可它建在底座这块地面上。「相似」的定义属于底座，一个用错了它的条目一旦写进定理册，等于在地面上挖了个坑：后面每一个借用它的人都会跟着错，认出图上的每一根线都会从一个错处长出来，所有站在上面的人都会崴脚。

再说数据造假。

物理课做测量小车速度的实验，各组要交一张记录表。有一个小组——我们叫其中那个孩子梁晓东——实验没做完，下课铃就响了。他回去以后，按照课本

上的公式，反过来「算」出了几组数，填进了表里，数字漂亮得很，几乎落在一条直线上。

别的组的数都有点乱，有一组还测出了一个明显偏大的数，他们在表格边上写：「可能是斜面放歪了。」

许老师把两张表并排贴在黑板上，没有点名，只问：「哪一张是真的？」

孩子们一眼就看出来了。

数据造假为什么是底座？因为它毁掉的不是一张表，而是「从哪里来」这件事本身。谱系知识靠的就是来路可读：这一枝从哪个根上长出来，经过了谁。一组编出来的数，没有来路，却装作有来路。它不是一枝新知识，是一根假枝。别人借了它、改了它，原主认出的也是一个本来不存在的东西。

那组写「可能是斜面放歪了」的孩子，后来被请去讲他们怎么发现那个偏大的数的。那一次的讲解，比任何一组整齐的数据都更像一枝真知识。

再说抄袭。

这一条，恰恰最容易在底座变薄以后被误会。因为这本书一直在鼓励「借」：借别人的做法、借别人的想法、在别人的一枝上改出新的一步。借，正是桥。

那抄袭和借，差在哪里？差在说不说来路。

借了，说出来：「我这一步是从林朵那里来的，她用的是乘法，我改成了减法。」这就是一根真线，借用者标出了来源，原主也认得出变在哪里。

借了，不说：把林朵的做法原样写进自己的本子，当成自己想出来的。这就是抄袭。它不是一根线，是一次冒认——把别人的一枝，写成自己的根。

所以初二（3）班的第三条班规，写的不是「不许抄袭」，而是「用了别人的东西就说出来」。前者只告诉孩子什么不能做，后者告诉孩子什么必须做。对一个谱系化的班来说，「说出来路」不是一种礼貌，是底座。

还有一层要说清：原样接过去，就算说了来路，也只是没有冒认，还不算收下。一枝知识要在接的人那里变了形，才算真的被收下（这条「变形收受律」第11、13章会细讲）。这里只守住最低的那一条：来路必须说。

赵磊那句「那抄也行呗」，后来他自己回答了。有一次他的齿轮做法被别的组借去用了，那组在讲台上讲的时候，一开口就说：「这个是从赵磊那里来的。」赵磊在底下愣了一下，嘴角压不住地往上翘。下课后他跟同桌说：「原来被人说出来，是这种感觉。」

最后说欺凌。

苏小禾第一次把自己的画图解法交上来那周，后排有两个男生拿她的作业本传着看，一边看一边笑：「画小人书的，也算做数学？」笑声不大，但苏小禾听见了。那个星期，她再也没交过一张图。

一个很少开口的孩子，好不容易伸出来的一枝，被一句嘲笑就缩回去了。

许老师知道这件事以后，当天就处理了。她没有开班会让大家讨论「这样说对不对」，没有说「大家互相包容一下」，也没有等着看事情会不会自己过去。她单独找了那两个男生，把第一条班规念给他们听，按班里商量好的办法处理，然后又在第二天的数学课上，把苏小禾的那张图投到屏幕上，让全班一起看它是怎么解出来的。

这件事的处理细节不在本书讨论的范围里，那是学校的事、家长的事，也要看具体的孩子。本章只说一点：**欺凌碰的是整个谱系的命根子。**

一个班的谱系，靠的是每个孩子都敢把自己那一枝拿出来。冒尖的孩子不怕拿，沉默的孩子、转来的孩子、用不一样办法的孩子，是最容易被一句嘲笑就缩回去的。而恰恰是这些孩子，带着全班最不一样的那一枝。欺凌一来，最先没了的，就是这些枝。枝没了，认出图就剩下几个冒尖孩子之间的几根线，看上去还在「交流」，其实已经断成了几块。

所以不欺凌放在底座里，不只是因为它关乎一个孩子的安全，也因为没有它，谱系闭环根本合不上。

讲到这里，可以把四种情况放在一起看一眼。

概念用错，毁的是地面——大家没法对照着认出变化。

数据造假，毁的是来路——长出一根没有根的假枝。

抄袭，毁的是认出——把别人的一枝冒认成自己的。

欺凌，毁的是枝本身——让最不一样的那一枝不敢长出来。

四样事，各毁谱系闭环的一个地方。这就是为什么它们必须零容忍。

可是真到了课堂上，事情不会贴着标签来。一场争论刚起头，老师怎么知道它碰的是底座还是根？我们给一个最简单的分法：听孩子们在争什么。如果争的是「这个词到底是什么意思」「这个数是不是真测出来的」「这一步到底是谁的」，那是底座上的事，当场停下来，先把地面补平；如果争的是「这样走行不行」「哪条路更快、更好讲」，那是根上的事，让它吵下去，吵出一枝新的来。花坛那道题，四种做法各走各的路，是根上的事；小组把全等写成了「相似」，是底座上的事。同一节课里，两种争论常常缠在一起。老师要做的，是先把底座那一根抽出来处理掉，再把根上那一场完整地还给孩子。

零容忍，在这里有三个具体的意思。

第一，不讨论「都有道理」。底座上的事，不适用本书别处提倡的「对不上是燃料」。分歧是燃料，是在根上；在底座上，分歧就是事故。

第二，不等阈值。第二编讲过，统一性的死亡要等矛盾积累到阈值，老师要守望，别急着泄压。但这只对根上的事成立。底座上出了事，当天就处理，不守望。

第三，不看人。成绩最好的一诺用错了概念，一样退回去；平时最守规矩的孩子在走廊里说了一句伤人的话，一样按第一条处理。底座之所以能让所有人站在上面，就是因为它对所有人一样硬。

最后，还有一层容易被忽略的意思：**底座也是化石，它本身不是永远不变的。**

底座「不复活」，说的是在这一轮里不复活。一个关键概念的定义，在初二（3）班这一学年里是底座；但它当初也是某一轮谱系压实下来的，也曾经是谁的「我的知识」。等到将来某一轮，它可能会被当作根重新打开——比如到了更高的学段，「数」的定义要扩大，原来的底座就成了新一轮的根。

那么，孩子们在根上长出来的新枝，又是怎样走到底座里去的？这里最容易说快了。新枝不是一长出来就进底座。它先回流进本班的公共层：写进《班级定理册》、写进《班级词典》，注明来自谁、经过谁。进了公共层，全班一样的是对它的「认得」：每个人都知道有这一枝，知道它从哪里来，拿到手看得懂；可是不要求人人照着用。苏小禾的画图法写进定理册以后，一诺照样可以列方程，只是她再看到一张画着两条线的作业，不会再说「这不算做数学」。

要等一轮又一轮下来，这一枝被借了又借、改了又改，新长出来的东西越来越像，到了饱和、全班合谱的时候，它最稳的那一小块，才会被压实成下一轮的底座。拿「平均」那件事来说。两种算法分开叫名字，这一学年先是《班级词典》里的一条，是体育委员那次吵架之后全班认下来的叫法；后来的争论都靠它落脚。到学年末合谱时，「先说清你说的平均是哪一种」这一条，就可以压进下一届的底座，成为下一届孩子一进门就要同的那一层。底座就是这样薄薄地一层一层沉下来的：在一轮之内，它不复活、不改；在两轮之间，它是从活的谱系里压出来的。

所以，一个好老师要能分清：哪些东西这一轮守着不动，哪些东西这一轮打开来长。守着不动的那一层越薄、越硬，打开来长的那一部分就越大、越活。

那天班会结束前，黑板上左边那一栏「必须一样」，被擦得只剩下 5 行。右边那一栏「可以不一样」，孩子们一直写到了黑板边上。

马骁看着黑板说：「左边少了，可是左边那几行，比以前难守多了。」

他说对了。

带走的话

- **底座要同，不是为了整齐，是为了认出：没有一块共同的地面，谁也指不出别人把自己的一枝改在了哪里。**
- **课标的底线是「都要到」，底座是「都要同」；把到达线读成同一线，底座就会一层层变厚。**
- **底座每多一条，就少一处能长枝的地方；整齐到极点的班，认出图反而是空白的。**
- **薄不是松：条数少，但碰不得。概念用错、数据造假、抄袭、欺凌，各毁谱系闭环的一处，当天处理，不讨论，不看人。**
- **借是桥，借了不说就是抄袭；「说出来路」在谱系化的班里不是礼貌，是底座。**

小　账

本章的承重说法：底座是双向认出的公共地面，只该留下定义、符号、安全、诚信、不欺凌这最薄的一层；它越薄越硬，枝才长得出来、认得出来。

本章在什么局面下算错：如果一个班把底座删到只剩几条之后，一学期里概念错误、造假、抄袭、欺凌的事件明显增多且不回落，而谱系事件并没有比删之前多，本章就错了。

明天可以试的一件小事

把班规拿出来，一条一条问三句话——这一条全班不一样，会不会有人受伤？会不会没法互相听懂、互相相信？会不会有人的东西被冒认？三句都答「不会」的，在旁边画个圈。数一数，画圈的有几条。

11

第 11 章

一堂课的谱系发生：分层、生成、回流、结晶

十一月底一个星期二，第三节，数学课。许老师在黑板上画了一个正方形 ABCD，在 BC 边上点一个 E，在 CD 边上点一个 F，连起 AE、AF、EF，旁边写一行字：∠EAF＝45°，求证 EF＝BE＋DF。

题一写完，教室里先是一阵安静。陈一诺已经在翻练习册，想找有没有做过的同类题。马骁小声说了一句「两段加起来等于一段，这种题最烦」。后排的赵磊没翻书，他盯着那个 45° 看了一会儿，用手指在桌面上画圈，嘴里嘀咕：「把这一块转过去，不就接上了吗。」靠窗的苏小禾一句话没说，她从本子上撕下一张纸，折出一个正方形，沿着 AE 那条线对折了一下，又沿着 AF 折了一下，然后愣住了：两个角折过去，好像碰到了一起。

许老师听见了赵磊的嘀咕，也看见了苏小禾手里那张纸。她没有马上点名，而是回到黑板，在题目左边画了一条竖线，竖线左边写「必须用到的」，右边写「随你走的路」。

这节课后来上了整整四十五分钟，下课铃响的时候，《班级定理册》里多了一条新条目，名字叫「赵苏旋转对称法」，排在第八条。条目底下有两行小字，一行是赵磊组写的，一行是苏小禾组写的。

这一章的问题

一堂普通的数学课里，一枝「我的知识」怎样从冒出来，到被别人接过去、变了形、又被原主认出来，最后写回全班的公共层——这个闭环在四十五分钟里是怎样一步一步合上的？

我们把这堂课拆成四步：分层、生成、回流、结晶。四步不是四个环节的教案模板，而是一次谱系事件要过的四道坎。下面一节一节说。

◆ 11.1　分层

先说许老师在黑板上画的那条竖线。

很多老师上新题，习惯是先讲一种标准解法，再让学生照着练。这样做没有错，公共知识能稳稳地传下去。但这样做有一个看不见的代价：整道题从头到尾都被当成了「必须一样」的东西。步骤要一样，辅助线要一样，连写「证明」两个字的格式都要一样。孩子们很快学会一件事：这道题里没有自己的位置。

许老师那天的做法是先分层。竖线左边，「必须用到的」，她写了三行：正方形四条边相等、四个角都是直角；全等三角形的判定，特别是「边角边」；角可以相加相减。这三行是底座。底座的意思是：全班必须一样，不许各走各的。谁把「看起来相等」当成「证明了相等」，谁把边角边说成边边角，都不行，当场纠正，没有商量。

竖线右边，「随你走的路」，她只写了一句话：这道题当初难在哪里？

全班愣了一下。许老师自己接着说，这类「两段加起来等于一段」的题，难就难在两段线段分在两个地方，一个在 BC 边上，一个在 CD 边上，隔着一个直角，根本没法直接跟 EF 比长短。老一辈数学老师有一个办法，叫「截长补短」：要么在长的上面截一段，要么把短的接长。这个办法本身就是一块化石。它当初回答的「对不上」，就是「分开的两段，怎么跟一整段比」。

这里要分清两样东西。底座是那三行定理，它们这节课不复活，就是拿来用的。根是「截长补短」背后那个对不上——怎样把分开的两段凑到一起。这一块化石，这节课要重新打开，让它在班里再长一次。底座和根都来自课本，但用法完全不同：底座照用，根要复活。

为什么要在开讲之前就把这条线画出来？因为不画线，课堂只会往两个方向偏。

一个方向是把整块化石都当底座。老师心里只有一种解法，学生无论想出什么，都被拉回到那一种上去。赵磊那句「转过去就接上了」，在这样的课堂上大概会被一句「先听我讲」压下去。他的想法不一定错，但没地方放。

另一个方向是什么都不当底座。老师说「大家随便想，怎么做都行」，结果有人用量角器量了量，说「量出来差不多相等，所以相等」。这不是一枝新知识，这是踩到底座外面去了。没有底座，各种想法就没有共同的地面，长出来的东西互相也认不出。

分层就是把这两个偏向同时堵住。左边那几行要硬，硬到零容忍；右边那一句要开，开到孩子敢把自己手边的东西拿上来。赵磊手边的东西是齿轮。他从小在家看爸爸修东西，自己会修自行车，齿轮咬着齿轮一转，一个地方的东西就被送到了另一个地方。苏小禾手边的东西是纸和笔。她想问题的时候总在画，画着画着就折。这两样东西课本上都没写，但右边那句「当初难在哪里」，正好给它们留出了位置。

分层还有一个容易被忽略的好处：它让老师自己从「答案位」上退下来一步。竖线左边是老师必须守住的，右边不是老师独占的。许老师写完那句话之后，没有接着讲截长补短的标准做法，而是说：「给你们十二分钟，按小组想。左边三行，谁用错了我要管；右边，你们自己走。」她这个动作，后面第 22 章会专门讲，叫「起音」：拿出一块化石，说出它当初的对不上，然后退到旁边。

最后提醒一句：分层不是给学生分层。A 档 B 档 C 档那种分层，是把孩子分开；这里的分层，是把知识分开。孩子还是同一个班、同一道题，只是同一道题里，哪些地方大家必须一样，哪些地方允许不一样，事先说清楚了。

◆ 11.2　生成

十二分钟里，教室里分成了好几种声音。有的小组在翻书，有的在算角度，有两个小组的声音特别大。

第三组是赵磊所在的组。赵磊把自己的想法说得很土：「你看 AB 和 AD 一样长，A 这个点就像齿轮的轴。把三角形 ADF 绕着 A 往这边一转，转九十度，

AD 就跟 AB 重在一起了，F 就转到 BC 的外面去，我管它叫 G。这样 DF 就跑到 BE 旁边了，两段接成一段 GE。」

组里另一个同学问：「转过去以后，G、B、E 真在一条直线上吗？」赵磊答不上来，只说「看着是」。这一问很要紧，正好碰到了底座：「看着是」不算数。组里四个人围着图算了一阵，算出来：∠ABG 是原来的 ∠ADF，是直角，再加上 ∠ABE 也是直角，两个直角凑成一个平角，所以 G、B、E 在一条直线上。这一步是赵磊组自己补上的。

接下来他们要证 GE 和 EF 相等。他们按老路子走：AG＝AF，因为是同一条边转过来的；∠GAE 等于 ∠GAB 加 ∠BAE，也就是 ∠DAF 加 ∠BAE，等于 90° 减 45°，还是 45°，和 ∠EAF 一样大；AE 是公共边。边角边，两个三角形全等，GE＝EF。写了大半页，写得很辛苦。

第五组是苏小禾所在的组。苏小禾不爱说话，她把那张折过的纸摊在桌子上，让同组的人看。她的做法是折：把三角形 ABE 沿着 AE 折过去，B 落到一个新位置；把三角形 ADF 沿着 AF 折过去，D 也落到一个新位置。她发现这两个点好像落在了同一个地方，而且正好落在 EF 上。如果真是这样，EF 就被这个点分成了两段，一段等于 BE，一段等于 DF，题就做完了。

问题是「好像」。组里的人问她：凭什么两个角折过去会碰到同一个点？苏小禾画了好几张图，每张图里都碰上了，可她说不出为什么。

到第十二分钟，许老师没有让两组分别上台汇报，而是做了一件小事：让第三组派人去第五组讲五分钟，再让第五组派人回第三组讲五分钟。她只提了一个要求——听完以后，在对方的方法里找一步，改一改。

这一互讲，两组都卡住的地方松动了。

第三组的人听完苏小禾的折法，最先看出来的是：他们辛辛苦苦用边角边证的那两个三角形 AGE 和 AFE，其实就是沿着 AE 对折的两半。AG 和 AF 一样长，∠GAE 和 ∠FAE 都是 45°，沿 AE 一折，G 正好落在 F 上。赵磊组那大半页

的全等证明没被丢掉，但被看成了一次「对折」：边角边说的就是这一折为什么能对得严。他们把自己方法的最后一步，从「证全等」改成了「沿 AE 一折」。

第五组的人听完赵磊的旋转，也找到了自己缺的那一步。为什么两个角折过去会碰在同一个点上？赵磊组讲的时候顺口说了一句「两个小角加起来正好 45°，像两个齿咬在一起」。第五组抓住了这句话：∠BAE 加 ∠DAF 正好是 45°，也就正好是 ∠EAF。B 折过去以后，AB 落到的那条射线和 AE 夹的角等于 ∠BAE；D 折过去以后，AD 落到的那条射线和 AF 夹的角等于 ∠DAF。两个角加起来刚好填满 ∠EAF，所以两条射线是同一条。再加上 AB 和 AD 一样长，两个点就是同一个点，组里管它叫 H。还剩一步：H 为什么正好在 EF 上？这一步苏小禾自己补上了。B 折过去，∠B 那个直角跟着到了 H，成了 ∠AHE；D 折过去，∠D 那个直角也到了 H，成了 ∠AHF。两个直角凑成一个平角，E、H、F 就在一条直线上。于是 EH＝BE，HF＝DF，EF 正好是这两段的和。他们把自己方法里那个「好像碰上了」改成了「两个角凑满 45°，所以一定碰上；两个直角凑成平角，所以一定在 EF 上」。

注意这里发生的事情和一般的小组合作不太一样。

一般的合作学习，常见做法是分工：你负责画图，我负责写步骤，他负责检查，最后拼成一份完整的解答。拼得好，作业很漂亮，可每个人只交出了自己那一块，没有谁的做法被别人改写过。按本书的说法，这样的小组还不算「类我」。类我要求的是：组里至少两个人的不同做法，被对方改写进了自己的解法。

第三组和第五组之间，正好发生了这样的改写，而且是双向的。赵磊组的最后一步，被苏小禾组的「折」改了；苏小禾组的关键一步，被赵磊组的「齿咬齿」补上了。两边都没有放弃自己的方法，两边的方法也都不再是原来的样子。

这里我们要特别说明一下老师在这十几分钟里做了什么、没做什么。许老师没有在两组之间当裁判，没有说「赵磊组的方法更规范」或者「苏小禾组的更巧」。她做的只有两件事：守住左边那三行底座——第三组说「看着是一条直

线」，她过去敲了敲桌子，说「看着不算」；第五组说「折过去好像碰上了」，她也只说了一句「好像不算」。另一件事就是安排互讲，并且要求「改一步」。

「改一步」这个要求看起来很小，却是整个生成环节的关键。如果只说「互相学习一下」，最可能发生的是：一组听完说「哦，原来还可以这样」，然后回去照抄一遍。照抄过去的东西，形状一点没变。这一点到了 11.4 节还会再讲。

到第二十五分钟，两组各自的方法都变了形。黑板上出现了一个新东西：先转，后折。先像赵磊那样，把三角形 ADF 绕 A 转过去，让 DF 接到 BE 的旁边；再像苏小禾那样，沿着 AE 一折，转出来的那个点 G 正好落在 F 上。两段的和，就这样被「转」接成了一段，又被「折」搬到了 EF 上。

这还不是这堂课的终点。新解法有了，可它是谁的？从哪里来？要不要写下来？写到哪里去？如果到这里就下课，这堂课也算一堂好课，热闹、有想法、有合作。但按本书的标准，它还只走了一半。

◆ 11.3　回流

第三十分钟左右，许老师问了全班一个问题：「黑板上这个先转后折的办法，要不要写进《班级定理册》？」

《班级定理册》是许老师这学期开始用的一个大本子，放在讲台边上。课本上的定理不往里抄，往里写的是本班自己长出来的东西：一个新办法、一个好用的说法、一个大家都认了的小结论。它不是光荣榜，也不是好题摘抄。一条东西能不能写进去，要过一道手续。

这道手续，许老师当场讲了，只有两句话。第一句：写进去的每一条，要标出它从哪条定理长出来，中间经过了谁。第二句：被借的那一方要能说出别人改了自己哪里，借的那一方要能说出自己是从哪里拿的。两句都做到了，才写。

这两句话，第二句就是本书说的「双向认得」：原主认得出自己的一枝在别人那里长着、变在哪里，借用者标得出来源。只有一方说，不算。

于是两组各派一个人，到讲台边上，当着全班说。

第五组先说。苏小禾不爱讲话，是同组的人替她开的头，但最关键的一句是她自己指着黑板说的：「原来我是两边各折一次，B 折一次，D 折一次。现在只折一次，折的是转出来的那个 G。」这是原主在指认：我的「折」还在里面，可是被改了，从两次变成了一次，折的对象也换了。接着她又指着第二步说：「两个角为什么会碰上，这里是从赵磊那儿来的，他说两个小角加起来正好 45°，像齿咬齿。」这是借用者在标来源。

第三组再说。赵磊说话很直：「第一步是我们的，转九十度，这个没变。」然后他停了一下，指着最后一步：「我们原来在这里写了大半页边角边，现在变成沿 AE 一折。这一折是苏小禾那张纸上来的。」他又补了一句：「她们把我说的齿咬齿拿去，不是用来转，是用来证两个点碰在一起。这个我没想到。」

最后这句话最要紧。赵磊作为原主，不只是认出「这是我的」，而是认出了「我的东西在她们那里变成了什么」——齿咬齿，原来是用来转的，到了第五组手里，变成了证明两个折点重合的理由。他能指出改动在哪一处。苏小禾那边，同样指出了自己的折在赵磊组那里怎样从两次变成了一次。四个「指出」，一个都不少。

就在苏小禾听完赵磊那句「这个我没想到」、轻轻点了一下头的那一刻，这个闭环合上了。我们说班级之美在闭环合上的一刻发生，指的就是这样的一刻：它不在掌声里，不在老师的表扬里，而在两个孩子互相认出了对方手里那一枝变了形的自己。

然后才是写。条目是第五组一个同学执笔写的，赵磊组的人在旁边看着改了两个字。写进定理册的样子大概是这样的：

第八条　赵苏旋转对称法

用在：正方形 ABCD 中，E 在 BC 上、F 在 CD 上，∠EAF＝45°，证 EF＝BE＋DF 一类题。

做法：先把三角形 ADF 绕 A 转 90°，DF 接到 BE 旁边成 GE；再沿 AE 一折：AG＝AF，∠GAE＝∠FAE＝45°，所以 G 正好落在 F 上，EF＝GE＝BE＋DF。

从哪条定理长出：全等三角形「边角边」判定（那一折为什么对得严，靠的就是它）；正方形四边相等。

复活的根：截长补短——分开的两段，怎样跟一整段比。

经过哪两组：第三组（赵磊组，带来「转」）、第五组（苏小禾组，带来「折」）；互讲两轮。

第三组说：最后一步原来是边角边，被第五组改成了沿 AE 一折；我们的「齿咬齿」在第五组那里变成了证明两点重合的理由。

第五组说：「折」原来要折两次，被改成只折转出来的 G；两点为什么重合，这一步来自第三组。

名字是全班一起起的。有人提议叫「旋转法」，第五组不同意；有人提议叫「对称法」，第三组又不同意。最后有个同学说，那就两个都放进去，按先转后折的顺序，叫「赵苏旋转对称法」。

这里要说清楚一件事：这个名字不是重点。很多老师也会在课堂上给学生的想法起名字，比如「这是小明的方法」。这样做是好意，能让孩子觉得被看见。但老师起名，是老师单方面给出的归属，原主不必认出什么，借用者也不必说出什么。本书要的不是名字，而是条目底下那两行小字。名字可以起错、可以改，那两行字要是写不出来，这一条就不该进定理册。

我们回头用四道关查一遍这件事。

第一关，在场：别人的知识在我这里出现了吗？出现了。苏小禾的「折」出现在赵磊组的解法里，赵磊的「齿咬齿」出现在苏小禾组的解法里。

第二关，有差：它在我这里被改写了吗？改写了。折从两次变成一次，齿咬齿从用来转变成用来证重合。

第三关，双向认得：原主认出改动了哪一处，借用者说出来路在哪里了吗？都说出来了，而且是当着全班说的。

第四关，回流：写回全班的公共层了吗？写进了《班级定理册》第八条，条目上标了从哪条定理长出、复活了哪个根、经过哪两组。这里说的「写回」，是先进本班的公共层：全班一样的，是对这一枝的认得，不是人人从此必须照用；要等到这一轮饱和、合谱的时候，它才会压实成下一轮的底座（第 28 章）。

四关都过，算一次谱系事件。

那么，那天有没有不算的？有。第一组也做出来了，用的是练习册上见过的截长补短标准做法，在 BC 的延长线上截一段等于 DF。做得完全正确，许老师在作业上打了满分。但它没有进定理册，因为它没有经过谁、也没有谁的东西在它里面变了形，它是一份正确的答案，不是一次谱系事件。许老师也没有因此批评第一组。本书的读数只给班级自己看，定理册的条目多少，不拿去比哪个组好、哪个孩子强，更不拿去给学校排名。

还有一种情况也值得说一句。假如那天赵磊组只是听懂了苏小禾的折法，回去把它整个换上，最后写出来一份「沿 AE 对折」的漂亮解法，却说不清这一折是从哪里来的——这份解法在想法上可能比原来更好，但来路丢了。按一些讲「想法改进」的理论，这已经算成功；按本书，它不美。原因第 13 章会细讲，这里只先记一句：想法可以越改越好，而来路全丢。

回流这一步，常常是一堂课里最容易被省掉的一步。下课铃一响，黑板一擦，再好的想法也就散了。散了的想法，下一次还得有人重新想一遍，而且多半想不出来。写进定理册，等于给全班多垫了一层薄薄的地面：下一回遇到类似的题，谁都可以从「赵苏旋转对称法」起步，而不必从零开始；谁要是在它上面又长出一枝，也知道该在哪一条底下接着写。

◆ 11.4　结晶

过了一个星期，许老师留了一道作业，图形换了：不是正方形，而是一个四边形 ABCD，AB＝AD，∠B 和 ∠D 都是直角，∠BAD 是 120°，E 在 BC 上，F 在 CD 上，∠EAF 是 60°，问 EF 和 BE＋DF 什么关系。

这一周里，全班几乎每个人都「会」了赵苏旋转对称法。可这道新题一发下去，「会」就分成了好几种。

第一种是看懂。黎舟那天在课上一直点头，黑板上每一步他都跟得上，回家还给爸妈讲了一遍。可到了新题，他画好图就停住了：正方形没有了，转 90° 转不过去，他不知道该转多少。他看懂的是那一道题的那一张图，不是那个办法。

第二种是背住。陈一诺把定理册上那一条一字不差地抄进了自己的笔记本，还能背出来：「先把三角形 ADF 绕 A 转 90°……」她在新题上照着背，转 90°，结果转出来的点根本不在 BC 的延长线上，后面全错了。她能复述每一个字，却说不出为什么要转、转到哪里才算对。

第三种是刷熟。谭瑶这一周找了十道「正方形里夹 45° 角」的题，一道一道用赵苏法做完，做得又快又准。到了新题，她第一反应也是转 90°，然后发现不对，再试 45°，还是不对。十道题刷下来，她熟的是「正方形、45°」这个模样，图形一换，熟就失效了。

看懂、背住、刷熟，这三种都像是会了，其实都是假会。假在哪里？

用本书的话说，这三种都是「原样接过」。黎舟把黑板上的那一张图原样接进脑子里，陈一诺把定理册上的那几行字原样接进笔记本，谭瑶把那一种题型原样接进手上的熟练。东西是接过去了，形状一点没变。这就是本书说的「变形收受律」：知识原样被接过去，等于没有被收下。抄来的、背来的、原样复述的都不算；一枝知识必须在接的人那里变了形，而且来路仍认得出，才算被收下。

这条律有点反常识。我们平时总觉得，学得越原样越好，一字不差最好。这在送礼物的时候是对的。人类学家莫斯讲礼物的流转，大意是：礼物的印记附着在物上，给者的那一份心意随着这件东西走；收的人日后回礼，回的虽是另一件

东西，给者的「灵」仍跟着原来那件物在走。所以一件礼物被原样收下、好好收着，意思就全在了，谁也不会嫌它「没变样」。班级里的知识正好相反，它的印记不在形上，在双向认出里。原样留着形，反而说明它在接的人那里没有动过；要变了形，再被双方认出来，它才真正落了地。

那么，什么时候会真正收下？

站内第 409 号《教育的产品是结晶》讲结晶要有三个条件：对不上、场、动能。我们在这里借用这三个词，用这道新题来说白话。

对不上：谭瑶刷了十道题，第一次在新题上卡住。她不是不会做，是会做的那一套跟眼前这张图对不上。这个「对不上」是她自己撞上的，不是老师告诉她的。

场：她卡住以后，没有去翻答案，而是翻开了定理册，看那一条底下两行小字。她第一次注意到，「转」来自赵磊组，而赵磊组当初说的是「AB 和 AD 一样长，A 就像齿轮的轴」。她又去问了苏小禾那一折为什么对得严。定理册和这两个人，就是她身边的场：别人长出来的枝都在，可以碰、可以问。

动能：谭瑶不服气。十道题都对了，凭什么这一道不行？这股劲让她没有停在「我不会」上，而是一直追问：到底是什么让那个办法管用？

追问到最后，她自己改出了一步。她发现，原来的正方形里，转 90° 不是因为 90° 本身，而是因为要让 AD 正好转到 AB 上去，要转的角度就是 ∠BAD；45° 也不是因为 45° 本身，而是因为它正好是 ∠BAD 的一半；G、B、E 能接成一条直线，是因为 ∠B 和 ∠D 加起来是一个平角。新题里，∠BAD 是 120°，那就转 120°；∠EAF 是 60°，正好是一半；∠B 和 ∠D 都是直角，加起来还是平角。转完再沿 AE 一折，结论一样：EF＝BE＋DF。

她把赵苏法从「正方形里的一个办法」，改成了「两边一样长、对角凑成平角、夹角是一半」时都能用的办法。形变了，来路还认得出：转来自赵磊组，折来自苏小禾组，「一半」和「凑成平角」是她自己加的。赵磊看了她的作业，说：「你把正方形拿掉了，转还在，就是转的角度不固定了。」苏小禾看了，指

着最后一步说：「折没变，还是沿 AE。」原主认出了改在哪里，借用者说得出从哪里来。

这才叫收下。谭瑶的这一枝，许老师没有当场写进定理册，而是让她下周在班里讲一遍，看能不能过四道关。下一周她讲完，赵磊和苏小禾各自当着全班指了一遍改在哪里，她也说清了哪一步借自哪一组。这一枝没有另起一条，而是用回形针别在第八条后面，成了它的第一张补页，标题是「不是正方形也能转」，底下一行小字：从第八条长出，经过谭瑶。这样，下一个人再翻到第八条，看到的就不是一个定死的办法，而是一个还在长的办法：主条在前，补页在后，哪一页是谁添的、改了哪里，一眼看得出。

同一个星期，黎舟、陈一诺、谭瑶都「学过」赵苏法，只有一个人真正收下了它。区别不在谁聪明、谁用功——陈一诺最用功，谭瑶刷题最多。区别在于，谁在接过它的时候让它变了形，又没让它丢了来路。

那黎舟和陈一诺怎么办？许老师没有在全班面前说他们「没学会」，也没有罚他们多抄几遍——多抄只会让原样接得更牢。她做的事情很朴素：把谭瑶的作业复印了两份，分别放在两个人桌上，只问一句话：「谭瑶改了赵苏法的哪一步？她改的那一步，是从哪里想到的？」

这一问，等于把黎舟和陈一诺放回了「场」里。黎舟对着两份图比了半天，终于说出：「她把转 90° 改成了转 ∠BAD 那么多。」这一句话说出来，他第一次不是在照着黑板走，而是在读一枝知识怎样变了形。陈一诺的反应慢一些，她先是把谭瑶的解法也抄了一遍，抄到一半停下来，问许老师：「那要是 ∠B 和 ∠D 不是直角，只是加起来等于 180°，是不是也行？」许老师没有回答行不行，只说：「你自己画一个试试，画完去给谭瑶看，看她认不认得出你改了哪里。」一诺后来在别的题上还会有一次更完整的变形，那是第 13 章的事；这里只记下她从「背住」往外迈出的第一步：不再问「标准答案是什么」，而是问「这个办法还能往哪里长」。

对老师来说，这里有一个容易踩的坑：看见孩子假会，第一反应是「再讲一遍」。可再讲一遍，孩子拿到的还是同一个形状，只会接得更原样。更管用的办

法，是让他去读一枝已经变了形的知识，或者让他自己去改一处，然后把改的那一处拿给原主认。变形和认出，比重复讲解更能把假会推成真会。

所以这一章说的结晶，不是「记牢了」，而是一枝知识在一个孩子那里长出了一个新的形状，这个新形状还连着它的根、连着它经过的人。看懂、背住、刷熟都可以是通往结晶的路，但停在那里，就只是原样接过。

带走的话

- **一堂课先分层：哪些是全班必须一样的底座，哪些是随你走的路，开讲前就说清楚。**
- **生成不是各说各的，也不是分工拼好；两组互讲之后，要在对方的方法里改出一步。**
- **回流写进《班级定理册》时，标出从哪条定理长出、经过哪两组，原主说出被改在哪里，借用者说出从哪里拿的。**
- **美在闭环合上的那一刻发生：一个孩子认出了自己的一枝在别人手里变了形还长着。**
- **看懂、背住、刷熟都是原样接过；知识要在接的人那里变了形、来路还认得出，才算被收下。**

小　账

本章的承重说法：一堂课的谱系发生要走完分层、生成、回流、结晶四步，一枝知识只有变了形、被双向认出并写回全班的公共层（《班级定理册》），才算被全班收下。

本章在什么局面下算错：如果原样背住、刷熟某个办法的孩子，在换了图形的新题上和把办法改出新一步、说得出来路的孩子表现一样好，变形收受律就错了；如果标了来路的定理册条目，被后来的同学借用和续写的次数并不比没标来路的多，回流这一步就是多余的。

明天可以试的一件小事

下一节课出一道新题之前，先在黑板上画一条竖线：左边写「必须用到的」（两三条定理），右边只写一句「这道题当初难在哪里」，然后让两个想法不同的小组互讲五分钟，每组在对方方法里改一步。

◆

12

第 12 章

意义三律：D1 在教室里的实现

十一月底的一个周四，第七节数学课。许老师在黑板上写了一道题：

> **学校要在围墙边上围一块菜园，一面靠墙，另外三面用篱笆。篱笆一共 48 米。怎样围，菜园面积最大？**

题不新，课本后面就有，标准做法是设一边为 x，列出面积式子，配方，找顶点。按往年，许老师会讲十分钟，练十分钟，一节课就过去了。这一次她只说了一句：「先别翻书，你们自己围。」

教室里先是安静，然后乱了。马骁把草稿纸画成一张表，宽 1 米、2 米、3 米……一格一格地算面积，算到第十三格停下来，嘴里念叨「怎么又小了」。苏小禾不列式子，在纸上画了一排高高矮矮的长方形，像一排房子。赵磊干脆从书包里掏出一截自行车刹车线，在桌上弯来弯去。陈一诺最快，三分钟就把配方写完了，答案框起来，然后转过身看别人，有点不耐烦。

二十分钟过去，许老师有点急了。照她的经验，这时候应该收：请一诺上来讲配方，大家抄一遍，下课。她拿起粉笔又放下了。因为她看见马骁正把自己那张表推给苏小禾，苏小禾看了一眼，在表的旁边画了一条先升后降的弧线，弧线最高处点了一个点。一诺凑过来，盯着那个点看了好一会儿，突然说：「我配方配出来的那个顶点，原来就是这个。」

下课铃响了。马骁、苏小禾、一诺三个人还在争那条弧线该不该是对称的。

这堂课看上去什么也没完成：四种做法，没有统一讲评，作业也没布置。可许老师后来在《班级定理册》的草稿页上记了一行字：「配方的顶点，一诺第一次说得出它是什么。」

> **这一章的问题**
>
> 一堂课里那几股看不见的力——要大家一起解出来的力、要各走各的路的力、要自己的那一份被用上的力——是怎样把课本、课桌和每个孩子重新拧在一起，让教室里看得见的知识真的变了样的？

◆ 12.1　S1＝F(D1,E1)：一条方程在教室里运行

先把这一章要用的三样东西用白话摆出来。

第一样，是班里看得见的知识样子。作业本上写了什么，黑板上留下什么，谁会做哪种题，哪些说法在班里流行，哪些做法只有一两个人会——这些都是看得见、比得出、数得清的。我们把它叫作「显露出来的知识样态」（S1，九宫里的第一行第一格，可以用对比、变化、分布三种眼光去看）。2017 年起很多班主任用三视角看班级，看的就是这一格：两个孩子一比，前后一比，全班一排，知识的样子就清楚了。

第二样，是知识扎在哪里。教室里的知识扎在三个地方。一是课本和课标里那一层，前人想出来、压实了、来路被抹掉的公共知识，本书叫它化石，这是理念界。二是课桌、课时、试卷、一块黑板、四十五分钟、四十八个座位，这是现实界。三是每个孩子带着的那一份：赵磊手上的齿轮，林朵家乡的算法，苏小禾用图想问题的习惯，这是自我界。三个地方合起来，就是三界（E1）。三界本来就缠在一起：课本要落在课时里，课时要落在孩子身上，孩子又带着自己那一份去读课本。

第三样，是拉动三界的力。本书说的是三股力，叫意义三律（D1）：创造律、自由律、幸福律。这里的创造律，本书指导老师王德生口述时也称特征律。

三股力的白话意思，下面两节慢慢讲，这里先说一句：创造律要大家聚焦同一个问题，把力气拧进同一个解；自由律要每个人各走各的路；幸福律要一个人走的那条路，在大家共同的解里恰恰被用上。

这三样东西的关系，可以写成一句话：看得见的知识样态，是三律拉动三界的结果（S1＝F(D1,E1)）。这句话里有一个要紧的方向：S1 是被生出来的，不是自己变的。S1 只在三律的张力把三界重新纠缠的时候才变；它每变一次，留下的痕迹就是认出图上多出来的一条新线——谁认出了谁的一枝，谁借了谁的路。

这就说清了第 3 章那个老问题：为什么三视角只能调和。三视角对比、变化、分布，看的全是 S1 这一格。它看得清楚，可它只描述结果，不碰产生结果的那股力，也不碰力拉的那三界。王德生老师说过一句话：「三视角通过第三个视角的改变来调和矛盾，但是不能解决矛盾。」调和是在 S1 上换一个看法，矛盾在 D1 和 E1 那里原封不动，所以每学期都回来。

那么「解决」长什么样？王德生老师口述时给过一条完整的链：

> **「用SDE来『解决矛盾』，即让两个视角的矛盾冲突积累到冲破阈值，引发三视角死亡，然后进入混沌，自组织和涌现，产生新的三视角。」**

紧接着他说：

> **「这就是特征律，自由律，和幸福律的联合作用，即D1的实现。」**

在接着读这两句话之前，先说一个班主任常有的误会。很多改革只动了三界里的一界。换一套更好的教辅，动的是理念界；把排排坐改成分组岛屿，动的是现实界；开一次「说说你的兴趣」班会，动的是自我界。每一样都有用，可单动一界，另外两界原样不动，三界之间的缠法没变，看得见的知识样子也就不变：

新教辅照样被背，分组桌上照样各写各的，兴趣说完了照样回到统一作业。方程说的是「三律拉动三界」，力要穿过三界，把它们一起重新拧一遍，S1 才会动。所以本书谈班级之美，从不单谈课桌，也不单谈课本或单谈孩子，而是谈三股力怎样同时穿过这三样东西。

这两句话放在一起读，第二编整编就是这条方程在运行。第 6 章讲的阈值，是冲突积累到撑不住；第 7 章讲的死亡，是旧的「同的方式」撑不住了；混沌里起作用的预备 E，是早已缠在班里的读书角、旧作品、友谊；涌现出来的新三视角，是一张新的认出图。这里没有一样是老师从外面塞进去的，是三股力在三界里拉扯出来的。

三股力在这条链上各管哪一段？这里先按一种读法讲：

创造律管积累。它要全班把力气拧进同一个解。统一作业、统一步骤、统一答案，原本就是创造律在用力，只是用到最后，力都拧在「同一个写法」上，而不是「同一个问题」上。越拧越紧，作业抄成一片，统一步骤的题型错误率不降反升，这就是积累。

自由律管混沌。旧的「同的方式」一死，差异被放开：各人用各人的办法，教室乱哄哄。混沌不是空白，是自由律第一次不被统一压着。

幸福律管涌现收场。乱中有一个孩子的办法被另一个孩子接过去、改了形，原主认得出、借用者说得出——这一刻，一个人的自由在共同创造里被用上了。新的认出图就是从这样一次次「被用上」里长出来的。

回到章首那堂菜园课。一道题，四十五分钟，就是这条链的缩小版。许老师不讲标准做法，是放下了指挥；马骁的表、苏小禾的弧线、赵磊的刹车线、一诺的配方各走各的，是自由律放开；三个人围着那个最高点吵，是创造律把四条路重新拧向同一个问题；一诺说出「原来就是这个」，马骁和苏小禾认得出那个点是从他们的表和弧线里来的，是幸福律收场。课本那一页（理念界）、那四十五分钟和一张草稿纸（现实界）、三个孩子各自的习惯（自我界），被三股力重新

缠了一次。黑板上看得见的知识样子，从「一个配方答案」变成了「一条弧线、一张表、一个顶点，三者互相认得」。

◆ 12.2　全班解一道难题：创造律与自由律顶在一起

很多老师心里其实早就有这两股力，只是把它们当成了两种教学风格，一个叫「抓落实」，一个叫「放开」。

先说创造律。全班解一道难题，必须是同一道题。四十八个孩子各解各的题，那不叫全班解难题，叫自习。创造律的第一个要求是聚焦：大家的眼睛要落在同一个「对不上」上。它的第二个要求是拧紧：最后要有一个全班认的解，写得进定理册，经得起检验。没有这股力，教室里就只有一堆零散的聪明。

再说自由律。同一道题，每个孩子进去的门不一样。马骁是数出来的人，他相信一格一格算下去总能看见规律。苏小禾是看出来的人，她要先看见形状才肯动笔。赵磊是摸出来的人，刹车线在手里弯一弯，长和宽怎样此消彼长，他手指先知道。一诺是套出来的人，她认得这道题属于哪一类，公式一套就出来。自由律要的是这四扇门都开着，不许谁说「你这个不算」。

这两股力天然顶在一起。创造律越使劲，越想把四扇门并成一扇：「时间不够了，都按一诺的配方来。」自由律越使劲，越想让每扇门各自通到底：「马骁你接着算，小禾你接着画，我们不着急。」

顶在一起，是这两股力最常见的样子，也是老师最难受的地方。下面是三种常见的处理，每一种都是只要了一股力。

第一种，只要创造律。老师看时间差不多了，请一诺上来讲配方，全班抄。题是解出来了，解也是对的，可它只是一诺的解，别人没有走进去。马骁的那张表白算了，苏小禾的那排长方形被擦掉了。表面上全班都会了，实际上全班只是把一诺的路背了下来。这就是第 1 章那四十八份同样的笔记的来历。

第二种，只要自由律。老师说「每种方法都很好」，请四个孩子各讲各的，下课。四条路都被看见了，可它们互相没有碰过。马骁不知道自己的表里藏着一诺的顶点，一诺也不知道配方里那个顶点能被画出来。这就是第 2 章隔壁班的自由日搬进了数学课：多样有了，接力没有。

第三种，两股力都要一点，各让一步。前半节课自由探索，后半节课统一讲评。这看上去最周全，其实是把两股力在时间上切开了：前二十分钟自由律说了算，后二十分钟创造律说了算，两股力始终没有真正顶过。这就是三视角式的调和——换一个分配时间的办法，把矛盾缓下来。下一堂课，矛盾原样回来。

那么，让两股力真正顶在一起，是什么样子？

章首那堂课里，许老师做了一件很小的事：二十分钟到了，她没有收。她让矛盾继续积累。这时候四条路开始互相碰撞。马骁的表一过第十二格，面积开始变小，他自己也说不清为什么；苏小禾看到这张表，把数字画成高低，一条弧线就出来了；一诺看着那条弧线，才发现自己配方配出来的顶点不是一个抽象的写法，而是这条弧线的最高处。

注意这里发生了什么。创造律没有放松：三个人盯着的始终是同一个问题——「为什么到某一格面积就开始变小」。自由律也没有放松：没有谁的路被擦掉，表还是表，弧线还是弧线，配方还是配方。两股力都没退，于是它们之间的张力只能找一个新的出口。出口不在任何一条路上，而在三条路的交叉处：一个三个人都认得、却谁也没有单独想到的东西。

这就是两股力顶在一起的意义。它们顶着，不是为了分出胜负，也不是为了各让一步，而是为了把三界拧出一个新的缠法：课本上那个「顶点」（理念界）第一次落到了一张表、一条弧线上（现实界的草稿纸），又落到三个孩子各自的习惯里（自我界）。

也要老实说，那堂课里并不是每一枝都被接住了。赵磊的刹车线弯来弯去，他其实早就摸到了「宽多一段、长就少两段」的那个此消彼长，可那天没有人接

他的话，他自己也没说出来。他那一枝留在桌上，没有和别的路碰上。两股力顶在一起，只保证有出口，不保证每条路都通到出口。许老师能做的，是把这一枝记下来，放进「待接」的那一栏：下一次遇到此消彼长的题，先请赵磊把刹车线拿出来。这不是补偿，是让自由律放出来的那一枝，下一轮还有被创造律拧进去的机会。

老师在这时候站在哪里，也要说一句。两股力顶着的时候，老师最想做的是站到中间去当裁判，替大家选出一条路。本书第 22 章会细讲「起音」：拿出一个化石，说出它当初的对不上，然后退到旁边。这里只需记住一点：老师一站到答案位上，创造律就替所有人拧完了，自由律还没来得及顶，矛盾就被裁掉了。

有老师会问：两股力顶着，教室会不会一直乱下去？会，如果没有第三股力收场。下一节讲的就是这股力。

还有老师会问：哪里来那么多时间？这是真问题。一道题顶二十分钟，一学期能顶几道？本书的回答很朴素：不是每道题都要顶。底座那一层（定义、符号、关键概念）照常统一讲、统一练，一分钟也不浪费；只在本轮选作根的那几道题上，让两股力真正顶一次。一学期顶成五六次，就够全班换一种「同」的方式。

◆ 12.3　包饺子：幸福律收场

讲幸福律，课堂上的例子不如家里的一锅饺子清楚。

一个普通人家，冬至那天包饺子。奶奶和面、调馅，馅是她几十年不变的白菜猪肉，褶子是她小时候从她母亲那里学来的，一边压一边捏，十二道褶。爸爸擀皮，妈妈烧水，上初中的哥哥和上小学的妹妹负责包。

先看三界。奶奶的十二道褶，是这个家里的化石：不知道最早是谁想出来的，大家只知道「饺子就该这么包」，这是理念界。一块案板、一盆馅、一锅

水、晚上七点要开饭，这是现实界。哥哥手大、性子急，妹妹手小、爱玩，各人带着各人的那一份手法和脾气，这是自我界。

再看三律。

创造律：全家要在七点前包出同一锅饺子。不是各做各的饭，是一锅。这股力让所有人围到同一张案板边上，奶奶会催：「快点，水要开了。」

自由律：每个人的手不一样。哥哥嫌十二道褶太慢，干脆两手一挤，挤成一个圆鼓鼓的元宝。妹妹捏不出那么多褶，就沿边捏了一圈小花边，像麦穗。爸爸在其中一只里偷偷包了一枚洗干净的硬币。奶奶看见了，嘴上说「不像样」，手上没拦。

这两股力也顶着。奶奶要「像样」，孩子们要「好玩」；要赶七点，又要每个人都上手。只讲创造律，就是奶奶一个人包完，大家等着吃，快是快，孩子们一只也没包；只讲自由律，就是每人包自己的，捏成什么样都行，最后锅里煮破了一半，也没人在乎。

饺子出锅，端上桌，一盘热气腾腾。就在这时候，一件很小的事发生了。

妹妹夹起一只，大声说：「这个是我包的！」大家看过去，果然是那一圈花边。奶奶也夹起一只，看了看说：「这只的褶是我教的，前面这几道是我的捏法，可后面你自己加了一圈花边。」哥哥那只元宝也被认出来了，爸爸笑着说：「这一挤，是你奶奶的折法压扁了。」吃到硬币的妈妈说：「那这一只是谁的主意？」大家一齐看爸爸。

饭桌上那几分钟，所有人都在做同一件事：认。认这一只是谁包的，认这一只从哪里来、在谁手里变了样。

这就是本书说的幸福律。它不是吃饱以后的满足感，也不是一家人热热闹闹的气氛，它是一个很具体的动作：一个人的自由——妹妹那一圈花边——在共同的创造——一锅饺子——里恰恰被用上，而且被认出来了。被用上，被认出，这

两件事要在同一刻成立。只用上、不被认出，比如花边饺子混在一盘里谁也没看出来，妹妹的那一份就消失在「一锅饺子」里了；只认出、没用上，比如妹妹另外捏了一只泥饺子摆在桌角，大家夸她可爱，那是表扬，不是幸福律。

饭桌上也有没认出来的。哥哥的元宝煮破了两只，馅漏在汤里，谁也说不清那两只是谁的，也没人去认。这不是谁的错，一锅饺子里总有一些就这样混过去了。可正是这两只漏馅的饺子让人看清：被认出不是自然而然的，要有人端起盘子问，要有人愿意说「这只是我的」，还要有人愿意说「这只的褶是从我那里来的」。哪一步没人做，那一份就散在汤里。

菜园课上也有两只漏馅的饺子，就是赵磊那截刹车线。他手上早就摸到了宽和长怎样此消彼长，可那天没人端起盘子问一句「这是谁的」，他自己也不觉得弯一截刹车线算什么办法。这一份没有错，只是没被认出，就散在了那节课的汤里。许老师后来把它记进「待接」一栏，等于是把那两只破了的饺子捞出来，放在一只小碗里，下一锅再说。幸福律不保证每一只都被认出，它只要求有人去捞。

所以本书说，幸福律与「认得」是同一个动作。认得有两个方向，一个都不能少。奶奶认得出自己的十二道褶在孙女手里变成了花边，这是原主认出；妹妹说得出「褶是奶奶教的，花边是我加的」，这是借用者标出来源。两个「指出」都成立，这只饺子才真正收场。

还有一件事值得多看一眼：妹妹没有原样照搬奶奶的十二道褶。原样照搬，奶奶也会夸一句「像样」，可那只饺子里没有妹妹。它必须变了形，而且来路仍认得出，才算奶奶的手法被收下了。第 11 章讲的变形收受律，在这张饭桌上看得最清楚。

再往后想一步。第二年冬至，奶奶包了几只带花边的，说：「给小的包几个她的样子。」花边回流进了这个家的包法。十二道褶没有被废掉，它还是底座；

可这个家的「饺子该怎么包」，从此多了一枝，而且这一枝的来路，全家都说得出。

把饭桌搬回教室。章首那堂菜园课，一诺说「我配方配出来的那个顶点，原来就是这个」，这就是「这一只是我包的」那一刻：马骁认得出那条弧线下面是他的表，苏小禾认得出那个点是她画上去的，一诺说得出自己的顶点是从他们俩那里看懂的。三条路在一个点上合拢，三个人都在里面认出了自己那一份。

这一刻，老师很容易错过。下课铃一响，大家散了，「一锅饺子」就混在一盘里了。许老师在定理册草稿页上记下那一行字，做的就是端起盘子问一句「这个是谁包的」。教室里的出锅时刻，往往只有一两分钟：一个孩子说出「我是从他那里想到的」，另一个孩子说「对，可你改了这里」。老师要做的，是让这一两分钟被说出来、被记下来。

记下来还不算完，饺子还有第二年的那几只花边。菜园题的那一行草稿，第二周被许老师拿回课上，请三个孩子一起讲。讲完，全班商量出一个名字，写进定理册：「顶点就是弧线的最高处——马骁列表，苏小禾画线，陈一诺对上配方。」从此以后，班里再讲二次函数的最大值，大家先想到的不是「配方找顶点」这五个字，而是那张表和那条弧线。课本那一行化石没有被改动，它还是底座；可这个班的「最大值该怎么想」多了一枝，而且这一枝从哪里来、经过了谁，全班说得出。到这一步，幸福律才算把这一轮收住：被用上，被认出，又回流进了全班的东西里。

这也说明了为什么幸福律管的是收场。前面两股力一个拧、一个放，拉扯得再热闹，只要没有这一次「认」，热闹就只是热闹，下课铃一响什么也留不下。有了这一次「认」，拉扯才变成一条看得见的新线，画在认出图上，下一轮还能顺着它走。

◆ 12.4　三律落成三个读数

三律如果只停在「要聚焦、要放开、要被认出」这样的话上，它就只是一个好听的说法。本书想往前走一步：让三律在教室里留下可以数的痕迹。下面三条，是**本书的假设**，不是定义。它们是否成立，交给第 30 章去检验。

第一条假设：创造律的痕迹是类我率。创造律要众人聚焦同一个问题、把力气拧进同一个解，它在教室里留下的痕迹，是同一个问题上互相改写的组数。按第 9 章的操作定义，一个组里至少两个孩子的不同做法被对方改写进了自己的解法，才算一组类我；分工拼好的不算。

第二条假设：自由律的痕迹是枝分化数。自由律要各走各的路，它留下的痕迹，是同一个根上长出了几枝不同的东西。菜园题这个根上，有表、有弧线、有刹车线、有配方，就是四枝。

第三条假设：幸福律的痕迹是双向认得率。幸福律是一个人的自由在共同创造里被用上，而被用上只有在原主认出、借用者标出时才发生。它留下的痕迹，是所有借用里，双向都认得的那一部分占多少。

拿这三个读数回头看只讲一律的课堂，各缺什么就看得清楚了。只讲创造律的课堂，全班一个解，枝分化数接近零，类我率也上不去——表面上组组都在合作，其实是全班照抄一个人的解，没有第二种做法可以被改写；只讲自由律的课堂，枝很多，类我率和双向认得率都很低，四条路互不相碰；只讲幸福律的课堂，班会上互相夸、气氛很好，可是没有共同的问题，也没有分出来的枝，没有东西可认，三个读数都起不来。

三个读数要放在一起看，单看一个会看错。枝分化数高，可能是自由日式的各学各的；类我率高，可能是几个要好的孩子抱成了小圈子，只在圈里互相改写；双向认得率高，也可能是全班一共只借了两次，两次都认出来了。只有三个读数一起往上走，才说明三股力都在用力，而且彼此咬上了。

怎样数，也不必复杂。许老师的做法是：每周五放学前，翻一遍定理册的草稿页，数三样——这一周有几组在同一个问题上互相改了写法，同一个根上长出了几枝不同的东西，所有标了「从谁那里来」的条目里，原主也认出来的有几条。数完写在草稿页的页脚，不排名，不比班，只和上一周的自己比。人数一多，这件事靠人力就数不过来了，这是第 24 章发生智能体要接手的工作之一。

拿菜园课那一周试着数一遍，就知道这三个数怎样读。

类我：马骁、苏小禾、一诺三个人凑在一张草稿纸上，表被画成了弧线，弧线又被对上了配方，三个人的写法都被别人改进了自己的那一份，算一组。别的组大多是各算各的，最后对一下答案，不算。这一周类我是一组。

枝：同一个「菜园怎样围最大」的根上，长出了表、弧线、刹车线、配方四种不同的东西，枝分化数是四。

认得：这一周草稿页上记了三次借用。一诺借了马骁的表和苏小禾的弧线，两个原主都指得出她改在哪里，这是两次；还有一次是后排一个孩子照着一诺的配方抄了一遍，一诺说不出他改了什么，他也没改什么，不算。三次里认得两次。

三个数摆在一起，许老师看出的不是「这一周好不好」，而是「哪一股力最弱」。枝有四根，自由律不缺；类我只有一组，说明创造律只把三个人拧到了一起，其余四十几个人还在各自的门里；四根枝里有一根——赵磊的刹车线——谁也没借，认得这一项就少了一块。下一周她要做的事也就清楚了：不是再多放开一点，而是把那根没人接的枝拿出来，让更多的人在同一个问题上碰一碰。读数的用处就在这里：它不给班级打分，只告诉老师下一步往哪里使劲。

三律缺一，本书认为是能检出来的。第 30 章第 4 条预言说：只做单向署名、或只量想法改进、不要求原主认出的班级，如果互读率与留恋感不低于做双向认得的班级，第 12、13 章就错了。缺的正是幸福律那一半。

三律在「积累—死亡—混沌—涌现」链上的分工，这里沿用第 12.1 节的那种读法：创造律管积累，自由律管混沌，幸福律管涌现收场。这是一种读法，不是定论，它和三个读数一样，留给后面的班级去检验。

最后重申一条禁令：这三个读数只给班级自己看，不进考核，不给学校排名用。

带走的话

- **教室里看得见的知识样子，是三股力拉动三界的结果；只在样子上换个看法，矛盾原样回来。**
- **创造律要大家把力气拧进同一个解，自由律要各走各的路，两股力顶住不退，新东西才有出口。**
- **幸福律不是气氛，是一个动作：一个人的那一份在共同的东西里被用上，并且被双向认出来。**
- **一锅饺子出锅时问一句「这个是谁包的」，一堂课结束前也要问。**

小　账

本章的承重说法：意义三律是拉动课本、课桌、孩子三界的三股力，它们分别落成类我率、枝分化数、双向认得率（本书的假设）。

本章在什么局面下算错：如果只讲一律或两律的班级，三个读数与三律都讲的班级一样高，或者只做单向署名的班级互读率与留恋感不低于做双向认得的班级（第 30 章第 4 条），本章就错了。

明天可以试的一件小事

下一堂课遇到一道有几种做法的题，下课前留两分钟，请一个孩子说出「我是从谁那里想到的」，再请被提到的那个孩子说出「他改了我哪一处」，把这两句话原样记在定理册的草稿页上。

◆

13

第 13 章

谱系可读：美在创造中发生，及已有理论推不出的那一点

周四下午第二节是劳技课，初二（3）班要做小木凳。劳技老师发下来一根两米长的木条，要截成十五厘米一块的小方块，问题写在黑板上：「这根木条最多能截出几块？」

许老师顺手把这道题留成了数学作业。第二天早上，陈一诺的作业本摊在讲台上，最后一行写着：「每锯一刀，锯缝吃掉三毫米。截十三块要锯十二刀，用掉一百九十五厘米加三点六厘米，一共一百九十八点六厘米，够。答：十三块。」旁边还有一行小字：「损耗这一步，是从林朵 36 与 38 那道题里学来的。」

林朵是期中转来的，那道 36 与 38 的应用题，她按家乡的算法算出 38，一诺按课本算出 36，全班吵了快一个星期（那一场怎么吵起来、怎么化开，第 14、15 章细讲）。吵到最后大家才看明白：林朵的算法多算了一步「损耗」，她家乡的办法是按比例算损耗（乘法）——扯布按「二十尺多扯一尺」放大。

这天课间，林朵拿过一诺的本子看了很久，然后用手指点着那一行说：「这里是我的损耗。可你把它从乘法改成了减法。」

一诺愣了一下，说：「对。你那边是按比例算损耗，整根料打个九折，我这边是按刀数一刀一刀减。木头不是越长丢得越多，是锯得越多丢得越多。」

林朵想了想：「我们家那边都是按比例算：外婆扯布多扯二十分之一，晒谷子一筐少一成，料不一样，比例不一样，都是乘。木头这样锯，不一样，是减。」

这里要替读者点一句：第 14 章彩旗题里林朵按「二十尺多扯一尺」乘一点零五，这里锯木她按九成算，是同一个办法——按比例算损耗（乘法）——用在不同的料上，比例跟着料变。

许老师在旁边听完，没有判谁对谁错，只问了一句：「这两种损耗，能不能一起写进定理册？」那天晚上，《班级定理册》第十九条写成了这样：「损耗两种：按比例丢的用乘（来自林朵家乡按比例算损耗的办法），按次数丢的用减（陈一诺改写，用于锯木）。由 36 与 38 那道题长出，经过林朵、陈一诺。」

这是一件很小的事。一个女孩认出了自己的东西在别人那里变了样子，另一个女孩说得出自己的东西是从哪里来的，然后这件东西被写进了全班的本子。可这本书的判词，正是落在这样一件小事上。

> **这一章的问题**
>
> 班级之美到底在哪一刻发生？怎样算一次？它和教育学里那些已经很成熟的理论，差在哪一点上？

◆ 13.1　谱系事件：美的计数单位

本书指导老师王德生说过：「美在创造中发生，即同一性知识谱系的创造发生。」这句话有两层意思。第一层，美不在整齐里，也不在热闹里，在「创造」里。第二层更要紧：不是随便什么创造都算，是「同一性知识谱系」的创造。一个孩子关起门自己想出一个绝妙的解法，那是创造，但它还没有进入谱系；四十八个孩子各想各的、谁也不看谁，那是很多次创造，但它们之间没有谱系。

那么，什么样的创造才算「谱系的创造」？本书给它定了一个计数单位，叫「谱系事件」。一次谱系事件要过四道关，缺一道都不算。

第一关，**在场**：别人的知识在我这里出现了。一诺的解法里出现了「损耗」这一步，而这一步不是课本上的，是林朵带来的。没有这一步，后面的一切都谈不上。

第二关，**有差**：这枝知识在我这里被改写了。林朵的损耗是按比例算的乘法，整根料打九折；一诺的损耗是减法，一刀减三毫米。如果一诺只是原样照搬「打九折」，算出来十二块，那么林朵的东西在场，却没有变形。

这里要说一条反常识的规矩，本书叫它「变形收受律」：知识原样被接过去，等于没有被收下。抄来的、背来的、原样复述的，都不算收下。一枝知识必须在接的人那里变了形，而且来路仍然认得出，才算被收下。

这一条正好和礼物相反。人类学家莫斯讲过一个意思：礼物的印记附着在物上，给者的那一份随着这件东西走；收礼的人日后回礼，回的是另一件物，可给者的「灵」仍跟着原来那件物在走。礼物的印记在「物」上，形不必变，也不该变。班级的知识反过来，要变了形再回流，印记不在形上，在双向的认出里。一诺如果把林朵的算法一字不改地背下来，那不叫收下，那只是多了一份复印件。

第三关，**双向认得**：原主认出，借用者标出。林朵指着那一行说「这是我的损耗，你改成了减法」，这是原主认出；一诺在作业本上写「从林朵那道题学来」，这是借用者标出来源。两个动作都要有。只有一诺写了来源、林朵却看不出那是自己的，不算；只有林朵觉得「这好像是我的」、一诺却说不出来路，也不算。

第四关，**回流**：变了形的东西写回全班的公共层。两个人在课间知道了，不够；要进《班级定理册》，成为全班下一次都能用、都能再改的一条。全班一样

的，是对这一条的认得，不是人人从此必须照用；它要等这一轮饱和、合谱以后，才压实进下一轮的底座（第 28 章）。第十九条写进去那一刻，晒谷子的乘法和锯木头的减法，就不再只是林朵的或一诺的，而是全班的。

四关都过，算一次谱系事件。美就在第四关合上的那一刻发生。这就是判词说的「谱系闭环」：一个孩子的知识在别人那里变了形，原主认得出它变在哪里，借用者说得出它从哪里来，变形后的东西回流进全班底座。

为什么要定一个计数单位？因为「美」这个字太容易被说空。说一个班「很美」，可以指墙上的板报，可以指拔河时的呐喊，可以指毕业照上的笑脸。这些都好，但都数不出来。谱系事件数得出来：这一周定理册新添了几条？每一条四关是不是都过了？哪几条只过了三关、卡在哪一关？许老师后来每周五花十分钟翻定理册，就数这个。数下来，有的周是零，有的周是三四条。零的那几周，班里也许很安静、很整齐，红旗照拿，可知识在班里没有长出新的样子。

许老师翻定理册时，最常碰到的不是零关，而是「差一关」。三班那个学期就有三个很典型的例子。

第一个卡在「有差」。苏小禾画了一张图来解一道行程题，同桌看懂了，第二天在作业上一笔不差地照画了一张。苏小禾当然认得出那是她的图，同桌也承认是跟她学的。在场有了，双向认得也有了，可图一点没变。按变形收受律，这张图没有被收下，只是被复印了一次。

第二个卡在「双向认得」。马骁把记分表的办法用到了班费账上，改得很巧：按周汇总，再画一条折线。全班都说好。可没人问这个办法最早是谁教给他的，马骁自己也说不清，好像是看比赛时从哪个解说员那里听来的。有差有了，回流也有了，账本还被贴到了后墙上。可来路是断的，没有原主可以指认。它是一条好办法，但还不是一条谱系。

第三个卡在「回流」。赵磊和同村的一个男生在车棚里争，怎样停车才能多停几辆、又好推出来：一个说斜着停省宽度，一个说车头一正一反交错停。争到最后，两人各改了对方一步——斜着停，再隔一辆反过来——彼此都认得出哪一半是谁的。四关里过了三关。可这件事只发生在车棚里，没有人把它带回教室，定理册上一个字也没有。两个孩子之间多了一份默契，全班却什么也没有多。

这三个例子都不坏，每一个都有值得肯定的东西。但正因为差一关，它们让人看清楚：四关不是凑数，每一关挡住的是一种常见的假象——复印的假象、无源的假象、私藏的假象。第三编的定音句说得很重：创造一旦认不出来路，就只是热闹。热闹不是坏事，它常常是谱系事件的前一刻；但把热闹当成美，班级就会停在前一刻。

还要注意，谱系事件不论大小。一诺这条「损耗两种」，放到课本里也许只是一道习题的脚注。可它是这个班自己长出来的，有来路，有变形，有两个孩子亲口认过。一条很小的、四关都过的知识，比一条很大的、谁也说不清从哪来的结论，更算这个班的美。

最后一句也要说清楚：谱系事件不是给孩子打分的单位，是给班级自看的单位。它不进考核，不用来排谁「贡献」多。它只回答一个问题：这一周，我们班的知识有没有在人与人之间长出新的一节。

◆ 13.2　认出不是承认，也不是复述确认

林朵那句话值得再听一遍：「这里是我的损耗。可你把它从乘法改成了减法。」

这一句话里有两个「指出」。前半句指出了来源：这是我的。后半句指出了改动：你改在哪里。本书给「双向认得」的定义，就是照着这两个「指出」立

的：原主能指出借用者改动了哪一处，借用者能指出原形在哪里；两个「指出」都成立，才算双向认得。

这个定义是可以测的。不用问孩子「你觉得被尊重了吗」，也不用问「你们合作得愉快吗」，只要把两份东西摆在原主面前，请她指：哪里是你的？哪里被改了？再把原形摆在借用者面前，请他指：你是从哪一处接过来的？指得出，就是认得；指不出，就是没认得。林朵指的是「损耗这一步」「乘法变减法」，一诺指的是「36 与 38 那道题里多算的那一步」。两边都落在同一个具体的地方，这一次就成立。

「落在同一个地方」这一点很要紧。设想另一种情况：林朵看了一诺的本子，说「这整道题都是我的方法」，可她指不出乘法变成了减法；一诺说「我是从林朵那里学的」，可她指的是林朵在另一道题里的画线办法。两个人都说「认得」，可两根手指指在不同的地方，这一次就不算。双向认得不是两个人客气地互相点头，是两个人对着同一处变形，一个说「原来是这样」，一个说「是从这里来的」。

反过来，原主认出的那一处，也可能让借用者吃一惊。林朵说「你把乘法改成了减法」的时候，一诺其实并没有意识到自己做了一次「改」。她以为自己只是用了林朵的算法。是林朵的认出，让她第一次看清自己改动的那一步。所以认出不只是给原主的，也是给借用者的一面镜子：借用者从原主的眼睛里，看到了自己的「我」落在哪一处。

这里最容易混的有两样东西：承认，和复述确认。它们都是好东西，可它们都不是认出。

先说**承认**。假设那天课间，许老师听说一诺用了林朵的方法，当着全班说：「林朵带来的家乡算法真了不起，大家要向她学习。」林朵听了会高兴，这很重

要。一个外省转来的孩子，被全班看见、被老师肯定，这是她在这个班站得住的条件。哲学家霍耐特讲「相互承认」，讲的就是人与人之间这种被看见、被肯定的需要，它对一个孩子的分量，怎么说都不过分。

可是承认对的是「人」：你这个人、你的家乡、你的努力值得尊重。认出对的是「一枝知识」：你的这一步，在别人那里变成了什么样子。许老师那句夸奖里，没有任何一个字说到乘法和减法。林朵被承认了，但她并没有看见自己的损耗在一诺那里长成了什么。一个孩子可以被承认一百次，却从没有一次认出自己的东西在别人那里长着。反过来，林朵指着本子说「这是我的」那一刻，老师一句表扬都没说，可她看到了比表扬更具体的东西。

再说**复述确认**。设想一诺写作业前，先跑去问林朵：「你那个算法，是不是先把总数乘零点九，再除以每份的长度？你是这个意思吗？」林朵说：「是。」这也是好事。课堂上老师常问「你是这个意思吗」，是为了不误解别人，为了把原意接准。

可复述确认求的是保真：我接过去的，和你给出来的，要一样。认出求的是变形可读：我接过去的，已经和你给出来的不一样了，可你还认得出。复述确认做得越好，变形越少；变形收受律却说，没有变形就等于没有收下。所以复述确认是认出之前的一步，它保证一诺接准了起点，但接准了不等于长出了新东西。如果一诺问完「你是这个意思吗」就照着乘零点九算，这次就停在复述确认，过不了「有差」这一关。

三样东西放在一起看，就清楚了：承认问的是「你这个人好不好」，复述确认问的是「我接得准不准」，认出问的是「你的东西在我这里变成了什么、你还认不认得」。前两样都是认出的土壤，没有承认，林朵不会愿意把家乡算法拿出来；没有复述确认，一诺可能一开始就接歪了。可土壤不是庄稼。

那为什么认出才算美？这要回到 SDE 里对「美」的说法。SDE 把真善美落到三个白话词上：真是在轨，善是效率，美是吸引。美就是吸引力，是让人愿意靠近、愿意再来的那股劲。

一个孩子什么时候会被一个班吸引？不是被夸的时候，夸奖会过去；也不是被理解的时候，理解只是让她不被误会。是她看到自己的一枝在别人那里变了形、还长着的时候。林朵后来跟同桌说过一句话：「原来我们家晒谷子那套，在这里还能长出锯木头的算法。」此后的几周，她又带来了家乡的一首数数童谣、一种量田的土办法。她不是因为被表扬才带来的，是因为她知道，带来的东西不会被原样收进抽屉，会被人改、会长、而且她认得出。

这种吸引是双向的。一诺也一样。她是班长，成绩最好，会复述，可很少有人指着她的作业说「这一步是从我那里来的，你改得真好」。那一天，她第一次在一个同学的眼睛里，看到自己改动的那一处被认真读到。会复述的孩子缺的，恰恰是这一刻：她的「我」不在背得多准，在改的那一处。

所以本书说，美在闭环合上的一刻发生，不是比喻。原主认出、借用者标出、写回全班的公共层，这三个动作叠在一起，就是一个孩子被这张网吸引住的时刻。一个班有多少这样的时刻，它就有多美。

◆ 13.3　与知识建构、学习共同体、署名式课堂划界

写到这里，熟悉教育学的读者一定会想：这些话，好像别的理论早就说过了。确实，教育学里有好几支很成熟的研究，都在关心「孩子的想法怎样在班里流动」。本书从它们那里学到很多。正因为学到很多，更要说清楚：它们量的是什么，本书多出来的是哪一点。下面只说大意，不替它们的作者说原话。

先说**署名式课堂**。美国数学教育研究者 Ball 和 Lampert 的课堂研究很出色，大意是主张给学生的想法命名：这是「小林的方法」，那是「小陈的猜

想」，写在黑板上，后面讨论时一直这样叫。Engle 的研究专门讲学生的「作者身份」，大意是让孩子觉得自己是知识的作者，而不只是知识的搬运工。这些做法在许多课堂里效果很好，孩子会更愿意发言，更在乎自己的想法。

可是署名有一个特点：它是老师赋予的，方向只有一个。老师说「这是林朵的方法」，归属就定下来了。林朵自己不需要做任何事，她不需要认出什么。设想许老师那天在黑板上写：「一诺的新解法（借用了林朵的方法）」。这是一次规范的署名，来源也标了。可是林朵有没有看懂一诺改了哪里？她认不认得出乘法变成了减法？署名不管。署名的箭头从老师指向孩子，本书的闭环要求箭头在两个孩子之间来回走一趟：借用者指向原主，原主再指回借用者改动的那一处。

再说**知识建构**。这一支研究很有影响，它把班级当成一个共同改进想法的社区：一个想法提出来，别人接着补、接着改，想法越来越好。它关心的是想法有没有改进，改进的链条记录得也很细：谁接着谁说了什么。

这和本书最接近，也正因为接近，分界要说得最细。知识建构记录「谁接着谁」，但它不要求原主认出。一个想法可以在班里一路改进下去，改到第五个人手里已经非常漂亮，可最初提出它的那个孩子早就认不出来了，后面的孩子也说不清它最初长什么样。在知识建构的尺子上，这是成功：想法改进了。在本书的尺子上，这是不美：来路全丢了。

举一个三班的例子。那道 36 与 38 的题吵完以后，损耗这个想法在班里传了一阵：有人用它算做饭时煮掉的水，有人用它算打印时的废纸，越传越花哨。一个月以后，许老师问「损耗这个想法最早是谁带来的」，有一半孩子答不上来。想法改进了，而且改进得很热闹；可在那一半孩子那里，林朵已经不在这条链上了。本书要的不是少改，而是改了以后还能认得。

第三说**学习共同体**。这一支在中国的中小学影响很大，讲倾听、串联、反刍：先学会听别人，再把别人的话和自己的话串起来，最后回到文本、回到问题本身反复咀嚼。一个真正学会倾听的班，是很了不起的班，三班到初二下学期也还没完全做到。

可本书要说一句也许不太好听的话：一个班可以很会倾听，却没有一枝回流。大家都听得很认真，都能把别人的话串起来，课堂温暖安静，可是下课以后，没有一样新东西写进全班的本子；下一节课，大家又从课本那一页重新开始。倾听是闭环的前半截，它让别人的知识在我这里「在场」；串联走到了「有差」的门口。可是认出与回流，不在它的尺子上。在学习共同体的尺子上，这个班是成功的；在本书的尺子上，它还没有美。

三种理论放在一起，可以看出一条共同的空隙：它们都很在意知识从一个人流到另一个人，可是流过去之后，原主还在不在场？流过去的东西有没有回到全班？这两件事，它们没有放在尺子上。本书多出来的就是这一点：原主也要认出，变形后的东西要回流。少了这一点，班级可以很会说、很会听、很会改，但它不一定在「同」——认出图可能断成好几块，每一块里都很热闹，块与块之间谁也不认得谁。

这就接回第 8 章讲过的「第三种同」。生物学里的「同」只有两种：此刻长得像，或者同出一个祖先；后代从来不认得自己的来路。班级多了一种：原主认得出自己的一枝在别人那里长着，借用者标得出来源。把全班谁认出谁、谁借了谁连成线，就是一张认出图。图连得越通，班越「同」，哪怕此刻谁也不像谁。这种连通的程度，用图论的办法可以直接算出来，本书不写公式，只说一句：「同」第一次有了可以计算的样子。署名、接续、倾听，都能让图上多出线头；只有双向认得，能让线头真正接上。

这里要再说一次：这些理论不是本书的对手，它们在本书里是脚手架。没有署名式课堂打下的「想法有主人」的习惯，孩子不会想到标来源；没有知识建构「接着改」的习惯，一诺不会去改林朵的算法；没有学习共同体「先倾听」的习惯，林朵根本不会把家乡的算法说出口。闭环是长在这些脚手架上的。只是，房子盖起来以后，判断它是不是房子的，不是脚手架。

这一节的分界，是可以被现实推翻的。第 30 章第 4 条预言写的就是它：如果只做单向署名、或只量想法改进、不要求原主认出的班级，同学之间互相读作品的比例和对班级的留恋感，并不低于做双向认得的班级，那么第 12、13 章就错了。本书把这一条押在这里。

◆ 13.4　与内化、知识储备、复杂性教育学划界

还有几支理论，和本书的关系稍远一些，但也常常被拿来说「这不就是……吗」。逐一说大意。

维果茨基的内化。大意是：一个孩子先在和别人的交往里学会一样东西，然后才把它变成自己心里的东西。知识从社会走向个人。这一条是现代教育学的地基之一，本书完全同意。林朵的算法进了一诺的作业本，一诺把它变成自己的减法，这正是一次内化。

本书多出来的是反方向和节律。内化讲到「变成个人的」就停了。本书还要问：个人的东西怎样再回流到全班的底座？第十九条写进定理册，就是这条反向的路。而且底座也不是永远不动的，它会饱和、会死、会被下一轮的根换掉（第 28 章）。内化是一个方向的河，本书要的是一个来回、还会换季的水循环。

知识储备。这一支研究提醒老师：每个孩子都不是空着手进教室的，他们从家里、从社区带来了大量知识，修车的、做饭的、种地的、记账的，学校应该看

见、应该用上。林朵的晒谷子算法，赵磊的齿轮，马骁的记分表，都是这种储备。没有这一支研究打开的眼光，许多老师根本看不见这些东西。

本书多出来的一点是：看见还不够，要看它在别人那里长着，而且被认出。林朵的储备被看见，是第一步；它在一诺那里变成锯木头的减法，是第二步；林朵认出这个变化，是第三步。知识储备量的是孩子带进来的东西，本书量的是带进来的东西在别人那里长成了什么、原主认不认得出。

复杂性教育学与适应性循环。这一类理论把班级看成一个会自己组织起来的复杂系统：没有人设计，秩序会从混乱里冒出来；系统会走过生长、守成、释放、重组几个阶段，周而复始。本书第二编讲的阈值、死亡、混沌、涌现，和它们非常像，本书也从它们那里借了不少眼光。

本书多出来的是一点：涌现出来的东西，来路要可读。在复杂性理论里，涌现物从哪里来，往往说不清，也不必说清，说不清本身就是涌现的特点。本书反过来要求：新长出来的根，要能追溯到上一轮的具体某一枝、具体某一个孩子。第十九条可以追到 36 与 38，追到林朵的晒谷子，追到一诺的锯缝。说不清来路的涌现，本书承认它是变化，但不算它是谱系。

胡塞尔的「沉积—重新激活」与怀特海的「惰性观念」。胡塞尔讲几何的起源，大意是：一条几何知识最初是某个人在某个处境里的发现，一代代传下来，意义沉积成了现成的结论，后人可以顺着它追问回去，把当初的意义重新激活。怀特海谈教育，大意是：最怕的是「惰性观念」，只被接收、不被使用、也不和别的东西结合的观念。第 5 章讲化石时用过这两种眼光，这里只说分界。重新激活求的是当初的意义在今天再现一次，终点和当初一样；怀特海诊断出知识怎样僵死，却没有说它怎样在一个班里再长出来。本书的复活要到一个不同的终点。第十九条不是让全班重新体会林朵家乡「晒谷子少一成」当初的意思，而是长出了晒谷时代没有的一枝：按次数丢的，用减。这一枝还写进了班里的本子。

巴赫金与沃茨的「挪用」。巴赫金的大意是：我们说的每一个词，先在别人嘴里住过，带着别人的意思；要把它挪过来，填进自己的意思，它才成为自己的话。沃茨把这个说法用到学习上：学会一样东西，不只是掌握它，还要把它化为己有。这一支和变形收受律最近，两边都认为原样接过不算数，接的人要让它带上自己的样子。本书多出来的，是原主那一头。挪用只看接的人有没有化为己有，原主在不在场、认不认得，不在它的尺子上。一诺把林朵的损耗挪成了锯缝，按挪用的说法，这一步已经成功；按本书，还要等林朵指着本子说出「你把乘法改成了减法」，这一枝才算被收下。

把这一章说过的九支理论收成一张表：

已有理论	它量什么	本书多出的那一点
署名式课堂	老师给学生想法命名、赋予作者身份	原主也要认出，箭头来回走一趟
知识建构	想法有没有改进	来路认不认得出；改进而来路全丢，算不美
学习共同体	倾听、串联、反刍	很会倾听而没有一枝回流，算不美
内化	社会到个人一个方向	个人回流到底座、底座再死的反向与节律
知识储备	孩子带进来的知识	在别人那里长着、被认出
复杂性教育学	涌现、释放与重组	涌现物的来路可读，新根追得到具体某个孩子
胡塞尔「沉积—重新激活」	当初的意义再现	复活要到不同的终点，并写回本班的本子
怀特海「惰性观念」	诊断知识僵死	不只诊断，给出复活的两条判据
巴赫金、沃茨「挪用」	接的人有没有化为己有	还要原主认出变形

表的右边一栏，归结起来是同一件事：已有理论推不出的那一点，是「双向认出」加「变形回流」。原样接过不算收下，变形接过而认不出来路也不算收下；只有变了形、两头都认得、又写回全班的，才算这个班的知识，也才算这个班的美。

带走的话

- **美在创造中发生，但只有「同一性知识谱系」的创造才算：在场、有差、双向认得、回流，四关都过，算一次谱系事件。**
- **知识原样被接过去，等于没有被收下；变了形、来路仍认得出，才算收下。**
- **双向认得可以测：原主指得出改在哪里，借用者指得出原形在哪里。**
- **认出不是承认，也不是复述确认：承认对人，复述确认求保真，认出求变形可读。**
- **署名、知识建构、学习共同体、内化、知识储备、复杂性理论，在本书里都是脚手架；本书多出来的，是原主也认出、变形后回流。**

小　账

本章的承重说法：班级之美是双向认出的谱系闭环，谱系事件是它的计数单位，美在闭环合上的一刻发生。

本章在这种局面下算错：只做单向署名、或只量想法改进而不要求原主认出的班级，互读率与留恋感并不低于做双向认得的班级（第 30 章第 4 条）。

明天可以试的一件小事

下一次发现一个孩子的解法里用了另一个孩子的东西，先别表扬，请原主看一眼，问她一句：「哪一处是你的？他改在哪里？」再请借用者在本子上写一行来路。两个人都指得出，就把它写进班里的本子。

◆



第　四　编

冲突是燃料

导　语

第三编说的是班级之美长什么样：一个孩子的知识在别人那里变了形，原主认得出变在哪里，借用者说得出从哪里来，变形后的东西回流进全班（先写进《班级定理册》《班级词典》这一层本班公共的册子，到一轮饱和时才压实成下一轮的底座）。这一编要回答的是，这样的闭环靠什么转起来。

答案有点刺耳：靠冲突。

第 10 章把底座删薄了，「每题必须按标准步骤」改成了「结论与关键概念必须对，路径可以不同」。底座一薄，路一多，分歧就跟着多起来。从前分歧一冒头，老师给一个标准答案，事情就结束了。这一编要讲另一种结束法：不靠老师裁定，而是让分歧当场生出一样新知识，双方都认得出里面有自己的一份。站内第 496 号《化冲突》把这种局面叫作「新知识发生器」，我们在这里借用这个说法。

有两种已有的理论离这里很近，要先划清。社会认知冲突的研究说，孩子和同伴意见相左，会逼着自己想得更深，个人的理解因此往前走；有成效的失败的研究说，先让学生在难题上碰壁，再讲正解，学得更牢。两者量的都是冲突对「个人学习」的好处。本编多出的那一点是：冲突要生出一条班级的新知识，来路可读，双方认得，

写回本班的公共层（《班级定理册》《班级词典》）。个人学得更好，是顺带的收获，不是这一编的标准。

第 14 章讲冲突怎样开头，第 15 章讲冲突怎样化开，第 16 章讲冲突太少和太多各会怎样。

14

第 14 章

对不上：36 与 38

周二第三节，数学课。许老师在黑板上抄了练习册上的一道应用题：

「学校艺术节，初二（3）班要做 72 面小彩旗，每面用彩布 0.5 米。至少要买多少米彩布？」

这是一道送分题。两分钟后，陈一诺第一个举手：「72 乘 0.5，36 米。」许老师点点头，正要往下讲，后排有个声音小小地说：「不够的。」

是林朵。她期中才从外省转来，说话还带着家乡口音。许老师让她站起来说。林朵有点紧张，攥着橡皮：「我外婆是裁缝。她说扯布要留刀口，二十尺布要多扯一尺，不然剪到最后总差一点。36 再多留一成的一半，是 37.8，布店只按整米扯，所以要买 38 米。」

教室里静了两秒，然后炸开了。

一诺说：「题目没说有损耗。」林朵说：「题目也没说没有损耗，它问的是『至少要买多少』，至少就是要保证够。」赵磊在后排拍桌子：「她说得对！我给车换内胎，量好的胶皮从来不够，总要多剪一截。」坐在一诺旁边的几个同学马上反驳：「这是数学题，不是裁缝铺。」

马骁拿出他记比赛用的小本子，开始数人头。两分钟后他报数：「36 派三十一个，38 派十二个，五个没想好。」苏小禾没有举手，她低着头，在草稿纸上画了一长条布，上面画满了一道道剪口。

下课铃响了。许老师看了一眼练习册后面的答案页：36。

> **这一章的问题**
>
> 两个孩子各自讲得通、却接不上的答案，是班级的麻烦，还是一条化石重新打开的开关？

◆ 14.1　两个答案

先把两个答案摆平了看。

一诺的 36，是课本教的标准走法：每份多少，乘以份数，得总量。这一步里用到的东西，乘法的意义、小数乘法、单位米，全都对。练习册的答案也是 36。按任何一份评分标准，一诺都该拿满分。

林朵的 38，多走了两步。第一步是「留刀口」：布在剪的时候会有损耗，所以总量要放大一点，她用的是外婆的规矩，乘以一点零五——这是她家乡按比例算损耗（乘法）的办法；第 13 章锯木题里她按九成算，是同一个办法用在不同的料上。第二步是「按整份买」：算出来 37.8，可布店不会卖给你零点八米，只能往上凑成整数。这两步里用到的东西，乘法的意义、小数乘法、单位，也全都对。

两人真正咬住的，是题目里的两个字：「至少」。一诺读「至少」，读的是算式里的最小值：不能比 36 更少了，所以就是 36。林朵读「至少」，读的是生活里的保底：买回家不能不够，所以宁可多一点。同一个词，在课本里是一个数学意思，在裁缝铺里是一个过日子的意思。一诺并没有读错，林朵也没有读错，两个人各自从自己熟悉的那一头把这个词接住了。

所以这不是一个对、一个错。这是两个各自讲得通的知道，撞在了同一道题上，接不上。本书把这种局面叫作「对不上」。

对不上和做错是两回事，要分清。如果一诺把 72 乘 0.5 算成了 360，那是做错，乘错了数，碰的是底座，当场改过来就完了，没有什么好吵的。如果林朵

把米和尺混着用，最后写出「38 尺」，那也是做错，单位是底座。做错只需要纠正，纠正之后，班里不会多出任何新东西。

对不上不一样。两边的每一步都经得起查，可两边的终点不一样。你去追问它们为什么不一样，就会追到一个从来没人说出口的地方：这道题默认了一个世界，那个世界里剪刀不费布、布店论厘米卖。一诺生活在课本里的那个世界里，林朵生活在外婆裁缝铺的那个世界里。两个世界都是真的。

日常生活里，这种对不上随处可见。家里装修铺地砖，房间面积算出来是二十平方米，一块砖零点四平方米，按算式要五十块。可铺砖的师傅一定会说：「买五十五块。」切边要损耗，碎了要补，以后坏一块还得有备用的。你拿算式去跟师傅争，争不赢；师傅拿经验来笑你，也说不清为什么偏偏多五块而不是多八块。两个人都对，又接不上。

许老师那一刻面对的，就是这样一种局面。她教了八年数学，太知道接下来该怎么做了：「同学们，林朵想得很周到，生活里确实要考虑损耗。但是我们做数学题，要按题目给的条件来，题目没给损耗，就按 36 算。」这句话说出去，三十秒，事情结束，进度不耽误，练习册答案也对得上。

她没有说这句话。

不是因为她突然有了什么高明的想法。是因为一个月前，班里刚把底座删薄。新的底座写的是：「结论与关键概念必须对，路径可以不同。」她拿这条去量这道题，发现量不出谁错：两个人的关键概念都对，结论不同，是因为路径里多了一步。要判 36，她只能拿出练习册答案页，而答案页不在底座里。答案页是一块化石，不是一条规矩。

于是她做了一件八年里很少做的事：在黑板右上角写下「36 / 38」，画了个框，说：「这个先放在这里，明天接着吵。」

第二天早上，许老师进教室的时候，发现那个框旁边多了一样东西：苏小禾的那张草稿纸，被人用透明胶贴在了黑板边上。纸上那一长条布，画成了七十二个小方块，每两个方块之间都画了一道细细的剪口，最右边留出一小截空白，旁边用很小的字写着：「剪口加起来，大概在这里。」

没有人知道是谁贴上去的。可这张图让两派都安静了一会儿。36 派的孩子第一次看见，林朵说的「刀口」不是一句经验之谈，它是布上实实在在被吃掉的一截；38 派的孩子也第一次看见，那一截到底有多长，外婆的「二十尺多扯一尺」只是一种估法，剪口细一点、粗一点，多出来的就不一样。

还有一个变化是马骁记下来的。他在本子上把两派的人名都抄了一遍，然后对许老师说：「38 派那十二个人里，有七个这学期在数学课上一次手都没举过。」赵磊是其中一个。他们站到林朵那边，不全是因为算得对，也是因为这一回，课本之外的那点东西，补胎、帮家里买菜、看大人做木工，第一次被允许带进了数学课。

这一点很容易被看漏。一个对不上一旦被允许留在黑板上，被卷进来的就不只是两个答案的主人。那些平时觉得「数学课跟我家里的事没关系」的孩子，会突然发现自己有话可说。这是对不上的第一份收益，也是它的第一份风险：被卷进来的人一多，场面就难收。

这一节先停在这里。我们只想让读者看清一点：36 与 38 的争论，并不是一个孩子挑战另一个孩子，也不是外省的方法挑战本地的课本。它是一块平时摸不出裂缝的化石，第一次被两只手从两头同时攥住了。

◆ 14.2　对不上是复活化石的开关

第 5 章讲过，课本里的公共知识是化石：上一轮谱系死后压实的样子，结论留着，来路被抹掉了。也讲过化石有两种用法，背化石和复活化石。可第 5 章留

了一个问题没有回答：一块化石平平整整地躺在课本里，什么时候、凭什么，它会被重新打开？

这一节的回答是：对不上，就是那个开关。

先看 36 与 38 碰到的是哪块化石。

初二的孩子早在小学就学过一个规矩，叫「进一法」：算出来是小数，但东西只能按整个来，就往上进一。装苹果，一箱装 12 个，50 个苹果要几个箱子？50 除以 12 是 4 点几，要 5 个箱子，因为最后那几个苹果总得有地方放。孩子们把这个规矩背得很熟，题目里一出现「至少」「最少需要」，手就自动往上进一。

可很少有人问过：进一法当初是在回答什么？

它回答的是一个很老的对不上：算出来的数和买得到、装得下的数接不上。纸上的数可以是 4.17，现实里的箱子只能是整个的。总要有人第一次在这两者之间犯了难，然后想出「宁可多一个，不能少一个」。这个想法被一代代压实，压成了课本里一行规矩，来路就看不见了。孩子背它的时候，背的是一个动作，不是一个矛盾。

林朵的 38 碰到的，恰好是进一法旁边的另一道缝：算出来的是「用掉的布」，要买的是「扯下来的布」，中间隔着剪刀。这一道缝，课本的应用题向来是不提的。不提有不提的道理：应用题要让乘法的意义干干净净地站出来，就得把损耗、零头、讨价还价这些东西统统抹掉。每一道「理想化」的应用题，背后都有一个当初的选择：为了看清一样东西，先假装别的东西不存在。

这个选择本身没有错。错只在于，选择被压成化石以后，孩子们不知道那是一个选择了。他们以为世界本来就是那样的。

现在两只手一攥，裂缝露出来了。一诺那边是「题目里的世界」，林朵那边是「裁缝铺里的世界」，进一法本来就站在这两个世界的交界上，只是从前没有人把它当交界看。

这就是「开关」的意思。第 5 章说，复活一块化石有两条判据，缺一不算：第一，能说出它当初回答的是哪一个矛盾；第二，在班里长出至少一枝原化石里没有、被写回班里的东西（先写进《班级定理册》这一层全班公共的册子，到一轮饱和合谱时才压实进底座）。对不上直接满足了第一条的前提：只有当两个各自讲得通的知道撞在一处，那个被抹掉的矛盾才会重新出现在大家眼前。平时，进一法就是进一法；只有在 36 与 38 之间，你才逼得出那个问题：「我们为什么要往上进？我们往上进的时候，到底在补什么？」

没有对不上，化石就是光滑的。你可以让孩子背一百遍进一法，它永远是一条规矩。你也可以像弗赖登塔尔说的那样，让孩子自己重新把进一法「发现」一遍，可那是沿着老路走到同一个终点：孩子们最后得出的，还是那条规矩。对不上不一样，它把两条路同时摆在桌上，而且两条路的终点不同。复活要去的，恰好是一个原化石里没有的终点。

我们用 SDE 的话说一次，读者跳过也无妨。班里看得见的知识样态，在本书叫 S1，读作「显露」：此刻黑板上、作业本上、孩子嘴里，知识是什么样子。S1 背后有三界纠缠在一起：理念界是课本里的化石，这里就是练习册的 36 和进一法；现实界是课桌、课时、试卷，这里还有布店按整米卖、剪刀会吃布；自我界是每个孩子带进来的那一份，这里是林朵外婆的规矩、赵磊补胎的经验。平时，理念界压着另外两界，现实界被应用题抹干净了，自我界被关在教室门外，所以 S1 很稳，人人都写 36。对不上一出现，三界就重新搅在了一起。S1 会不会变，要看接下来有没有一股力把它们拧成一样新东西。拧成了，就在认出图上多出一根新线；拧不成，就只是一场吵架。

所以开关只是开关。开了不等于亮了。

那么，老师在现场怎么知道一个开关是真的被按下了，而不只是一场争执？我们建议看一个很朴素的信号：孩子们的问题，有没有从「谁对」转到「为什么要这样」。

36 与 38 吵到第二天，有一个孩子问了一句：「那我们以前做的那些进一法的题，是不是也都没算损耗？」又有一个孩子问：「那为什么课本上的题都不算损耗？是因为太麻烦吗？」这两个问题，问的都不再是林朵和一诺谁对，问的是那块化石本身：它当初为什么长成这样，它替我们省掉了什么。问题一旦转到这里，门缝就真的开了。反过来，如果吵了两天，大家问来问去还是「到底是 36 还是 38」「老师你说一句」，那多半只是一场争执，开关还没有被按下。

再说一句开关从哪里来。36 与 38 的开关，不是许老师设计出来的，是林朵从外婆的裁缝铺里带进来的。第 7 章讲过「预备 E」：在旧框架松动之前，已经纠缠在班里的那些东西，读书角、旧作品、友谊、孩子们从家里带来的经验。对不上的开关，绝大多数就埋在预备 E 里。一个班如果把孩子们带进来的东西统统挡在教室门外，只许课本里的那一套出声，那它的化石就几乎没有被攥住的机会。整齐的班级里很少吵架，原因之一就在这里：不是孩子们没有不同的知道，是那些不同的知道没有被允许进门。

所以，想要对不上，老师不必去制造矛盾，只需要少挡一点门。林朵那一句「不够的」，如果放在一个月前，大概会被一句「按题目条件来」轻轻挡回去。挡回去也不会有人觉得不对，可一块化石就又光滑地躺回了课本里。

这里要防一个误会。说「对不上是开关」，不等于说「吵架是好事」，更不等于说老师要去制造矛盾、挑动孩子对立。对不上有它可观测的样子：两边每一步都经得起查，终点不同，追下去追到一个课本没说出口的前提。做不到这三点

的，只是做错、误会，或者情绪。做错要纠正，误会要澄清，情绪要照顾，都不必拿来当开关。

为了让班主任在现场分得清，我们把四种常被混在一起的局面放在一张表里。

局面	看得见的样子	碰到的是什么	怎么接
做错	某一步经不起查（乘错、单位错、概念用错）	底座	当场纠正，零容忍
误会	两人说的不是同一件事，一对题意就消了	沟通	澄清
情绪	争的不是知识，是面子、委屈、谁先说	关系	先照顾人，事后再谈
对不上	两边每一步都经得起查，终点不同，追下去追到一个没说出口的前提	化石	留在黑板上，当开关用

现场常常是几种搅在一起的。36 与 38 刚吵起来的时候，就带着一点情绪：转学生和班长，外省和本地。许老师的第一件事，是把情绪的那一层先拿开，不让「谁的面子」压在「谁的算法」上。她说的是：「我们今天不比谁厉害，只比两条路各自走过了哪几步。」情绪拿开以后，剩下的那一层，才是对不上。

再举一个日常的例子，帮读者把手感找准。一家人照着菜谱做红烧肉，菜谱写「酱油两勺」。妈妈用的是家里喝汤的大勺，爸爸用的是吃饭的小勺，烧出来一个太咸一个太淡。这是误会，对一下勺子就消了。可如果奶奶在旁边说：「你们城里的酱油淡，我们老家的酱油稠，一勺顶你们两勺。」这就开始像对不上了：菜谱、妈妈、奶奶各自都对，接不上的地方，是那本菜谱默认了一种酱油。菜谱写成的那天，作者手边就是那一瓶，他不知道自己做了一个选择。

还有一个更要紧的分界。社会认知冲突的研究里，孩子跟同伴争了一回，最后各自想通了，理解往前走了一步，这就算冲突起了作用。按这个标准，36 与

38 吵完，一诺知道了生活里有损耗，林朵知道了做题要看条件，两个人都进步了，事情圆满。

按本书的标准，这还远远不够。两个孩子各自进步，班里的定理册一个字也没有添。下一届的孩子打开定理册，看到的仍然是一条光秃秃的进一法。对不上开出来的那个矛盾，又被两个人各自带回家，合上了。

开关打开以后，要有东西长出来，要写回去，要两边都认得出自己那一份。这是第 15 章的事。这一节只讲到：林朵小声说的那句「不够的」，是一块化石的门缝。

◆ 14.3　谱系化的代价

要是故事到这里就转向美好，那是骗人的。

底座删薄是在第一个月。到了第二个月，许老师在自己的本子上记了一笔：上个月班里在课上吵起来的分歧，每周两次左右；这个月，每周七次。

七次是什么样子？数学课上，36 与 38 还没吵完，又冒出一道几何题的三种辅助线；语文课上，为了课文里一个词是褒是贬，前后两排争到下课；物理课上，赵磊说课本上浮力的那幅图「画得不对，船不是那样浮的」；连班会课讨论春游去哪里，都分成了三派。

代价是一笔一笔看得见的。

第一笔是时间。数学进度比平行班慢了三个课时。三个课时听起来不多，可期中考试就在那里，平行班的老师已经开始讲下一个单元的题型了。

第二笔是科任老师。语文老师在办公室半开玩笑地说：「你们班现在是辩论队，一个词能吵二十分钟，我那课还上不上？」物理老师没说什么，下次上课前，先在黑板上写了一行字：「以课本为准。」

第三笔是家长。一诺妈妈在家长群里发了一段话，大意是：孩子回家说班里天天吵架，到底考试按哪个答案给分？练习册上明明是 36，为什么老师不直接讲清楚？她的话很快得到了一串赞同。许老师那天晚上回复了很久，删了又写，写了又删。

第四笔落在孩子身上。一诺有好几次被同学问「你确定吗」，她从前很少被这样问。她的回答越来越短，后来干脆不先举手了，等别人说完再说。林朵则担心另一件事：她怕同学觉得她是故意找茬，一个转学生，刚来就跟班长对着干。有一次她在作业本上照着 36 写了答案，又在旁边用铅笔小小地写了「38？」，然后擦掉了。

第五笔是许老师没想到的：吵架开始挑人了。七次分歧里，有五次是那几个敢说话的孩子挑起来的，另外四十来个孩子，大部分时间在看热闹。看热闹本身没什么不好，可看久了，有的孩子会觉得这是「他们几个的游戏」，自己只是观众。苏小禾那张贴在黑板边的图，后来再也没有第二张。马骁也说，那七个从不举手的孩子里，36 与 38 之后又举过手的，只剩两个。

这些代价我们不打算轻描淡写。冲突是燃料，可燃料烧起来是有烟的。

许老师动摇了。她在本子上写过一行字：「要不要恢复标准步骤？」写完，又在后面画了一个问号。

让她没有立刻退回去的，不是一句口号，是她自己数出来的另一笔账。她翻了翻那个月的《班级定理册》，发现每周七次分歧里，最后真正写进定理册的新条目，整整一个月只有一条。其余的分歧，有的被她当场裁定了，有的以「都有道理」收场，有的吵着吵着下课铃响了，就没有下文了。

那唯一的一条，是几何课上三种辅助线吵出来的（不是第 11 章的那一次，是之后的另一道题）。吵到最后，三个孩子把各自的辅助线叠在一张图上，发现其中两条其实是同一个想法从两头画进去，就合成了一种新的画法，写进了定理

册，标了三个人的名字，也标了它从哪条定理长出来。许老师记得那节课下课时，三个孩子还围在黑板前不肯走。她拿这一条和别的六次比，看出了一个差别：那六次吵完，没有人回过头去问「我们刚才各自是从哪里出发的」；这一次，三个孩子是先把出发点摆出来，才发现接得上。

她在家长群里的回复，最后只留了几句很朴素的话：考试按课本和评分标准给分，这一条不变；班里的争论，是在课本的结论之外，多看一步「为什么」；她会盯着进度，不会让孩子们在考试上吃亏。她没有在群里争 36 和 38 谁对，那不是家长群该吵的事。一诺妈妈后来没有再追问，可也没有点赞。

这才是她真正该担心的。分歧多，不是问题；分歧多而几乎没有一条化成新知识，才是问题。第三编的定音句说过：创造一旦认不出来路，就只是热闹。吵架也一样，一次分歧吵完了，没有长出一样双方都认得出的新东西，那它就只是一次消耗。消耗一多，孩子们会从吵架里学到另一件事：吵也没用，最后还是老师说了算，或者谁声音大谁说了算。下一次，他们就不吵了。

到那时，班里会重新变得很安静。这种安静，跟删薄底座之前的安静看起来一模一样，可它是熄火之后的安静。第 16 章会专门讲这个：分歧产生的速度和化成谱系事件的速度要匹配，产生远远快于化解，就会把班级推到第 6 章说的阈值边上。这里只记下许老师当时的处境：她面前有两条容易走的路，一条是退回标准步骤，把分歧的数目压回每周两次；一条是索性放手，让孩子们吵个痛快，号称「尊重多元」。

前一条路，是让统一性又续了命。后一条路，是把冲突浪漫化，导论里说过本书不做这件事。

我们想替许老师把这两条容易的路各自算一笔账，因为很多班主任都在这个路口站过。

退回标准步骤，账面上最好看。分歧回到每周两次，进度追回来，科任老师满意，家长群安静。可退回去的那一刻，班里会记住一件事：吵架的结局，是老师收回了路。下一次底座再想删薄，孩子们不会再相信。更要紧的是，36 与 38 打开的那道门缝，会被重新抹平。林朵会学会照着 36 写，赵磊会学会补胎的事别拿到数学课上说。班级又回到第 1 章那四十八份一字不差的笔记。

索性放手，账面上最像改革。可放手的班，分歧会越来越多，化开的越来越少，孩子们会慢慢分成几个圈子，各吵各的，最后变成第 2 章那个「自由日」的样子：人人都在说话，没有一句接得上。第 7 章讲过，散，是一种失败；退，是另一种失败。这两条路看起来方向相反，其实都绕开了同一件事：怎样让一次分歧真的长出一样东西来。

她选了第三条，也是最难的一条：不减少分歧，而是学会把分歧化开。具体怎么化，她当时也不知道，只知道要从黑板右上角那个框着的「36　/　38」开始。那个框已经挂了一周多，粉笔字都快被擦黑板的同学蹭掉了。

还有一笔代价，是许老师自己的。八年里，她在这个班站着的位置，是「标准答案持有者」。孩子们有争议，眼睛会看向她；她一开口，事情就定了。这个位置很累，也很安稳。现在，她要从这个位置上往旁边挪一步，把那道题交还给两个孩子和全班。挪这一步，意味着她要当着四十八个孩子的面承认：练习册的答案页不在底座里，她也说不准 36 和 38 哪个「更对」。第 22 章会细讲这一步，叫作从「指挥」到「起音」。这里只说一句：这一步是有代价的，老师的权威感是代价里最难付的那一笔。

那个周五放学，许老师留下来，自己把擦得模糊的「36　/　38」又描了一遍，在框下面添了一行小字：「下周一，我们不比谁对，只拆开看两条路差在哪一步。」第二天是周六，没有人看见这行字。可周一早读前，有好几个孩子站在

黑板前看了很久。一诺也站在那里，看完了，回座位翻开练习册，在那道题旁边写了一个很小的「损耗？」，没有擦。

这一章到此为止，讲的是冲突怎样开头，以及开头之后，一个班要付出什么。它没有讲冲突怎样结束。结束得好不好，决定了这些代价是买来了一样新知识，还是白白付掉了。

带走的话

- **对不上不是做错：两边每一步都经得起查，终点却不同，追下去会追到一个课本没说出口的前提。**
- **做错碰的是底座，纠正就完了；对不上碰的是化石，它把化石当初回答的那个矛盾重新摆到桌上。**
- **没有对不上，化石永远是光滑的规矩；对不上是复活化石的开关，但开关打开不等于灯亮了。**
- **分歧多不是问题，分歧多而化不成新知识才是问题；吵完了没长出双方都认得的东西，就只是热闹。**

小　账

第一行：对不上是复活化石的开关——两个各自讲得通的知道撞在一处，化石当初回答的那个矛盾才会重新被看见。

第二行：如果一个班把对不上一律交给老师当场裁定，一学期里被复活、并写进定理册的化石条数，并不比放开对不上的班少，本章就错了。

明天可以试的一件小事

下一次课上出现两个不同的答案，先别判。在黑板一角写下两个答案，问两边各一句：「你那边比他多算了什么，或者少算了什么？」只记下来，不裁定。

◆

15

第 15 章

跨谱再现：拆、筛、重做、认

周一，数学课。许老师没有讲新课，她指着黑板右上角那个框了一周多的「36 / 38」，说：「今天不比谁对。一诺、林朵，你们俩上来，各自把自己的算法一步一步写出来，写成一列，并排放着。」

两列写出来了。一诺那一列只有一行：72 × 0.5 = 36。林朵那一列有三行：72 × 0.5 = 36；36 × 1.05 = 37.8；37.8 往上凑整，38。

全班盯着这两列看了一会儿。有人先笑出声：「原来林朵的第一步就是一诺的全部。」

这一节课后来吵得并不凶。真正吵凶的，是当天下午放学后的值日。

第四值日组这周轮到曹航扫地、唐悦擦黑板。扫到一半，曹航把扫帚往墙角一扔：「凭什么我天天弯着腰扫四十八张桌子底下，她擦个黑板就算值日？」唐悦正在洗抹布，回头说：「你一天扫一次，我一天擦八次！每个课间我都不能下楼！」两个人越说越大声，组里另外两个人一个劝一个躲。第二天早上，这件事已经传到了全班。

一天之内，两个对不上，一个在题里，一个在人和人之间。许老师后来说，那一天她才真正明白，跨谱再现不是一种解题技巧，是一个班过日子的办法。

> **这一章的问题**
>
> 一个对不上被打开以后，怎样让它长出一样双方都认得出自己那一份的新东西，而不是被裁定、被调和、被轮流掉？

◆ 15.1　36 与 38 之后

两列一并排，差别就露出来了：林朵的算法把「损耗」算进去了，一诺的没有。

这句话听起来平平无奇，可它和一周前的局面完全不同。一周前，全班吵的是「36 对还是 38 对」，那是两个终点在打架。现在，大家看见的是两条路在哪一步分开：前面那一步，两人一模一样；分开的地方，是林朵多走的那一步。终点之争，变成了一步之差。

这个变化值得多看一眼。终点之争是没法干活的：36 和 38 摆在那里，要么选一个，要么都要，要么都不要，没有第四条路。一步之差就不同了，你可以盯着那一步问：它为什么在这里？它算的是什么？少了它会怎样，多了它又会怎样？问题一具体，人就不用站队了。那节课上，有几个 36 派的孩子先松了口：「损耗这一步，我们原来根本没想到要有。」也有几个 38 派的孩子跟着松口：「外婆那个多留一成的一半，好像也说不清为什么是这个数。」两边都让出了一点地方，地方让出来，新东西才有处可长。

一诺的变化也看得见。一周前，她在练习册那道题旁边写了个小小的「损耗？」。并排写两列的时候，她是第一个指出「林朵第一行就是我的全部」的人。说这话的时候，她没有不服气，倒像是松了一口气：她的 36 没有被判错，只是被放在了一条更长的路的开头。

一步之差是可以拿来干活的。接下来那节课，班里做了三件事。

先追问那一步：损耗到底是多少？外婆的「二十尺多扯一尺」是一种估法，苏小禾那张画满剪口的图是另一种看法。有孩子问：剪口细一点、粗一点，多出来的就不一样，那外婆这「一成的一半」到底是照什么定的？这一问当堂没有答完，许老师把它写在黑板一角，留着。

再追问进一法：37.8 往上凑成 38，用的是大家熟得不能再熟的那个规矩。可这一次，全班第一次说出了它当初回答的那个矛盾：算出来的数和买得到的数接不上，所以宁可多，不可少。

最后，班里把这一道题长出来的东西，写成了一条新的定理册条目，题目叫「买料题三问」，大意是：「买料题先问三件事：用掉多少，扯下多少，买得到多少。」第一问的根，是课本上每份乘份数的那条老规矩；第二问，来自林朵和她外婆的裁缝铺；第三问，是把进一法重新复活了一次。条目底下标了来路：从哪条定理长出，经过了一诺、林朵，以及那张没有署名的剪口图。

这就是第 14 章说的那块化石，被复活了。两条判据都过了：大家说得出进一法当初回答的是哪一个矛盾；班里长出了一枝原来课本里没有的东西，「扯下多少」这一问，写进了定理册。

黑板一角留着的那一问，后来是一诺在劳技课的锯木题上接住的：她把林朵的损耗从乘法改成了减法，林朵一眼认出她改了哪里——那一幕第 13 章已经当主例讲过，这里不再重讲。

本章要讲的，是从「两派吵架」走到那一条定理册条目，中间到底经过了什么。我们给这段路起个名字，叫「跨谱再现」：冲突的两边原本是两个谱，一个从课本里长出来，一个从裁缝铺里长出来；跨谱再现，是把两个谱各自拆开、筛过，在一样新东西里重新出现，双方都认得出里面哪一块是自己的。本书第二节那张「一个矛盾的六层名字」表里，动力层写的是「冲突 ↔ 秩序」，第三者就是跨谱再现：冲突生出新知识。

它分四步：拆、筛、重做、认。四步之前，先要把三种看起来像、其实不是的接法排除掉。

◆ 15.2　三种假接住

一个对不上摆在全班面前，老师最常用的接法有三种。三种都能让场面平静，三种都接不住。

第一种是老师裁定。「按题目条件，36。」或者反过来：「林朵考虑得更全面，38。」裁定最快，而且常常裁得不错。可裁定之后，班里只多了一个结论，没有多出一条来路。更要命的是孩子们从中学到的那件事：有分歧，就去看老师。几次之后，对不上就不会再出现在黑板上了，它们会被孩子们在心里自己裁掉，按老师大概会喜欢的那个写。裁定的老师，坐着的就是第 22 章说的那个「指挥」位：常设、独占、不可被校对的答案位。

第二种是「两种都对」。这一种最难识破，因为它听起来最开明，有时甚至就是事实。「理想情况下是 36，实际情况下是 38，两个同学从不同角度看问题，都有道理。」话说到这里，掌声响起，讨论结束。

我们要把话挑明：「两种都对」，就是三视角式的调和。2017 年起很多班主任用三视角看班级，对比、变化、分布，三个角度一换，矛盾总能缓下来。「理想情况」和「实际情况」，就是又加了一个视角，把两个答案分别安放进两个格子里，各住各的，互不打扰。本书指导老师王德生说过：「三视角通过第三个视角的改变来调和矛盾，但是不能解决矛盾。」第 3 章已经把这句话讲透了。「两种都对」正是这样：矛盾被分给了两个情况，没有被化开。两个答案在各自的格子里原封不动，班里什么新东西也没长出来。下一次遇到类似的题，孩子们会再吵一遍，老师会再说一遍「都有道理」。

跨谱再现和「两种都对」的差别，只有一句话：「两种都对」把两个答案放进两个格子；跨谱再现要长出一个新格子，两个答案都在里面，而且都变了样。在那条「买料三问」的条目里，一诺的 36 不再是终点，变成了第一问；林朵的

38 也不再是终点，它拆成了第二问和第三问。两个答案都还认得出来，都不是原样了。

第三种是轮流。「这次按一诺的，下次按林朵的。」值日的事情上最常见：「这周你扫，下周她扫，谁也别说谁。」轮流看起来最公平，也确实能让争吵停下来。可轮流的两边从头到尾没有碰过面。曹航扫完地，下周换成擦黑板，他会知道擦黑板的辛苦吗？多半不会，他只会觉得「这周轻松了」。两个谱轮着出场，从来没有交叉过。

家里也天天上演这三种假接住。周末，姐姐要去游乐场，弟弟要去爷爷家，吵了一早上。妈妈说「今天去爷爷家，你是姐姐要让着弟弟」，这是裁定；爸爸说「游乐场好玩，爷爷家也好，你们说的都有道理」，这是调和，说完还是不知道去哪；奶奶说「这周去爷爷家，下周去游乐场」，这是轮流。三种都能让早饭吃得下去。可如果有人多问一句：「游乐场你想玩的到底是什么？爷爷家你想去的又是什么？」姐姐说她想玩的是坐船，弟弟说他想的是爷爷带他去河边摸螺蛳。拆开一看，两个人想要的都跟水有关。最后一家人去了爷爷家后面那条河，爷爷撑了一回小船。回来的路上，姐姐说「坐船是我要的」，弟弟说「去爷爷家是我要的，可我没想到能坐船」。这一回，两个人各自认出了自己那一份，也说得出对方把它改成了什么样。

我们不是说每个周末都要这么过，那样太累了。我们只是想让读者看见，跨谱再现并不神秘，很多家庭偶尔会碰巧做到一次，只是从来没有把它当成一个可以反复走的路子。

三种假接住有一个共同点：它们都只动了「看」，没有动「长」。裁定是只让一种看法留下，调和是让两种看法各得其所，轮流是让两种看法轮流在场。它们都把对不上当成一个要尽快平息的事故，而不是一个开关。

我们不是说这三种接法永远不能用。下课铃响了，考试明天就到，两个孩子已经吵得面红耳赤，老师先裁定一下、先说一句「都有道理」、先排个轮流，都是正常的救急。救急不丢人。丢人的是把救急当成结局：黑板上那个框被擦掉，再也没有人回来。

◆ 15.3　拆与筛

回到值日。

曹航和唐悦吵的是一件看起来没法比的事：一个说「我累」，一个说「我烦」。如果许老师走的是三种假接住里的任何一种，事情很快就能结束：裁定一句「擦黑板也是值日，大家都辛苦」，或者说「扫地有扫地的累，擦黑板有擦黑板的累，两种都辛苦」，或者干脆排个轮换。

她这一回没有。她在周二的班会课上，把这件事原样摆了出来，然后只说了一个字：拆。

拆，就是把一句笼统的「值日」，拆成一件件看得见的动作。全班一起拆，拆出来的东西写满了半块黑板。扫地：放学后一次，大约二十分钟，要把四十八把椅子翻到桌上再放下来，要弯腰，要倒两次垃圾。擦黑板：每个课间一次，一天七八次，每次两三分钟，粉笔灰呛人，下课铃一响就得站起来，不能下楼，上厕所都要赶。拖地、倒垃圾、关窗关灯也一样，一件件拆开。

拆出来以后，有一个孩子提议，与其吵谁辛苦，不如先量一量。马骁接了这个活，他记分记惯了，就拿着他的小本子，连着一周，把第四组每个人每次干活的时间记了下来。一周后他报了数：扫地加起来一百分钟上下，擦黑板加起来九十分钟上下，差得并不多；可扫地是五回，擦黑板是四十回。

这组数一出来，两个人都愣了一下。曹航原以为擦黑板加起来没几分钟，唐悦原以为扫地顶多十分钟就完事。两个人都只看见了自己那一头的辛苦，对方那一头，是第一次看见。

拆的用处就在这里：把「我累」「我烦」这种只有自己摸得到的感受，拆成双方都看得见、都能查的东西。拆之前，两个人在比谁更委屈；拆之后，两个人看着同一块黑板。

拆的时候，有一个细节值得记下：量的人最好不是吵架的任何一方。马骁不在第四组，他不扫地也不擦黑板，他手里那个本子，两边都信得过。这不是要找一个裁判。马骁不判谁对谁错，他只负责让两边看见同一组数。一个班里，总有几个这样的孩子：自己不在冲突里，却会量、会记、会画。苏小禾那张剪口图，在 36 与 38 那里起的也是这个作用。拆的时候请他们出手，比老师亲自去量好得多，因为老师一量，孩子们就会等老师说结论。

但拆出来的东西太多了。黑板上写满了差别：时长、次数、弯腰、灰尘、能不能下楼、谁的位置离垃圾桶近、甚至有人说「女生擦黑板够不着上面」。全都算进去，就没法算了。

所以要筛。

筛的规矩，班里商量了半节课，最后定了两条，都很朴素。第一条，留下双方都看得见、都能量的差别，量不出来的先放一边。第二条，只留指着「活」的差别，指着「人」的差别一律筛掉。

按第一条，「粉笔灰呛人」和「垃圾桶臭」都被暂时放下了，因为一个人说呛、另一个人说还好，没法比。按第二条，「女生够不着上面」被筛掉了，够不着的是黑板的高度，不是女生，换成「黑板上半截要踩凳子」才留得住；「他本来就懒」更是当场被划掉，那是在说人，不是在说活。

筛到最后，留下了三样：总时长、被拴住的次数、体力。

筛掉的东西，不等于扔掉了。「粉笔灰呛人」被放到一边，是因为这一轮量不出来，不是因为它不重要。许老师在黑板一角另开了一栏，叫「先放着」，把这些暂时筛掉的差别都写在里面。过了两个月，学校给教室换了无尘粉笔，「粉笔灰」那一条就自己划掉了；而「黑板上半截要踩凳子」那一条，后来真的让总务处来把黑板往下调了一截。筛的意思，是这一轮先拿哪几样干活，不是宣判别的差别不算数。

这三样里，有一样是曹航带来的，一样是唐悦带来的，一样是马骁量出来的。总时长是马骁的本子上第一行；体力，搬椅子、弯腰，是曹航从一开始就在喊的；被拴住的次数，一天七八次不能下楼，是唐悦从一开始就在喊的。拆和筛做完，两个人原先各自嚷嚷的那句话，都被留了下来，只是换了一种说法：从「我累」「我烦」，变成了「体力」「次数」。

读者大概已经看出来了，这和 36 与 38 那节课走的是同一条路。36 与 38 并排写成两列，是拆；损耗是按总长多留还是按刀数算、要不要算布店能不能剪零头，班里也筛过：留下能量的，放下量不准的。拆让两个谱从「两个终点」变成「一串步骤」；筛让一串步骤里只剩下真正咬着的那几处。

◆ 15.4　重做与认

拆和筛只是把材料备齐了。真正长出新东西，靠的是重做。

重做，不是在两个旧答案里挑一个，也不是把它们平均一下，而是用筛剩下的材料，做一样原来谁手里都没有的东西。

「平均一下」这条岔路，班里真有人走过。36 与 38 吵到第三天，有个孩子半开玩笑地说：「那就 37 吧，各让一步。」全班哄堂大笑。笑完了大家才发现，37 是最没道理的一个数：它既不够布用，又不是题目要的理想量，两头都不认它。折中常常就是这样，看起来两边都照顾到了，其实两边都认不出自己。

曹航和唐悦的事情也有人提过折中：「扫地的少扫一半，擦黑板的少擦一半，剩下的大家分。」这听起来很体贴，可它没有回答任何一个问题：扫地到底累在哪，擦黑板到底烦在哪，一个字也没说清。

重做跟折中的差别，在于新东西是用筛出来的那几样材料搭起来的，每一样材料都有来路。折中只看两个终点，取个中间；重做要回到拆开的那些步骤里去，一步一步重新搭。

值日这件事上，重做出来的东西叫「辛苦点数」。

第一个版本是班长一诺做的。她做事一向快，当天晚上就交了一份方案：每样活按时长折算点数，一分钟一点，每人每周凑够二十点就算完成。方案很整齐，算起来也方便。

周二的生成会上，许老师请曹航和唐悦各自看一遍，然后问了同一个问题：「这份方案里，哪一块是你的？」

唐悦想了想，摇头。曹航也摇头。一诺的方案只算了时长，时长是马骁量出来的。唐悦喊了一周的「次数」不在里面，曹航喊了一周的「体力」也不在里面。两个人都觉得方案挺公平，可两个人都在里面找不到自己。

许老师说：「那就退回去，重做。」

这是本章最要紧的一条规矩：认不出自己那一份，就退回去重做。方案再整齐、再公平，只要冲突的任何一方指不出里面哪一块是自己的，它就是一份别人替你做好的规矩，跟老师裁定没有本质差别。这样的规矩，过不了一个月，同样的架会再吵一遍，因为吵架的那个人心里的那句话，从来没有被接住过。

方案被退回，一诺有点下不来台。她是班长，方案又是熬夜做的。许老师在班会上特意说了一句：「一诺这一版没有白做。时长那一列，下一版还要用，它是根。」这句话不是安慰。第二版的表里，「按时长」那一列确实原样留着，一

诺后来也指得出那是她的。退回重做，退回去的是「只有一个人认得出」的那个整体，不是每一块材料。一个班要学会的，恰恰是这种退回：不推倒、不否定谁，只是说，还没长成，再长一长。

第二个版本是第四组四个人加上马骁一起做的。他们在一诺的方案上改了两处：每被拴住一次，在时长之外再加一点；要搬椅子、弯腰的活，按分钟再加一成。

活	按时长	被拴住一次加	体力活加成	一周大约
扫地	每分钟 1 点	无	加一成	约 110 点
擦黑板	每分钟 1 点	每次 1 点	无	约 130 点
拖地	每分钟 1 点	无	加一成	按实际记

点数一算，结果有点出人意料：擦黑板反而比扫地「贵」。组里很快商量出了分配办法：擦黑板拆成上午、下午两班，两个人分着擦，各自都有课间能下楼；扫地的人顺手把倒垃圾也带上，凑够点数。

还是那个问题：「这份方案里，哪一块是你的？」

唐悦指着「被拴住一次加一点」那一列：「这是我的。我原来说的是课间不能下楼，心里委屈；他们把它改成了次数，现在它是一个数，大家都能看见。」

曹航指着「体力活加成」那一列：「这是我的，搬椅子那一下最累。」停了一会儿，他又说：「我原来只算分钟。是她让我把次数也算进去的，我自己那份也是因为这个，才敢说搬椅子比扫地本身累。」

两个人都指出了自己那一份，也都说出了对方把它改成了什么。这就是第三编说的双向认得：原主认得出自己的一枝在别人那里变了形，借用者说得出它从哪里来。唐悦的委屈变成了「次数」，她认得出；曹航的「体力」被唐悦的「次数」带出来，他也说得出来路。

最后一步是回流。「辛苦点数」作为一个新词，写进了《班级词典》，这是本班公共的那一层，不是底座：进了词典，不等于每个组都得照用，全班一样的，是认得这一条从哪里来。词条下面写着：来自第四值日组曹航、唐悦，经马骁计时，一诺做了第一版。后来别的值日组也拿去用了，第二组还加了一条「下雨天拖地加点」，在词条下面又添了一行来路。

到这里，四步走完了：拆、筛、重做、认。我们想强调三件事。

第一，「认」不是礼貌，是检验。许老师问「哪一块是你的」，不是为了让两个孩子心里舒服，而是在查这个新东西到底是不是从冲突里长出来的。两边都指得出来，它才算长成；有一边指不出来，就退回去。这一步要是省掉，前面三步就可能只是在漂亮地包装一次裁定。

第二，「辛苦点数」只用来分值日，不用来加分，更不进任何考核。它一旦被拿去排名、评优、跟操行分挂钩，孩子们就会去刷点数，而不是去说出自己的辛苦。第 21 章会讲积分榜怎样把「帮同学讲题」挤没了，这里只先立一条：读数只给班级自看。

还有一种情况要说清楚：如果退回了两三次，还是有一方认不出自己那一份，怎么办？许老师后来碰到过一次，是关于午休要不要允许小声说话的争论，退了三次都没长成。她最后的办法是先把它挂起来，按原来的规矩照常执行，在黑板一角写上「这件事还没化开」。挂起来不丢人，它只是承认：这一次，冲突还没有长出新东西。比起硬做一份谁都认不出的规矩，把它老老实实挂着，至少下一次还有机会再打开。当然，一个对不上挂得太久、几周都化不出一次谱系事件，那是要记账的；全书的口径一样，记账靠的是看得见的周数，不靠一句「大家心里都不服」。

第三，这件事之后，许老师把班会的名字改了。从前的班会，名字没写出来，实际上是「批评会」：谁犯了错，谁做检讨，大家表态。从那以后，她在班

会课的板书上写的是「生成会」，只做一件事：把这周最大的那个对不上摆出来，走一遍拆、筛、重做、认，结尾不问「谁错了」，问「我们多了一样什么，里面哪一块是你的」。生成会不是每次都生得出东西，有时候拆了半节课还没筛完，就挂在黑板上下周接着来；可它再也不会以一份检讨结束。

生成会上老师站在哪里，也跟从前不一样了。批评会上，老师坐在讲台中间，最后一句话总是她的。生成会上，许老师只做开头那一件事：把这周的对不上摆出来，说清楚它对不上在哪，然后退到教室侧面。拆，由当事人和全班一起拆；量，请不在冲突里的孩子去量；筛的规矩，大家商量；重做，交给当事人和愿意帮忙的同学；最后那一问「哪一块是你的」，有时是她问，后来常常是班长或者别的孩子问。第 22 章会把这种站法叫作「起音」：拿出一个对不上，说出它为什么接不上，然后退到旁边。这里先记下它在一次班会上是什么样子。

当然，生成会也有底座。拆的时候不许翻旧账、不许骂人，筛的时候指着人的话一律划掉，涉及欺凌、羞辱的事情根本不进生成会，那是底座的事，按零容忍处理。生成会化的是对不上，不化底座。

最后要和一种已有的理论划一条界。恩格斯托姆的扩展性学习，讲的也是矛盾推动集体往前走：一个工作团体内部的规则、分工、工具之间出现矛盾，大家一起追问、一起建模，最后造出一样新的集体工具，换一种干活的方式。这跟跨谱再现很像，也是从矛盾里长出新东西，也是集体一起做。

本书多出来的那一点，正好落在第四步上。扩展性学习里，新工具只要被造出来、用起来、解决了矛盾，就算成功；它不要求冲突的每一方都在新工具里认出自己那一份。按那个标准，一诺的第一版「辛苦点数」已经算是一件不错的新工具了，它整齐、公平、能用。按本书的标准，它要退回去。因为在一个班里，规矩是要一年年传下去的，一份谁也认不出自己的规矩，传到下一届就是一块新

的化石，来路一开始就是抹掉的。只有两边都认得、都标得出的规矩，才长在认出图上，才算这个班自己的知识。

没有「认」，冲突不算化开。

带走的话

- **对不上被打开以后，有三种假接住：老师裁定、「两种都对」、轮流；它们都只动了「看」，没有动「长」。**
- **「两种都对」就是三视角式的调和：把两个答案放进两个格子；跨谱再现要长出一个新格子，两个答案都在里面，都变了样。**
- **跨谱再现分四步：拆，把笼统的感受拆成看得见的动作；筛，只留能量的、指着「活」的差别；重做，做一样原来谁手里都没有的东西；认，双方各自指出里面哪一块是自己的。**
- **认不出自己那一份，就退回去重做；没有「认」，冲突不算化开。**

小　账

第一行：冲突要化成班级的新知识，必须走完拆、筛、重做、认四步；认是检验，任何一方认不出自己那一份，新东西就没有长成。

第二行：如果用裁定、「两种都对」或轮流接住的分歧，一学期内回到同一处再吵的次数，并不比走完跨谱再现的分歧多，本章就错了。

明天可以试的一件小事

下一次班会处理一件争执，结尾不问「谁错了」，换成问当事的两个人同一句话：「我们最后定下的这个办法里，哪一块是你的？」谁指不出来，就把办法留到下周再改。

◆

16

第 16 章

留丑律与两个速度

学期末，许老师整理柜子，翻出一个牛皮纸袋。袋子里是开学头两个月的东西：八张流动红旗的评比单，每一张的扣分栏都是空的；一沓班会记录，字写得很整齐；还有她随手拍的黑板照片，打印出来，一天一张。

那时候《班级定理册》已经有了二十来条。她突然想做一件事：把这一袋东西从头翻一遍，看看那八周里，有没有哪怕一条东西，够格补写进定理册。

她翻了一个晚上。作业本她也调出来几本看。陈一诺的作业从第一页到最后一页没有一个红叉，连涂改都没有。苏小禾的作业也很干净，只是每页的页边都有一小块被橡皮擦过的痕迹，擦得很用力，纸都起毛了。赵磊那两个月的作业，有一半是空白，另一半是抄的，字迹和隔壁座位一模一样。班会记录写着「本周纪律良好」「本周卫生良好」「本周无违纪」。黑板照片上，一天一道例题，一种解法，没有一处被划掉重写。

一条也没有。八周，没有一个对不上被摆上桌面，没有一枝新东西长出来，没有一次谁认出了谁。

她在纸袋上写了两个字：熄火。

> **这一章的问题**
>
> 一个班安安静静、从不出错的时候，知识是在长，还是熄了火？班级要留住多少「丑」，又要以多快的速度把这些丑化成新知识，才不至于熄火，也不至于被吵垮？

◆ 16.1　八周零扣分的真相

先把话说公道。那八周的整齐是真实的成就。早读七点二十分准时开始，地上没有纸屑，课间不追跑，值日表没有空格。许老师为此早到了很多个早晨，提醒了很多遍。第 1 章说过，秩序托住了很多孩子，尤其是那些需要每一天都能预期的孩子。这一章不打算推翻这一点。

这一章要问的是另一件事：那面红旗量的是什么，没量的又是什么。

红旗量的是「没出事」。迟到、喧哗、乱扔、追跑、作业缺交，出一件扣一分。它是一张减法表，只记扣掉了什么，不记长出了什么。一个班可以在减法表上拿满分，同时在加法上是零。

许老师那晚翻纸袋，发现了一个以前没注意的连环。那时班规有三十二条（第 10 章讲过后来删到四条），其中一条是「课上不许随便说话」。值周生检查时，分不清两个孩子是在聊天还是在争一道题，只听得见声音。有一次数学课，赵磊和后桌为一个辅助线该怎么连吵了两句，被记了一笔「课堂喧哗」，三班那一周差一点丢了红旗。从那以后，班里起了一个不成文的规矩：有不同想法，下课再说。可下课十分钟要上厕所、要接水、要补作业，「下课再说」就是不说了。

孩子们很聪明，他们学会了一整套「不出错的办法」。

第一招是只答有把握的题。许老师提问，举手的永远是那几个，答的永远是对的。没把握的人不举手，没把握的想法也就从来没有被说出来过。

第二招是擦掉。苏小禾作业页边那些起毛的痕迹，就是这么来的。她先画了一个自己的图，后来觉得「不像标准答案」，又擦了，再照黑板上的步骤抄一遍。那个被擦掉的图是什么，现在谁也不知道了。

第三招是借答案。赵磊那一半抄来的作业，不是因为他懒到一个字都不想写，而是他交上去的那种「自己想的」东西，在只认一种步骤的批改里，红叉比抄来的多。抄来的至少不扣分。

第四招最隐蔽，是陈一诺的办法：永远走在答案的前面。她预习、刷题、记标准步骤，所以她从来不会错。可她也从来不会遇到一个让她「对不上」的地方。对不上的地方，她都提前绕开了。

四招合在一起，结果就是那张干干净净的评比单。没有一个错误被留下来，所以也没有一个错误被接住、被改写、被别人认出来。

这里要用到本书的计数单位。第 13 章说，一次谱系事件要过四关：别人的知识在我这里出现（在场），被我改了形（有差），原主认得出、借用者说得出来路（双向认得），改出来的东西写回全班都看得见的那一层公共册子，比如《班级定理册》（回流）。那八周，第一关就没有过。没有人的知识出现在别人那里，因为每个人交出来的都是同一个样子。四十八份一样的东西摆在一起，谁也没法在谁那里「出现」。

所以我们说，那八周是熄火，不是美。

熄火和美，从外面看可能一模一样：都安静，都有序，老师都很省心。区别要从里面看。美是闭环一次次合上，认出图上的线一根根变多；熄火是闭环根本没有打开，认出图是四十八个孤零零的点。前者安静，是因为大家在专心地接；后者安静，是因为大家都不敢递。

有一个简单的办法分辨这两种安静。随便挑一周，问自己三个问题。这一周，班里有没有出现过一个让人卡住、让人对不上的地方？有没有哪个孩子的做法，被另一个孩子拿去改了用？有没有哪一条新东西，被写到全班都能看见的地方，而且写着它从谁那里来？三个都是「没有」，而红旗还挂着，那就是熄火了。

熄火比吵架难发现。吵架有声音，家长会打电话，年级主任会来问。熄火没有声音，评比单上还全是满分。很多班级是在熄火里过完一整年的，到期末，孩子们知道了很多，却说不出自己在这个班里长出了什么，也说不出谁的东西在自己身上长着。

第 30 章的第二条可错预言就是押在这里的：长期零分歧的班级，谱系事件率不会高于中等分歧的班级。如果有一天谁做出来，零分歧的班反而长出了更多来路可读的新知识，那么这一编就错了。我们把这句话写在这里，是因为它决定了这一章后面所有的建议：如果安静本身就能长出知识，就不必去留什么丑了。

还要说一句公道话：熄火不是哪个人的错。不是许老师不负责，也不是孩子们不用心。是那张减法表，把整个班的力气都引到了「不出事」上。每一条扣分规则单看都有道理，合在一起，就给孩子们画出了一条最安全的路：少说，少试，少错。人在一张只记扣分的表下面，走最安全的路是很正常的。要怪，就怪这张表只有一栏。

许老师后来做了一个很小的改动。评比单是学校的，她改不了，也没打算去改。她只是在班里的那本《班级定理册》最后，加了一页，标题叫「这一周长出了什么」。每周五放学前，她自己往上面写一行：这周冒出了哪个对不上，谁的什么被谁接过去了，有没有写回来。有的周写得满满的，有的周只写了一个「无」。这一页不交给任何人，只给她自己和班里看。她说，这一页的用处是提醒自己：减法表之外，还有一张加法表要记。

她也去问了苏小禾，那些被擦掉的图原来画的是什么。苏小禾想了一会儿，说记不太清了，只记得有一道求两个三角形面积比的题，她画的是把一个三角形切成几条，挪到另一个里面去比。这个办法和黑板上的标准步骤不一样，所以她擦了。许老师听了，心里一沉：那一张被擦掉的图，本来很可能是一个根。

她后来说过一句很朴素的话：「那八周我把地扫干净了，可我忘了种东西。」

◆ 16.2　错答案是燃料

第四编开头说，冲突是燃料。这一节要说一个更小、更日常的燃料：错答案。

为什么是错答案？因为对的答案往往只有一个样子，而错的答案几乎每一个都不一样。四十八个孩子做同一道题，写对的人，写出来的东西差不多；写错的

人，每个人错在不同的地方，错的方式就是他自己想问题的方式。一个错答案里，藏着这个孩子那一刻真实的「我的知识」——他把什么看成了什么，他以为什么和什么是一回事，他是从哪一步开始拐弯的。把错答案擦掉，就是把这一份「我的知识」连同它的来路一起擦掉了。

所以我们把这一条叫作「留丑律」，用一句白话说：丑，就是还没长好的知识；一个想要美的班，必须给丑留位置，但只留在可撤回、小尺度的地方，而且大家轮着担；欺凌、羞辱不算丑，它们属于底座，零容忍。这里的丑，指的是错的答案、半截的想法、画歪了的图、说不清楚的直觉。它们不好看，不吸引人，不能直接写进定理册。可下一枝新知识，常常就是从它们身上长出来的。一个把所有的丑都擦掉的班，看起来干净，其实是把燃料倒掉了。

说一个许老师后来做的小事。

开始删班规之后不久，她在后墙谱系墙的一角钉了一块小白板，上面写了四个字：「今天的丑」。规则只有几条：每天放一道错答案上去；放谁的，由本人自己决定交不交、署不署名；放上去以后，本人随时可以拿下来，也可以在旁边加一句「我现在知道错在哪了」；这块板上只许讨论题，不许讨论人。

头一个星期，板上空着。没有人愿意交。

第二个星期一，板上出现了第一道错答案，是陈一诺的。

这件事是许老师和一诺私下商量的。一诺那周在一道分式题上错了，错得很典型：她把（a＋b）÷（a＋c）「约」成了 b÷c，把两个 a 当成可以直接划掉的东西。这是初二学分式时很多孩子都会犯的错。一诺一开始很不情愿，她从来没有在全班面前错过。许老师跟她说的理由很简单：「班里最不容易错的人先错一次，别人才敢错。」一诺想了一个晚上，第二天自己把作业本那一页撕下来，钉了上去，署了名。

那一天，后墙前面围了很多人。有人说「原来一诺也会错」，说完就走了。但赵磊没走。他盯着那道题看了很久，问了一句：「这种约法，有没有碰巧对的时候？」

这一问，把一个错答案变成了一个根。

那天下午的课外活动，赵磊、马骁和另外几个孩子在白板旁边试数。a 等于零的时候，这样约居然是对的。b 和 c 相等的时候，左右两边都等于一，也是对的。别的时候呢？马骁列了一张小表，一个一个代数进去，发现几乎都不对。赵磊说了一句他的话：「就像两个齿轮，齿数加上同样多，转速比就变了，除非本来就一样大。」

第二天，白板下面多了一张纸条，写着「错约分碰巧对的两种情况」，下面一行小字：根是一诺的错答案，表是马骁列的，齿轮那句是赵磊说的。一诺看了纸条，在旁边补了一句：「我当时就是把它们当成乘在一起的了，所以以为能划。你们找到的这两种情况，是我那个错法刚好不吃亏的时候。」

这句话就是一次「认出」。一诺指得出别人在她的错答案上改了什么——从「能不能这样约」改成了「什么时候这样约碰巧不出错」；赵磊和马骁说得出他们的东西从哪里来。这条后来经许老师核对，写进了《班级定理册》，归在分式那一页，成了全班第一条「从错答案长出来的定理」。底座一点没松：分式约分的规则还是那一条，谁在考试里这样约，照样是错。长出来的是一枝新东西，它让全班第一次真正明白了「为什么不能这样约」。

这里值得多看一眼许老师在白板前做了什么、没做什么。

一诺的错答案钉上去那天，她至少有三种很顺手的反应可以做，她一种也没做。

第一种是立刻纠正。在白板旁边写一行「正确做法：分子分母没有公因式，不能约分」，这一笔写下去，错答案就成了一道已经被判过的题，没人会再看第二眼。赵磊那一问「有没有碰巧对的时候」，是在没人急着下结论的时候才问得出来的。许老师当然要纠正，但她把纠正放在了第二天，放在孩子们自己找出那两种情况之后。那时再讲「为什么一般不能这样约」，全班是带着自己的表和自己的齿轮来听的。

第二种是表扬勇气。「一诺很勇敢，大家要向她学习」——这话听着很暖，可它把注意力从题上挪到了人身上。白板的规则是只谈题，不谈人，表扬也是在谈人。一旦错答案上墙成了一件需要「勇气」的事，大家就会默认它是一件丢人的事。

第三种是拿来当反面教材。「大家看，这就是典型错误，千万别犯」。这样用，错答案就只剩下一个用处：吓唬人。它里面那一份「我的知识」——一诺为什么会觉得能划——没人去问了。

三种反应都不是坏心，都是老师最熟悉的动作。它们的共同点，是让错答案只活一秒钟：一出现，就被判、被夸、或者被当成警告，然后结束。留丑律要的，是让它多活一会儿，活到有人在它身上问出一个新问题。

还有一点。留下来的不只是错答案。半截的想法也算丑。苏小禾后来不再擦她的图了，她把画到一半、自己也说不清的图夹在作业本里交上来，许老师在旁边只批两个字：「接着」。有一张图夹了三个星期，第四个星期，同组的孩子在她那张图上添了一条线，题就通了。那条线是谁添的、原图是谁画的，她们自己在图的背面各写了一行。

讲这个例子，不是要说「错误是好东西」这类话。错就是错，这个要清楚。我们要说的是，错答案只有被留下来，才有机会变成燃料；擦掉了，就只剩一堆灰。

但留丑有边界，而且边界要画得很硬。我们把它归成三条。

第一，丑只留在可撤回的地方。白板上的错答案，本人随时能拿下来。作业本上的错，不贴到走廊公告栏，不发到家长群，不拍照转出班外。只要是本人收不回来的地方，就不留丑。一个孩子愿意把错答案交出来，是因为他相信自己随时可以把它收回去。这份信任一旦被破坏一次，整块白板就空了。

第二，丑只留在小尺度上。留的是一道题的一步，一个想法的一处，不是一个人的全部。可以说「这一步约错了」，不可以说「他数学就是不行」。可以把

一道错题放上去，不可以把一个孩子一学期的错题汇成一张单子贴出来。尺度一大，留下来的就不是一枝知识的丑，而是一个人的丑了。

第三，丑要轮着担。不能总是同一个孩子的错答案上墙。如果每次放上去的都是后排那几个成绩不好的孩子，白板很快就会变成一面「差生墙」，所有人都知道它在说谁。许老师让一诺第一个上墙，用意就在这里。后来她自己也上过一次：她在黑板上推一个式子推错了，第二天把那张黑板照片钉了上去，旁边写「许老师的丑」。孩子们笑了很久，那一周白板上的错答案是最多的。

有一条不在这三条里，因为它根本不属于「丑」：欺凌和羞辱。

借着一道错题嘲笑人、起外号、模仿、拍照转发、把谁的错答案当笑话传，这些不是丑，是越过了底座。第 10 章说过，底座里有安全与不欺凌，零容忍，不留，不商量，不归入「留丑」的讨论。留丑律只管知识的丑，一碰到对人的伤害，就不再是这一律管的事，而是底座的事，要当场处理，处理完也不上墙。

我们把这一点说得这么重，是因为留丑律最容易被误用。有的老师听到「留丑」，以为是「让学生习惯被批评」，于是当众点评得更狠了。这正好反过来。留丑留的是一枝知识，护的是一个人。孩子愿意交出错答案的前提，是他确定不会因此被伤。一个班越敢留知识的丑，越要对人的伤害零容忍。两件事不是此消彼长，而是一起变硬的。

那块「今天的丑」的白板，后来成了三班最热闹的地方之一。到学期末，从白板上长出来、写进定理册的条目一共有五条，每一条下面都写着它是从谁的错答案长出来的。原主的名字写在第一个，没有一个人要求把名字划掉。

◆ 16.3　两个速度

留丑让燃料多了起来。接下来的问题，第 14 章已经露过头：燃料多了，火会不会把屋子烧了？

第 14 章讲过，底座删薄的第二个月，班里的分歧从每周两次变成每周七次，而那一个月真正写进定理册的新条目只有一条。许老师动摇了。这一节要说的，就是她动摇的真正原因。不是分歧太多，而是两个速度对不上了。

第一个速度，是分歧产生的速度：班里每周冒出多少个对不上，多少道错答案上了墙，多少次两个孩子的做法撞在一起。

第二个速度，是分歧化成谱系事件的速度：这些对不上里，每周有多少个被真正接住、拆开、改写、互相认出，最后写进定理册或词典。

两个速度要匹配。

产生太慢、化解很快，就是 16.1 的熄火。燃料一冒头就被老师裁定掉了，或者根本冒不出来，班里安静、有序，没有一枝新东西。

这里有一个陷阱要单独点出来：「化解很快」常常是假的。一节课冒出一个分歧，老师当堂说「两种都有道理」，或者当堂给出标准答案，账面上看，这个分歧当天就「化」了，化解速度百分之百。可第 15 章说过，这是假接住：老师裁定、两种都对、轮流，都没有生出一样双方认得的新东西。所以算化解速度，只能数真正过了四关的谱系事件，不能数「这事不吵了」。一个班可以每天都把分歧收拾得干干净净，而一个月的谱系事件是零。那不是化得快，那是另一种熄火。

产生远快于化解，就是第二个月的三班。每周七个对不上，每月化开一个。剩下的去哪了？没有去哪，它们都还在。今天吵了一半的辅助线，明天被新的争论盖住；上周没化开的褒贬词，这周又在作文课上冒出来。没有化开的分歧不会自己消失，它们会一层一层压在孩子身上，变成「反正吵也吵不出结果」的失望，变成作业上的互相抄（既然谁也说服不了谁，就抄一个算了），变成家长群里的一句「这个班到底在干什么」。这几样，正是第 6 章说的阈值信号。也就是说，产生远快于化解，会自己把班级推到阈值上去。

这里有一个很容易犯的错：看到分歧太多，就去压慢产生。重新把「课上不许随便说话」贴回去，重新只给一种标准步骤。这一压，第一个速度确实慢了，可是第二个速度并没有快，班级只是回到了熄火。许老师差一点就这么做了。她后来没有这么做，是因为她想明白了一件事：要调的不是第一个速度，是第二个。

怎样提高第二个速度？许老师在那个学期试出了三条路。

第一条路，拆小。不是每个对不上都要拿到全班来化。大多数小分歧，在同桌之间、在一个四人小组里就能化开：你这一步怎么来的，我这一步怎么来的，互相改一改，互相认一认，写一张小纸条交上来。只有小组里化不开的，才带到全班。这样，全班的生成会（第 15 章讲过，班会从批评会改成了生成会）每次只处理两三个真正难的，而不是七个吵到一半的。拆小的好处是，化解从一个地方变成了十二个地方同时在做，速度自然上去了。这和「类我」是一件事：一个组里互相改写的次数多了，班里需要老师出面的就少了。

第二条路，排队。化不开的不要散着，要排进一个本子里。第 15 章说过，午休那件事化不开，许老师在黑板一角写了「这件事还没化开」；黑板一角很快就写不下了，她就把它挪进了一个本子，叫「对不上集」。前半本排队，每条只写三样：是什么对不上，谁和谁，哪天冒出来的。每周固定一个时段从前半本里挑两条来化，化开一条，就在那一条下面补上是谁想通的、经过了谁，挪到后半本；化不开的留在前半本。这个本子的用处，是让没化开的分歧有个地方待着，而不是压在孩子心里。孩子知道自己那个对不上「排上号了」，就不必在每节课上都把它重新吵一遍。许老师说，这个本子最大的作用不是化开了多少，而是让大家不着急了。

第三条路，多一些认的人。化开一个分歧，最慢的一步往往不是想出新东西，而是「认」：谁的什么在谁那里变了形，来路是哪一条，要有人一条一条对清楚、写下来。四十八个人的班，这一步全压在老师一个人身上，肯定慢。三班的办法是设「记谱员」，每周轮值，生成会那天两个人搭档，专门负责问那两个问题：「这一步原来是谁的？」「你改了他哪里？」然后把答案记进定理册的草稿页。再往后，这一步可以交给一个专门的智能体帮着记、帮着对，第 24 章会讲它怎样把「认得」变成一个算得出的量。但即使有了它，认的那一句话还是要两个孩子亲口说出来。

说一个记谱员的小场景。有一周轮到马骁和林朵。生成会上化的是一道语文课上的争论：课文里「他笑了笑」这三个字，到底是高兴还是无奈。两派吵了两

节课，这次在生成会上有了一个新说法：不光要看前一句说了什么，还要看前一句是谁说的，同一个「笑了笑」，接在好朋友的玩笑后面和接在大人的训话后面，意思能反过来。说出这个新说法的孩子，是从一个同学「看前一句」的提法上往前推了一步。马骁在旁边问：「看前一句，是谁先说的？」那个同学举了手。林朵接着问：「你往前推的那一步，改了他哪里？」说新说法的孩子想了想：「他只说看前一句，我说的是看前一句是谁说的。」原先那个同学点头：「对，我只说到看前一句，你多看了一层，看那句是谁说的。」两个问题，三句话，前后不到两分钟，一条就认清了。林朵把它记进了草稿页。

这两分钟，以前要许老师在课后一个一个找人对，往往对着对着就拖到了下一周，拖着拖着就没了。记谱员一设，「认」这一步就从老师的桌子上，挪到了生成会的现场。

三条路，没有一条是把分歧压下去。拆小是让化解分散，排队是让等待有序，多一些认的人是让最慢的那一步加快。用站上第 496 号《化冲突》的说法，班级要成为一台新知识发生器；换成我们自己的大白话，班级不该是一个灭火站。

还剩一个问题：怎么知道两个速度匹配不匹配？最简单的办法，是每周在对不上集的最后一页记两个数：这一周新冒出来几个，化开了几个。不必算得很精，只看趋势。如果连着几周，冒出来的远远多于化开的，前半本越积越厚，就是该拆小、该多安排记谱员的时候了；如果连着几周，冒出来的是零，前半本一直是空的，那要回头看看是不是又熄火了。许老师自己有一个很粗的感觉：冒出来的是化开的两三倍时，班里是热的；到了五六倍，家长群就开始有动静。这只是她在自己这个班里的手感，不是量出来的数据，不能拿去当标准，也不能拿去跟别的班比。别的班要自己摸。

这两个数只给班级自己看。它不进评比，不报学校，不和别的班比。一旦拿去排名，大家就会学会少报冒出来的、多报化开的，那它就又变成了一面新的流动红旗。

到那个学期末，三班的对不上集记满了两本。第二本最后一页，许老师写了一行字：「火没有灭，屋子也没烧。」

带走的话

- **安静有两种：一种是大家在专心地接，一种是大家都不敢递。前一种是美，后一种是熄火。**
- **留丑律：想要美的班，要给还没长好的知识留位置；擦掉所有的错，就是把燃料倒掉。**
- **留的是一枝知识的丑，不是一个人的丑。丑只留在可撤回、小尺度的地方，而且轮着担；欺凌和羞辱不是丑，是越过底座，零容忍。**
- **分歧产生的速度和化成谱系事件的速度要匹配。要调的是化解的速度，不是去压产生的速度。**
- **提速三条路：拆小、排队、多一些认的人。**

小　账

本章承重说法：长期零分歧、零错误外露的班级是熄火而不是美；留住知识的丑、并让分歧产生与化成谱系事件的速度匹配，班级才会持续有谱系事件发生。

在什么局面下算错：如果长期零分歧、错答案全被擦掉的班级，谱系事件率并不低于留丑、有中等分歧的班级；或者分歧产生远快于化解的班级并不更容易出现阈值信号，本章就错了。

明天可以试的一件小事

在后墙角落钉一张纸，写上「今天的丑」，先放一道你自己（老师）推错过的题，旁边写清楚错在哪一步；之后每天欢迎一个孩子自愿放一道，本人随时可以拿下来；只许讨论题，不许讨论人。看一周后，有没有谁在别人的错答案上问出一个新问题。

◆



第　五　编

谱系之美的现场

导　语

前四编说的是道理：班级之美是双向认出的谱系闭环，公共知识是化石，冲突是燃料。这一编要回到教室里最硬的那几样东西上去：课桌、四十五分钟、课程、考试、评估。

这五样东西，原本都是为了维持统一而造的。课桌排成行，是为了让四十八张脸朝着同一块黑板；四十五分钟切成段，是为了让同一个进度落到每个人身上；课程、考试、评估，是为了让同一份公共知识被传下去、被检查、被记账。它们干得很好，这一点不必否认。

可是本书指导老师王德生说过：「课程之美，45分钟讲学之美，考试之美，评估之美，都是一个『谱系发生的创造』。」这一编的五章，每一章都走同一个结构：先看统一的装置是什么、怎样维持统一；再看它保住了什么底座；然后看其中化石的部分怎样复活；最后看一次谱系事件怎样在这里发生。

还要提醒一句：只改装置，不够。第 12 章说过，单动一界，三界的缠法不变，看得见的知识也就不变。这一编讲的每一样改动，都要有三股力穿过它，才算数。

17

第 17 章

课桌之美：空间里的预备 E

周日晚上，许老师打开电脑，看下一周的座位建议。

这份建议是班里那个发生智能体每周日给出的。它不排名，不打分，只给一张座位草图，外加几行字的理由。这一周的草图大体没变，只有一处让她停了下来：建议罗佳从第一排挪到第四组和第五组之间的那个桥座上去，理由只有一句——「本周认出图里，第五组与全班其他部分只有一根线相连；罗佳与第五组此前没有任何一根线。」

许老师看着这个名字，想了一会儿。罗佳——第 4 章测旗杆时想到竹竿的那个女生——是班里个子最小的女生之一，从小学一年级起，按身高排座，她就没离开过前两排。第五组的袁鸣是班里最高的男生，从小学起就坐最后一排。两个孩子在同一个班里待了快两年，座位从来没有隔得少于五排。她翻了翻定理册和词典，两个人的名字确实从来没有出现在同一条条目下面。

她把建议改了一处——把罗佳的座位往桥座前面挪了半个位置，确保她看黑板不费力——然后点了确认。

那一周后来发生的事，成了三班定理册里「平均数」那一页最长的一条。

> **这一章的问题**
>
> 课桌是教室里最硬、最统一的装置，它能不能成为谱系发生的现场？一张座位图，怎样决定了谁能认出谁？

◆ 17.1　排排坐与分组岛屿

先看统一的装置是什么、怎样维持统一。

排排坐，是现代班级最早的样子之一。一位老师站在前面，四十几个孩子一排一排坐好，每一张脸都朝着同一块黑板。这个排法是为一件事造的：让一个人的声音和板书，同时、同样地到达每一个人。第 1 章说过，统一是现代班级的出厂设置，排排坐就是这个设置落在地面上的样子。

再看它保住了什么底座。它保住的东西很实在。第一，人人看得见黑板，听得见老师，这是公共知识能传到每个孩子身上的前提。第二，老师一眼能看见每一个孩子，谁走神、谁不舒服、谁被欺负，都藏不住。第三，通道是直的，出了事能最快疏散。第四，考试时前后左右隔开，诚信有一个物理上的保障。这四样，本书都归进底座：看得见、被看见、安全、诚信。后面怎么改，都不能把它们改没了。

但排座位的办法，从来不只是排排坐一种。常见的有三种，各自丢掉一些东西。

按身高排，丢的是前后之间的线。矮的永远在前，高的永远在后，前排和后排之间隔着五六排桌子，一年也说不上几句话。罗佳和袁鸣就是这样隔了两年。按身高排，看黑板是公平的，可教室里谁能随手借到谁的东西，在第一天就被身高定死了。

按成绩排，丢的是上下之间的线。好学生坐中间、坐前面，或者「一帮一」地插到后进生旁边。看起来是在搭桥，可桥是单向的：好的那一个讲，差的那一个听。时间长了，谁是答案位、谁是听众，大家心里都清楚，第 3 章讲过的 A、B、C 三档作业，就这样在座位上又排了一遍。

自由坐，丢的是圈子之间的线。孩子们坐到自己的朋友旁边，课上很愉快，可教室很快变成了一个一个的小岛：这一桌是一起打球的，那一桌是一起追剧的，岛和岛之间几乎没有往来。

后来很多学校改成了分组岛屿：四到六张桌子拼成一个岛，组员面对面。这是一个好的变化，它把「朝向老师」改成了「朝向彼此」。但岛屿也有两个常见的毛病。一是侧着身子看黑板，脖子很累，一节课下来，孩子还是会把椅子转回去。二是岛和岛之间依旧没有路。组内分工拼好一份作业，交上去，岛里很热

闹，岛外一片安静。合作学习做得好的组，也常常只是把一份作业分成了五块，没有谁的做法被别人改写过——本书说过，那不算类我。

把这几种排法放在一起看，会看到一件平时不太注意的事：座位图，就是认出图的河床。

认出图上的一根线，要两个孩子在一枝知识上相遇：一个人的东西出现在另一个人那里，被改了形，原主认得出，借用者说得出来路。这种相遇，大多发生在伸手够得着、转头说得上话的距离里。座位离得远，线就难长；座位一直固定，线就只在固定的几个人之间来回。按身高排，河床是一条条横沟；按成绩排，是一道道台阶；自由坐，是一个个水洼。水只能顺着河床流。

三班自己走过一段弯路。底座删薄之后，许老师做的第一件事就是把排排坐改成了分组岛屿，八个岛，每岛六人，按「好中差搭配」分好。头一个月，教室里明显热闹了，讨论声比以前大得多。可到月底她翻定理册，发现那个月新写进去的几条，几乎都是一个岛里的人自己商量出来的，岛和岛之间，一根线也没有。更让她意外的是，有两个岛一个月里几乎没有交上来任何东西：组里成绩最好的那个孩子把题做完，其余人照抄，交上去的作业很漂亮。好中差搭配，搭出来的是一个岛内的小讲台。她这才明白，把桌子拼起来，只是换了河床的形状，没有给河床开口子。

所以这一章要问的不是「哪种座位最好」，而是：能不能有一种座位，它既守住看得见、被看见、安全、诚信这四样底座，又给认出图留出能长线的河床。

◆ 17.2　一棵树的教室：根桌、枝组、桥座

然后看其中化石的部分怎样复活。

我们说的这种教室，可以叫作「一棵树的教室」。它由三样东西组成：一张根桌，几个枝组，一圈桥座。

根桌放在教室前面正中，讲台的旁边，但不是讲台。讲台是老师站的地方，是答案位；根桌是放化石的地方。一个单元开始时，根桌上放着这一单元要复活的那一块化石：课本翻开的那一页，一张卡片，卡片上写着这块化石当初回答的

是什么对不上。有时候还放一样实物。谁都可以走到根桌前，拿起那张卡片，提一个问题。第 22 章会讲，这个动作叫「起音」：拿出一块化石，说出它当初的对不上，然后退到旁边。根桌就是给起音留的位置。

枝组围着根桌，呈扇形散开。每一组五个人，桌子拼在一起，组员大体面对面，但桌子的朝向整体斜对着根桌和黑板，侧一侧身就能看清板书，不必整节课扭着脖子。三班四十八个人，排成八个枝组，每组五人，一共四十个座位。

扇形还有一个好处，是守住「被看见」那一层底座。排排坐时，老师站在讲台上，能看见四十八张脸；拼成岛屿以后，总有一半孩子背对着讲台，谁趴在桌上、谁脸色不对、谁在桌子底下被人踢了一脚，老师不容易看见。扇形的枝组斜对着根桌，老师站在根桌边上，每一组至少有一侧的脸朝着她。树的教室把孩子们转向了彼此，却没有把他们从老师的视线里挪开。这一点许老师很在意：底座里的安全与不欺凌，首先靠的就是看得见。

剩下八个座位是桥座。七个桥座分别放在相邻两个枝组之间的空隙里，坐在桥座上的孩子，左手边是一个组，右手边是另一个组，两边都够得着。第八个桥座在根桌旁边，叫回流座，坐在这里的孩子负责把这一周长出来、过了四关的东西，誊进定理册的草稿页。桥座不是固定给谁的，每周轮换。

这张布局图，不是许老师画的，是苏小禾画的。许老师在班会上只提了一个要求：每个人都要看得见黑板，每个组都要挨着另外两个组，还要有一张放化石的桌子。苏小禾回去画了三张图，第三张是一棵扇形的树，根在讲台边，枝向后散开，枝与枝之间留着缝。全班看了，都说像。几个男生课后量了教室的长宽，发现最后一排要往前收半米才放得下，又改了一稿。这张图后来就贴在后墙谱系墙的左上角，下面写着「教室图——苏小禾画，男生们量」。

桥座刚设的头两周，出了一个没想到的问题。坐桥座的孩子说，自己哪个组都不是，两边讨论都插不上嘴，像个「插班生」。有一个孩子干脆把椅子挪进了左边那个组，桥座又空了。

许老师想了一个办法：桥座上的孩子手里有一张小卡片，卡片上只有两个问题——「这一步，是谁先想到的？」「你们改了他哪里？」他的任务不是参加某

一个组，而是在两个组之间来回问这两个问题，有一边的东西对另一边有用，就带过去说一遍。这样一来，桥座上的孩子有了自己的活：他是两边的耳朵，也是两边的嘴。第二个月，有孩子开始主动要求坐桥座，说坐在那里「什么都听得到」。

还要说清楚一点：桥座上的人不是「好学生」。如果桥座总是让成绩好的孩子来坐，它就会变成一个流动的答案位，两边的组都等着他来送答案。三班的规矩是，每个人一学期至少坐一次桥座，坐的时候不负责答题，只负责问那两个问题、带话。

那一周三班的根，是「平均数」。

许老师在根桌上放的卡片上写着一行字：「平均数当初回答的对不上：一群数，怎样用一个数说清楚？」卡片旁边，她放了一样不太像数学的东西：一把从仓库里搬来的旧课桌椅。

她没有解释这把椅子。是赵磊先看出了门道：「这个高度，跟我们现在坐的一模一样。」许老师这才说，学校这一批课桌椅只买了一个型号，选哪一号，看的是这个年龄段孩子的平均身高。也就是说，教室里每一张桌子，本身就是一块平均数的化石。

那一周各个枝组拿到的任务只有一句话：用你们自己的数据，看看这块化石还活不活。

第四组先动手。他们量了全班的身高，算出平均数，再用一个常见的比例算出合适的课桌高度，结果和现在的桌子差不多。他们的结论是：「按平均数，桌子刚好合适。」

坐在第四组和第五组之间那个桥座上的，就是罗佳。她听了第四组的结论，说了一句话：「我坐着脚够不到地，一直是踮着的。平均数说合适，我的脚不同意。」

这句话就是一块化石被重新打开的那一下。平均数当初要回答的是「怎样用一个数说清一群数」，它回答得很好；可一张课桌要回答的，是「这一个人坐着

舒不舒服」。用前一个问题的答案去回答后一个问题，对不上了。复活的第一条判据——说得出这块化石当初回答的是哪一个对不上——在这里，被一个总坐第一排的女孩用自己的脚说了出来。

◆ 17.3　随谱系而变的座位

最后看一次谱系事件怎样在这里发生。也正是在这里，座位建议起了作用。

罗佳那句话是对着第四组说的，可真正把它接过去的，是她右手边的第五组。第五组里，袁鸣是最高的，他的问题正好相反：桌子太矮，他每天弓着背写字。他听到罗佳那句「我的脚不同意」，愣了一下，说：「那我是我的腰不同意。」

接下来是第五组改的那一步。他们没有照搬罗佳的「脚够不够得着地」，因为那只能分出「够得着」和「够不着」两种人，对袁鸣这样的人说明不了什么。他们把这句话改成了一个量：不量身高，量每个人坐着时膝盖到地面的高度。理由是，决定椅子合不合适的，不是一个人多高，而是小腿多长。全班量下来，他们发现这个数据并不是挤在平均数附近，而是大致偏向两头，正好落在平均数上下的人反倒不多。一张统一高度的椅子，对着的是那个平均数，两头的人都不完全合适。他们的新方案是：按膝高分成两档，矮的一档加一个脚踏，高的一档把椅子换成班里仅有的几把可以调高的。赵磊听说了，课后用废木板钉了五个脚踏。

到这里，在场和有差两关已经过了：罗佳的知识出现在第五组那里，而且被改了形，从一句「脚够不着」变成了一套「量膝高、分两档」。

周五的生成会上，第五组讲了这个方案。轮值的记谱员照例问那两个问题。

「量膝高这个主意，是从哪来的？」袁鸣说：「从罗佳那句脚够不着地来的。她说的是脚，我们才想到不该量身高，该量腿。」

「罗佳，你看他们改了你哪里？」罗佳想了想，说：「我只说了够不着，是一个人的感觉。他们把它变成了一个能量的数，还分出了两档。分两档这个，我没想到。」

原主指得出改动在哪里，借用者说得出原形在哪里，两个「指出」都成立，双向认得这一关过了。许老师核对了数据和算法，这一条写进了定理册「平均数」那一页，标题是全班一起定的：「平均数能代表一群人，不能替一个人坐」。下面三行小字：根，课本平均数一节与全校统一的课桌高度；第一枝，罗佳，「脚够不着地」；第二枝，第五组（袁鸣等），「量膝高、分两档」。回流这一关也过了。四关都过，这是一次谱系事件。复活的第二条判据也满足了：班里长出了一枝原来那块化石里没有、而且写回了本班公共册子的东西。

这一次在认出图上留下的痕迹，也可以看一看。那个周日，图上的第五组像一座半岛，只有一根细线连着全班。到下一个周日，罗佳和袁鸣之间多了一根线，罗佳和第五组另外两个孩子之间也多了线；第四组听了生成会，回去把自己「按平均数刚好合适」的结论划掉，改成「按平均数定的高度，两档人都不完全合适」，在旁边注明从第五组来，第五组也认了，于是第四组和第五组之间又多了一根。一周之内，半岛变成了陆地的一部分。

这件事还有一个尾巴。许老师后来去查了课桌椅的资料，发现课桌椅的标准本来就分好几个型号，按身高分档，矮的孩子用低一号，高的孩子用高一号；只是学校买的时候图省事，一个班只配了一号。她把这件事讲给全班听，孩子们先是有点泄气：「原来分档前人早就想过了。」可再一对，又不一样：标准是先看身高、再由身高推座高，第五组是直接量每个人坐下来的膝高，从这一个人的腿出发。前人那一层来路被找回来了，这是化石更深的一截；量膝高这一枝，是这个班自己长出来的。定理册那一条下面，于是又添了一行小字：「标准本来分档，学校只买了一号。」第 24 章会说，班级有多「同」，看的就是这张图连得有多紧；这里只说一个最朴素的观察：线是在两张够得着的桌子之间长出来的。

现在回头看那份座位建议。

如果没有它，罗佳这一周会照常坐在第一排。她的那句话，也许会在心里说一说，也许会对同桌说一说，大概率不会传到第五组那里，因为第五组在教室的另一头。袁鸣也许会照常弓着背，第四组的结论「平均数刚好合适」也许就那样

交了上去。一枝本来可以长出来的东西，会因为两张桌子之间隔着五排而长不出来。

本书指导老师王德生说过：「课桌之结构如何设计『谱系之美』，需要大模型加入的『谱系知识发生』。」这句话在三班是被一件很具体的事证实的。智能体用起来之前，许老师自己试过手画：每个周日晚上，把定理册和词典里这一周的来路一条条翻出来，在一张大白纸上连线，再对着座位表找孤岛。第一周画了两个多小时；第三周，她发现画上的线几乎全是那几个爱说话的孩子之间的，苏小禾、罗佳这样安静的孩子，线常常漏记，可正是她们最需要一个桥座。四十八个人，一周几十根线，靠一个人一双眼，记下的只能是最显眼的那几根。这就是大模型要加进来的地方：不是替孩子认，是替老师把每一根两端都认过的线记全。

发生智能体做的事其实很少。它只看一样东西：上一周的认出图。这张图上的每一根线，都是在生成会或定理册里两端的孩子亲口认过的。它看哪一块和别的地方连得少，哪两个孩子之间从来没有线，然后建议下一周的桥座上坐谁。它的建议有几条规矩，在三班是写明了的。一是只建议，不决定，老师可以改，孩子可以说不，说不的那一周就不挪。二是它不知道、也不显示谁的成绩，它不排名，它的草图上只有座位和一两句理由。三是凡是属于底座的安排，它一律不动：因为视力或身体原因需要坐在前面的孩子，座位是锁定的，它只能在别的地方动；欺凌、矛盾需要隔开的，老师标注过的，它也不许把人挪到一起。四是数据只在班里，不出班，不进任何评比。

这几条规矩，都是底座。第 24 章会专门讲这个智能体怎样把「认得」变成一个算得出的量，这里只说它在座位上做的这一件事：让座位跟着认出图变，而不是让认出图被座位定死。

它还有一条不太起眼的分寸：每周最多只建议挪两三个人。认出图上有的地方连得很紧，比如一个已经互相改写了好几轮的枝组，那是类我正在长，硬拆开反而会把刚长出来的线扯断。座位跟着认出图变，不是每周大洗牌，而是在最孤立的地方开一个口子，其余地方让它稳着长。只有当某一块连得太紧、和外面越

来越少来往，开始像一个小圈子的时候，它才会建议从那一块挪出一个人去坐桥座。

挪了也不一定长出线。有一周，智能体建议把一个孩子挪到第二组和第三组之间，他坐了一周，两边都问了那两个问题，可那一周两个组做的题差得太远，谁的东西对谁都用不上，一根线也没有长出来。智能体没有因此硬推，下一周就换了建议；许老师在那一周的记录上只写了一句：「桥搭了，两岸没东西可运。」座位只能给线一个机会，不能保证线一定长出来。

孩子说「不」的情况也有过。有一周，建议把一个男生挪到桥座上，他不愿意，理由是这周他们组正在做一个快做完的东西，他不想走。许老师没有勉强，那一周照旧。第二周东西做完了，他自己去坐了桥座。这件小事让全班明白，那份建议不是命令，它和孩子们自己的打算一样，只是一个参考。

还有一种误会要防。有的老师听说这件事，第一反应是：「那就让 AI 排座位好了。」这把顺序弄反了。罗佳那一次，智能体只做了最前面的一小步：把一个孩子放到一个够得着别人的地方。后面的每一步——说出「我的脚不同意」、把一句话改成一个量、在生成会上指认改了哪里、核对后写回定理册——全是孩子们和老师自己做的。如果根桌上没有那张卡片，如果周五没有人问那两个问题，座位挪得再准，也只是挪了一个座位。智能体管的是河床，水还是要孩子们自己流。

许老师后来说过一句话：「以前我排座位，是看谁和谁坐一起不会讲话；现在是看谁和谁坐一起会讲出东西来。」

◆ 17.4　可切换的教室

一棵树的教室，不是一年到头都摆成树的样子。

讲授的时候，它要能变回排排坐。不是真的搬桌子，而是每个枝组的桌子转一个角度，所有座位都朝向根桌和黑板。这时根桌那一块化石由老师来讲，讲它是什么、它当初回答的是什么对不上。第 18 章会讲，好的讲授本身就是复活化石，那时候需要的，正是全班朝着同一个方向。

创造的时候，它展开成树。枝组面对面，桥座两边够得着，回流座贴着根桌。

在三班，这两个样子之间的切换，练到最后只要一分半钟。办法很土：每张桌子的四个脚，在地上用两种颜色的胶带各贴一个记号，黄色是讲授位，绿色是创造位。许老师说「黄」，大家把桌腿对到黄记号上；说「绿」，对到绿记号上。头几次乱哄哄的，后来成了孩子们喜欢的一件事，因为切换本身就像一个小游戏。贴胶带之前，还有一件事是先做的：用第三种颜色在地上标出两条通道，黄位和绿位都不许压上去。出了事要能最快疏散，这是 17.1 说过的底座，换什么摆法都一样。

这样的教室，要尊重几样现实，不然它只是一张好看的图。

第一样是面积。很多教室挤得转不开身，拼不出八个扇形的枝组。那就不搬桌子，只转椅子：前排两人转过身来，和后排两人对着，就是一个四人的枝组；靠过道的那个座位，就当桥座，它左右两边各挨着一个组。根桌可以就是讲台边上一个角，放得下一张卡片就行。树可以很小，可以长得歪歪扭扭，只要根、枝、桥三样都在，河床就在。

第二样是考试。考试时，教室一律回到排排坐，前后左右隔开。这是诚信那一层底座，没有商量。树的教室和考试的教室，是同一间教室的两种样子，不是两种主张。

第三样是视力和身体。有的孩子需要坐在前面，有的孩子需要靠近门口，有的孩子需要不被挤到。这些安排一律先定，锁在座位图上，然后其余座位再去长成树。座位建议不许动它们，老师自己也不许为了「树好看」去动它们。第 10 章说底座薄而硬，这就是硬的地方。

第四样是大班额。四十八个人还能排成八个枝组，六十个人、七十个人的教室，树就很难长全。这时可以退一步：不追求每个人都坐在树上，只保证每周有几个桥座在轮换，让认出图上最孤立的那几块，每周至少有一次被接上的机会。第 30 章会把大班额列为本书最弱的三处之一，这里不回避。

还有一样现实，是家长。树的教室刚摆出来那周，一诺妈妈给许老师打了电话，担心一诺不坐正前方了，听课会受影响，眼睛也会累。许老师没有在电话里讲道理，而是请她放学后来教室看一次切换。她站在门口，听许老师说了一声「黄」，四十八张桌子一分半钟转向黑板，一诺的座位离黑板的距离，和以前差不多。许老师又说了一声「绿」，桌子转回去，一诺所在的枝组围成一圈，桥座上的孩子正在问「这一步是谁先想到的」。一诺妈妈看完没说什么，临走前问了一句：「那考试的时候呢？」许老师说：「考试一律排成行，隔开坐，这个不变。」她点了点头。家长担心的，往往正是底座：看得清、听得见、考试公平。把底座指给他们看，比讲一堂谱系课更管用。

最后，还要把第五编开头那句提醒再说一遍。课桌改成树，只动了三界里的现实界。如果根桌上放的化石没有被打开，如果枝组里依旧是分工拼好，如果桥座上的孩子只是坐着，不被问那两个问题，那么这间教室只是换了一种摆法，知识照样不长。罗佳那一次之所以长出来，是因为根桌上那张卡片把平均数的对不上摆了出来，是因为她敢说「我的脚不同意」，是因为周五有人问「这个主意是从哪来的」。座位只是让这三件事有了发生的距离。

用本书的话说，课桌摆成什么样，属于预备 E：在任何一次谱系事件发生之前，就已经铺在教室里的那一层东西。它不能替孩子创造，可它决定了创造来的时候，有没有一条河床让它流过去。

学年末，三班的教室看起来并不比别的班整齐。桌腿底下有一片花花绿绿的胶带，根桌上堆着几张旧卡片，墙角放着五个钉得不太平整的脚踏。罗佳还是个子小，但她现在坐的那张椅子，前面有一个脚踏，脚踏侧面用铅笔写着一行小字：「量膝高分两档——罗佳、第五组」。

带 走 的 话

- **座位图就是认出图的河床：孩子之间伸手够得着、转头说得上话，认出的线才长得出来。**
- **按身高排丢前后之间的线，按成绩排丢上下之间的线，自由坐丢圈子之间的线；分组岛屿朝向了彼此，却常常岛与岛不通。**
- **一棵树的教室：根桌放化石、给起音留位置，枝组长自己的枝，桥座连两边的枝，回流座把过了四关的东西写回去。**
- **座位建议只建议、不排名，视力、身体、安全、诚信这些底座一律锁定，座位跟着认出图变，而不是让认出图被座位定死。**
- **课桌只是预备 E，它不替孩子创造；根桌的化石没被打开、桥座上没人问「从哪来、改了哪」，换什么摆法都只是摆法。**

小　账

本章承重说法：座位的空间结构决定认出图能在哪里长线；让座位随认出图调整、给桥座留位置，能让原本断开的部分接上，在底座不变的前提下提高谱系事件的发生。

在什么局面下算错：如果按认出图调整桥座的班，一学期后认出图的连通程度与谱系事件数，与固定按身高或成绩排座的班没有差别；或者孩子之间的认出线与座位远近毫无关系，本章就错了。

明天可以试的一件小事

拿出班里现在的座位表，在上面用铅笔把这一个月里「谁的做法被谁接过去、两人都认了」的连一根线。看看哪一块一根线也没有，下周挑一个孩子，换到那一块和别处之间的座位上，只换这一个。

◆

18

第 18 章

45 分钟之美：一节课是一轮微型谱系

十一月中旬一个星期四，第二节，还是初二（3）班的数学课。

上课铃响前一分钟，许老师在黑板右边三分之一的地方竖着画了一条线，线右边的黑板空着，最底下写了一个字：根。左边的黑板上，她只写了一道题：

学校门口那家打印店有两种收费。甲种不办卡，每页三毛钱；乙种先办一张卡，交十块钱，以后每页一毛钱。打多少页的时候，选乙种更划算？

题一出来，教室里有人笑了。去年这节课，许老师也讲过这道题。那时候的流程是这样的：先讲一次函数的应用，列出两个解析式，联立方程求出交点，得出五十页这个答案；再让大家做练习册上三道同类题；最后五分钟小测，两道题，当堂收上来。那节课很顺，陈一诺第一个交卷，小测全班平均分九十二。

今年许老师没有先讲解法。她只花了几分钟问了一句话：「一次函数这样东西，当初是被什么麻烦逼出来的？」

坐在第三排的卢子谦举手。他妈妈就在学校门口开打印店，这道题里的店，他一看就知道是谁家。他说：「我妈店里的价钱，根本不是一条直线。」

坐在他斜后方的夏棠没举手。她是班里出了名的爱动手，课桌肚里常年放着一块插了图钉的方格泡沫板，什么题都想先摆个模型。这会儿她已经掰了两根竹签，一根从原点斜着往上插得很陡，一根从十块钱那一格出发插得很平，两根竹签在板上碰到了一起。

四十五分钟后，黑板右边那块空地上长出了一张小小的图：底下是根，往上分出四五枝，两枝之间连着一根带两个勾的线。下课前，这根线旁边的东西被抄进了《班级定理册》，名字叫「交点两头读」。

> **这一章的问题**
>
> 一节四十五分钟的课，能不能自己就是一轮完整的谱系——有化石、有根、有枝、有桥，有一次闭环合上——而不只是把一块现成的化石搬进四十八个脑袋？

第五编每一章都走同一条路：先看统一的装置是什么，再看它保住了什么底座，然后看其中化石的部分怎样复活，最后看一次谱系事件怎样在这里发生。这一章的装置，是那条几乎每个老师都用过的「讲—练—测」。

◆ 18.1　讲—练—测三段式

先替「讲—练—测」说几句公道话。

一节课四十五分钟，老师先讲十五到二十分钟，学生练十五到二十分钟，最后五到十分钟当堂检测。这套三段式在中国的课堂里几乎是默认设置。它不是哪个人拍脑袋想出来的，而是班级授课制长出来的自然形状：一个老师面对几十个孩子，要在一节课里把一块公共知识送到每个人手里，还要当场知道送到没有。讲，是送；练，是让知识在手上落一遍；测，是验收。

这套装置保住了很多东西。最重要的是它保住了底座。一次函数的定义、k 和 b 各代表什么、图像是一条直线、联立两个解析式可以求交点——这些东西必须全班一样，一个字都不能含糊。三段式把它们讲清楚、练扎实、测出来，谁没掌握，下课前老师就心里有数。对基础弱的孩子，这套装置尤其是一种托底：老师怎么讲，他就怎么跟，不会掉在半路上。去年那节打印店的课，小测平均分九十二，这个数字不是假的。

可是我们再把去年那节课放慢了看一遍。

讲的二十分钟里，许老师是唯一的说话人。她讲得很清楚，从题意到解析式到联立方程，每一步都板书。孩子们抄笔记，四十八本笔记上是同一套步骤。练的二十分钟里，三道同类题，换了数字，换了情境——一道是打车，一道是话费套餐，一道是游泳馆办卡。会的孩子越做越快，不会的孩子翻回笔记照着套。测的五分钟里，两道题，又是同一个形状。

这四十五分钟里，知识是在流动的，但只朝一个方向流：从黑板流到本子上，从本子流到小测卷上。没有一枝知识从一个孩子那里流到另一个孩子那里。卢子谦知道他妈妈店里的价钱不是一条直线，那节课上他没说，因为没有地方说——讲的时候是老师的时间，练的时候是做题的时间，测的时候连说话都不允许。夏棠那天其实也在方格板上插了两根竹签，她觉得摆出来比解方程看得清楚，可是小测卷上要写解答过程，竹签不算分，她就把竹签拔了，塞回课桌肚里。

这不是哪个老师的错。三段式的设计目标就是让一块化石完整、准确、高效地复制到四十八个人身上，它的成功标准就是四十八份答案一样。在这个标准下，卢子谦的「不是一条直线」是跑题，夏棠的竹签是不务正业，它们出现了反而是噪音。有经验的老师都知道，一节讲—练—测的课，最怕的就是「节外生枝」：一个孩子冒出一个课本上没有的问题，回答它要五分钟，不回答它又显得敷衍，最稳妥的办法是说一句「这个问题很好，下课来找我」。下课铃一响，那一枝也就跟着散了。

所以三段式有一个结构上的盲区：它测得出「同」，测不出「长」。一节课结束时，全班会解这类题的人数是多少，它算得很准；这节课里有没有一样东西是课本上没有、却在这个班里长出来的，它根本没有地方记。一节课又一节课这样过去，一学期下来，班里每个孩子都多了很多块化石，可是班级这个地方，没有发生过一次谱系事件。

我们要强调，讲—练—测不必扔掉。底座这一层，靠的就是它的「讲」和它的「测」。要改的是另一件事：别让它把整节课都占满。把整块化石都当底座来讲、来练、来测，就是第五章说的那种病——统一性的病不在有底座，在把整块化石都当底座。一节课里，有一部分是底座，必须讲清、测准；有一部分是根，可以打开来让它长。三段式只会处理前一部分。

那后一部分放在哪里？许老师今年的做法，是把四十五分钟重新切了一刀。

切之前，她先想清楚了一件事：「测」不能丢，但要换个位置。底座那几样东西，仍然要当堂知道谁掌握了没有。她的办法是把测拆小，散到课里去：立根讲完底座，马上用两分钟让每人在小白板上写出这道题的两个解析式，举起来，她扫一眼就知道谁的 k 和 b 弄反了；分枝时她巡视，底座出错的当场改；下课后的作业里，再留两道只考底座的基本题。这样，测还在，测的是底座，测得更早、更碎、更准。腾出来的那十几分钟，才是留给根的。

◆ 18.2　立根 10 分钟、分枝 25 分钟、搭桥记谱 10 分钟

新的切法是三段，但三段的意思变了。

立根，前十分钟。　这十分钟里老师要做两件事。第一件是把底座讲死：一次函数的定义、图像是直线、k 是每多一页多出的钱、b 是一页不打也要交的钱，这几样东西许老师用了不到五分钟讲完，讲得和去年一样清楚，一样不容商量。第二件是把根打开：她拿出一次函数这块化石，问它当初回答的是哪一个「对不上」。这一步下一节细说。十分钟到了，黑板右边那块空地最底下，写上了这节课的根。

分枝，中间二十五分钟。　孩子们按平时的四人小组散开，从根上各自往外长。许老师不发标准步骤，只提一个要求：你走的路可以和别人不一样，但底座那几样必须对——解析式要列对，单位要写清，算出来的数要能核对。这二十五分钟里，各组走出了不同的路。有一组老老实实联立方程，算出五十页。有一组

列表，十页、二十页、三十页一路列下去，在五十页那里看到两种收费一样多。夏棠那组把她的方格板搬上桌，用两根竹签摆出两条直线，两根签碰头的那一格，横坐标就是五十。卢子谦那组走得最远，他说他妈妈的店里，打到一百页以上，不办卡的客人超出的部分每页只收两毛，甲种那条线到一百页那里要「折一下」。

这二十五分钟里，许老师并没有闲着。她在各组之间走，手里拿着一支红笔，只管一件事：底座。有一组把乙种的解析式写成了 y＝10x＋0.1，她走过去，红笔一点，说：「十块钱是一页不打也要交的，它该在哪个位置？」那一组改过来，她就走开，不再多说一句。另一组问她：「老师，画图和解方程哪个是标准的？」她说：「两样都行，你们自己挑，但最后的数得对得上。」她不发路线，不给提示，不在哪一组旁边停太久。她后来说，这二十五分钟里最难的不是管纪律，是忍住不讲——看见一组走了一条弯路，很想告诉他们近道在哪里。可是一讲，那条弯路上可能长出的东西就没了。底座出错她必须管，路走弯了她尽量不管。这条线划清楚了，分枝才不会变成放羊。

搭桥记谱，最后十分钟。　各组不是轮流上台汇报，而是做两件事：互相借，互相认。许老师请每组把自己的路写在黑板右边那棵树上，然后问：「谁在别人那条路上改出了新的一步？」改了的，要说清楚借了谁、改了哪里；被借的，要上来看一眼，说出「这一处是我的，你改了这里」。两头都说出来了，许老师才在两枝之间画上一根线，线的两头各打一个勾。最后，能过四关的那一样东西，当堂抄进《班级定理册》。

这三段可以放在一张表里对照着看：

时段	老师在做什么	孩子在做什么	黑板上留下什么
立根 10 分钟	讲死底座；拿出化石，说出它当初的对不上；退到旁边	听，记底座；想自己从哪里下手	底座几行；树的根

时段	老师在做什么	孩子在做什么	黑板上留下什么
分枝 25 分钟	巡视，守底座，不发标准步骤	各组从根上走不同的路	各组的枝
搭桥记谱 10 分钟	问「谁改了谁」，等两头都说出来再画线	借、改、指认、标来源	带两个勾的桥；抄进定理册的一条

有几处容易误会，我们一处一处说。

第一，十、二十五、十这三个数不是铁律。一节新概念课，底座很厚，立根可能要十五分钟；一节复习课，根早就立好了，分枝可以拉长。这三个数是一种默认比例，意思是：讲的时间要短到让出地方，又长到把底座讲死；长枝的时间要占大头；最后一段一定要留，哪怕只剩五分钟。最常见的失败恰恰是最后一段被吃掉——分枝分得热火朝天，下课铃一响，各组的枝散落在各组的草稿纸上，谁也没认谁，什么也没回流。那样的课热闹，但它和隔壁班的「自由日」是同一种热闹。

第二，搭桥记谱不是「汇报展示」。汇报展示是每组上台讲自己的，讲完鼓掌，下一组。它记录的是谁做了什么，不要求任何一组在别组的东西上改出新的一步，更不要求原主认出来。四组讲了四种方法，黑板上并排四种方法，这在本书里只算四枝，不算一座桥。搭桥的那一问只有一句话：「谁在别人那条路上改出了新的一步？」这一问逼出来的，才是谱系。

第三，为什么最后一段要叫「记谱」，不叫「总结」。总结是老师把这节课的要点再说一遍，收回到标准答案上。记谱是把这节课里真正发生过的借用和改写，按来路记下来。总结让一节课的结尾回到统一，记谱让一节课的结尾长在网上。

许老师刚开始这样上课时，有过一个很实际的担心：四十五分钟里讲的时间从二十分钟砍到十分钟，进度会不会落下？头两周确实慢了一点。可是到了第四周，她发现练习册上同类题的正确率反而高了。原因不复杂：去年那节课，孩子

们练的是许老师的路；今年这节课，每个孩子至少走过一条自己的路，又在搭桥的时候看懂了另外一两条路。路走得多，换个情境就不容易慌。这只是一个班几周的观察，不能当结论用，但它至少说明，让出时间不等于让出底座。

这种切法也不只属于数学课。同一个年级的语文组，有一位老师试过用它上一首古诗。立根的十分钟里，她把底座讲死：生字的读音、关键词的意思、诗的字面大意，这些全班必须一样。然后她拿出这首诗当初回答的那个对不上——诗人眼前的景和心里的事对不上，他只能借景说事。分枝的二十五分钟，有一组把诗改写成一段日记，有一组画了一幅画，有一组找出班里谁也有过「眼前热闹、心里冷清」的时候。搭桥记谱的十分钟里，画画那组发现日记那组写的一个细节，正好能解释画里为什么只有一盏灯，就把那盏灯挪了位置，又让日记那组来认。语文课的底座更薄，根更宽，三段的比例可以和数学课不同，但那一问是一样的：谁在别人那条路上改出了新的一步？

四十五分钟本身也是现实界的一样东西。课时、铃声、课桌、下一节是英语课，这些都不归老师选。一节课是在这样的硬约束里长谱系，不是在一张白纸上长。用本书的话说，班里看得见的知识样态（S1）要变，得靠三律的张力把三界重新纠缠起来——理念界的课本化石、现实界的四十五分钟、自我界里每个孩子带来的那一份。三段式只动了理念界那一份，新切法让三份都进了这四十五分钟。

为什么说一节课是一轮「微型谱系」，而不只是一种新的课堂流程？因为这四十五分钟里，生和死都有一个小小的样子。立根，是把一块化石重新打开，相当于一轮谱系的「生」；分枝，是差异被放开，各走各的路；搭桥记谱，是差异之间重新咬合，长出一样谁也没想到的东西，再把它记进定理册。记进去之后，「交点两头读」就不再只是卢子谦和夏棠两个人的东西，它进了本班的公共层：全班都认得它、知道它从哪里来，谁做题想用就可以拿来用，但它不是人人必须照走的规定步骤。它在这节课里合上，可它还不是底座。要等这一轮谱系长到饱

和、全班合谱的时候，像它这样的条目才会被压实，成为下一轮最薄的底座。下一节课开头，许老师会先花一分钟看一眼昨天的图，从里面挑出最出人意料的那一枝，问一句「它还能往哪里长」。一节课收尾的地方，就是下一节课起头的地方。说一节课是一轮「小生死」，只是打个比方：一节课合上一个小闭环，不等于这一节课里谱系死了一次。一学年两百多节课，合上的是两百多个这样的小闭环；真正的饱和与换根，要看第二十八章那三个判据，是这些小闭环一层一层叠出来的。

◆ 18.3　好的讲授是复活化石

立根那十分钟里最要紧的，是第二件事：把化石当初回答的那个对不上说出来。

讲勾股定理先讲它当初解决的那个「对不上」，第五章已经细说过，这里不再重复。这一节只看打印店这一课，看许老师怎样讲一次函数。

去年她是这样开头的：「一般地，形如 $y=kx+b$ 的函数叫做一次函数。」这是化石的样子——结论在，来路没了。孩子们接过去的是一个格式。

今年她换了一个开头。她在黑板上列了一张很长的表：打一页三毛，两页六毛，三页九毛……写到第十行，她停下来问：「要是有人问我打三百七十二页多少钱，我是不是得往下写三百七十二行？」底下有人笑。她又问：「要是再来一家店，收费办法不一样，我想知道哪一页开始换店划算，是不是得把两张表从头对到尾？」

然后她说了一句：一次函数这样东西，当初回答的就是这个麻烦——两样东西一起变，表永远列不完，一次只能算出一个数，可人想一眼看见全部的变化。解析式和图像，是有人想出来对付这个麻烦的办法：一行式子装下无数行表，一条直线让人一眼看见变化的样子。

这几句话一出来，一次函数就不是一个格式了，它是一个曾经的对不上的答案。孩子们有了一个可以往回追的问题：既然它是为了看见全部变化而生的，那我们这道题里，到底要看见什么？这就是这节课的根。注意，许老师没有编哪一年哪个人怎样想出来的故事。她不需要史料细节，她只需要把那个麻烦重新摆到桌面上。一条公共知识当初回答的是哪一个矛盾，这是复活的第一条判据。

第二条判据更难：班里要长出至少一枝原化石里没有、又被写回底座的东西。

这一点要分清楚。好的讲授有两种。一种是引导学生重走老路，走到同一个终点：老师心里早就知道终点是「联立求交点、得五十页」，他把问题设计得很巧，让孩子「自己」一步步走到五十页。走到了，课就成功了。这是很好的教学，但它是重新发现，不是复活。另一种是重开老路，允许走到不同的终点：老师打开了「想一眼看见全部变化」这个麻烦，至于这个班看见了什么，下课前才知道。

那节课最后长出来的「交点两头读」，就是课本这块化石里没有的终点。课本告诉你交点是两种收费一样多的地方，从顾客的角度读，过了交点就办卡；卢子谦那组从柜台里面读，同一个交点对店家意味着另一件事。这一枝不在课本里，也不在许老师的教案里。它是从一次函数这条根上，在初二（3）班长出来的。

所以「好的讲授」在本书里有一个具体的意思：讲授本身不是问题，问题是讲完之后终点是否已经被锁死。复活式的讲授在开头讲得很清楚——底座讲死，对不上讲活——然后退到旁边。它占的时间更短，难度却更高，因为老师要事先想明白：这块化石里，哪些是底座，哪一处是可以重新打开的根。这件事许老师备课时要花的工夫，比去年多了一倍。她的备课本上，每一课最上面一行，现在写的都不是定义，而是一个对不上。

讲完这个对不上，许老师做的最后一件事是退到旁边。这一步说起来容易，做起来难。老师站在讲台上，四十八双眼睛看着，最自然的动作是接着讲下去，把路也指出来。退到旁边，意思是把「提问的位置」交出去：根已经摆在桌上，接下来往哪里长，是孩子们的事。本书把这种做法叫「起音」——拿出一块化石，说出它当初的对不上，然后退开；与它相对的是「指挥」，一个常设的、独占的、不许别人校对的答案位。起音和指挥的分别，第二十二章会专门讲。这里只说一点：同样是讲十分钟，起音的十分钟结束时，孩子手里多了一个问题；指挥的十分钟结束时，孩子手里多了一个答案。

还有一种讲授看起来像复活，其实不是：开头讲一段数学家的趣闻，讲完了，回到「一般地，形如……」。故事只是开胃菜，化石原样端上来。判断的办法很简单：讲完以后，孩子手里有没有一个可以往外长的问题？如果有，就是复活；如果只有一个格式等着套，那段故事讲得再生动，也只是给化石刷了一层漆。

◆ 18.4　当堂的谱系图

最后说黑板右边那块空地。

许老师把它叫「当堂的谱系图」。它的画法很简单：底下写根；分枝的时候，每一组把自己的路写成一枝，枝上写组名和一句话；搭桥的时候，谁借了谁、改了哪里，就在两枝之间画一根线。这根线有一条规矩：两头都确认了才能画。借用者说出「我是从谁那里借来的」，原主说出「这一处是我的，你改了这里」，两句都说出来，线的两头各打一个勾。只有一头说的，线不画，最多在旁边画一个问号。

那节打印店的课，图上是这样长出来的。

根：两样东西一起变，想一眼看见全部的变化。

往上分出四枝。第一枝，「联立求交点」，一诺那组。第二枝，「列表找同价」，另一组。第三枝，「两根签一碰」，夏棠那组，她举着方格板走上来，照着竹签在黑板上画出两条线，交点上标着五十。第四枝，「我妈的线会折」，卢子谦那组，甲种的线到一百页那里弯了一下，变平了。

搭桥的时候，许老师问了那一句：「谁在别人那条路上改出了新的一步？」

卢子谦站起来。他说他用了夏棠的交点，但他不是从顾客那边看的。他妈妈店里，每页纸和墨水的成本大约八分钱。他在夏棠的方格板上插了第三根竹签——成本线。他说，从柜台里面看，交点左边的客人不办卡，店里每页赚两毛多；交点右边的客人办了卡，店家每页只赚两分，可是客人会一直来。所以同一个交点，顾客读出来的是「过了五十页就办卡」，店家读出来的是「过了五十页就该劝客人办卡，留住他」。

许老师请夏棠上来看。夏棠盯着黑板看了一会儿，指着那个交点说：「这个交点是我摆出来的。可你把它从买的这边挪到卖的那边去读了，还多插了一根签。」卢子谦补了一句：「交点是从她那块板上来的，成本线是我妈店里的。」

两句话都说出来了。许老师在第三枝和第四枝之间画了一根线，两头各打一个勾。

这一下，四关都过了。在场：夏棠的交点出现在卢子谦的解法里。有差：卢子谦没有原样拿走，他换了读的方向，加了一条成本线。双向认得：原主夏棠指出了改动在哪里，借用者卢子谦标出了来源在哪里。回流：下课前，这一条以「交点两头读」为名抄进了《班级定理册》，条目底下写着：从一次函数长出；交点来自夏棠组的竹签板；成本线和柜台那一头来自卢子谦组。从这一天起，全班做这类方案选择题，手边多了一个谁都认得、谁都可以拿来用的追问：这个交点，从另一头读是什么意思？

这就是一节课里的一次谱系事件。它不大，没有改写数学，可它是这个班自己的。

有人会问：夏棠的竹签板被一诺那组用来核对答案，算不算桥？不算。一诺那组看了板，确认自己算的五十没错，没有在图上改出新的一步。原样接过去，等于没有被收下，这一点第十一章和第十三章都讲过。也有人会问：卢子谦那一枝「我妈的线会折」最后没有和谁搭上桥，是不是白长了？也不算白长。它作为一枝留在图上，下课时许老师拍了照。它留在定理册的空白页上，等着哪一天有人来接；一枝暂时没有搭上桥的知识，不是废枝，是还没等到它的季节。

当堂的谱系图有三个好处，也有三个限度。

好处之一，它让「谁借了谁」从看不见变成看得见。没有这张图，卢子谦改了夏棠的交点，可能只在他们两人之间发生，下课就散了。好处之二，它让那一句「这一处是我的，你改了这里」有了一个当众说出来的地方。平时的东西总被当成「不算数」的孩子，最常在这一刻第一次被全班认出来。好处之三，它把一节课的结尾从「回到统一」改成了「长在网上」。下课铃响时，孩子们看见的最后一样东西不是标准答案，而是一张自己参与长出来的图。

限度之一，它只能画下当堂说出口的桥。没说出口的借用、课后才想明白的改写，图上没有。限度之二，一个老师在十分钟里只能确认两三根线，四十八个人之间的认出远不止这些。限度之三，图在黑板上，擦了就没了，拍照存下来也只是一张照片，几十节课的图连不成一张全班的认出图。这三个限度，靠人力很难补上。第二十四章会讲同一性知识谱系发生智能体怎样把每一节课的这张小图接成一学期的大图，这里先不展开。

还要说一句：这张图只给班里自己看。它不是评比表，不进考核，不给学校排名用。哪个孩子今天长了几枝、被认了几次，不是用来比谁强的；它只用来让每个孩子看见，自己的一枝在别人那里还长着。

最后说一个小细节。那节课上，夏棠的竹签第一次上了数学课的黑板。她动手快，课桌肚里的小模型攒了不少，可数学课上的东西最后总要落到解答过程里，模型从来不算数，她也就从来不拿出来。这一次她说出那句「这个交点是我

摆出来的，可你把它挪到卖的那边去读了」，全班都转过头来看她手里那块板。下课后她在定理册那一条底下自己的名字旁边，用铅笔轻轻画了一个小三角形。这不是一个「被表扬」的时刻，许老师没有夸她模型做得好；这是一个被认出的时刻——她看见自己的一枝在卢子谦那里变了形，还长着。本书说美在闭环合上的一刻发生，指的就是这样的一刻。它不需要掌声，只需要两句话都说出口。

带走的话

- **讲—练—测保住了底座，可它只测得出「同」，测不出「长」。**
- **一节课可以是一轮微型谱系：立根十分钟，分枝二十五分钟，搭桥记谱十分钟；最后那一段最容易被吃掉，也最不能丢。**
- **好的讲授不是讲得少，而是把底座讲死、把当初的对不上讲活，然后退到旁边。**
- **黑板上的一根桥，两头都说出来才画；只有一头，就只是一个问号。**
- **一节课美不美，不看它顺不顺，看下课前有没有一次闭环合上。**

小　账

本章承重说法：一节四十五分钟的课本身可以是一轮微型谱系——底座当堂讲死，化石的根当堂复活，至少一次谱系事件当堂合上并回流。

在什么局面下算错：如果按「立根—分枝—搭桥记谱」上课的班级，一学期下来谱系事件率与只用讲—练—测的班级没有差别，或者底座那一层的掌握明显变差，本章就错了。

明天可以试的一件小事

明天的课，在下课前最后五分钟只问一句：「今天谁在别人的做法上改出了新的一步？」等改的人说出借了谁，再请被借的人说出「这一处是我的，你改了这里」；两句都说出来，就在黑板一角画一根两头带勾的线。

◆

19

第 19 章

课程之美：课程是一棵逐年生长的树

十二月初的一个下午，数学组办公室的墙上贴着一张表：初二年级数学教学进度表。八个班，一样的行，一样的格子，每一格写着第几周讲到第几节。许老师站在表前面，手里拿着初二（3）班的《班级定理册》，翻到最新的一页。

那一页是前一天才写上的。一次函数这一单元快结束时，班里做一道齿轮题：大齿轮四十个齿，小齿轮十个齿，大齿轮转一圈，小齿轮转几圈？练习册给的解法是「转速与齿数成反比」，背下来套就行。赵磊没背。他说他在家修过自行车，也拆过爸爸工具箱里的一个旧电钻，齿轮咬在一起转的时候，咬合的那个地方，这边走过去一个齿，那边也正好走过去一个齿，「两边走过的齿数一定一样多，不然就打滑了」。所以大齿轮转一圈走过四十个齿，小齿轮也得走过四十个齿，那就是四圈。

这个说法课本上没有。它不是一个公式，是一个从手上长出来的道理。全班先是愣了一下，接着有人去数自己文具盒里卷笔刀的小齿轮，有人说「那我家缝纫机里那几个也是这样」。许老师没有评判对不对，只问了一句：「你能把它和我们今天的正比例函数接上吗？」赵磊想了想，说大齿轮转几圈，小齿轮就转四倍的圈，四就是四十比十。定理册上，这一条叫「咬合齿数一样多」，底下写着：从正比例函数长出，来自赵磊，家里的自行车和电钻。

许老师看看定理册，又看看墙上的进度表。按进度表，下一单元该讲新的内容，和齿轮没有一点关系。物理组的谭老师端着茶杯从门口经过，许老师叫住他：「你们物理，什么时候讲到转动？」

谭老师想了想说，他原本打算等到讲简单机械的时候，带着轮轴顺便做一节拓展课，讲讲齿轮和链条怎样把转动传过去，「那得到明年了」。

许老师把定理册递给他：「我们班有个孩子，好像已经替你开了个头。」

> **这一章的问题**
>
> 课程是全校最大、最硬的一样统一装置，它能不能也长成一棵树——下一个单元，从上一个单元最意外的那一枝里长出来？

还是按第五编的老路走：先看统一的装置是什么，再看它保住了什么底座，然后看其中化石的部分怎样复活，最后看一次谱系事件怎样在这里发生。这一章的装置，是课程。

◆ 19.1　统一的课程

办公室墙上那张进度表，是一所学校里最典型的统一装置。它的上游，是课程标准；中间，是统一的教材；下游，是统一的教辅、统一的单元测验、统一的期中期末。八个班在同一周讲同一节，用同一本书，做同一套卷子。

这套装置的好处，在县城中学里看得特别清楚。一个县城的孩子和一个省城的孩子，依的是同一份课程标准。课程标准规定了每个学段必须学会的东西，这是一条底线，它保证一个孩子不管生在哪里、分到哪个班、遇到哪个老师，手里拿到的公共知识是同一份。没有这条底线，很多孩子连「拿到」都谈不上。统一的课程，是现代学校最了不起的发明之一，第一章说过的那一套「出厂设置」，课程是其中最大的一块。

所以课程保住的底座很清楚：课标规定的那些概念、方法、技能，必须全班都会，必须准确，不能缺。一次函数是什么，k 和 b 是什么意思，图像怎样画——这些不复活，不商量，零容忍。

可是课程也是全校最大的化石库。课本里的每一章、每一节、每一个例题，都是从前某一轮谱系压实以后留下的化石。它们曾经是某些人在某个对不上的处境里想出来的「我的知识」，后来一层层压实，来路被抹掉，变成了今天课本上干净的一行。进度表把这些化石排成一条直线，一周一块，按顺序搬进教室。

问题出在「排成一条直线」上。进度表默认，每一块化石都是平行的、独立的、可以按周切开的：这一周讲完一次函数，下一周开始讲下一个；单元和单元之间，靠课本的编排顺序连起来，和这个班里发生过什么没有关系。于是，赵磊那条「咬合齿数一样多」，在进度表上没有任何位置。它长出来了，写进了定理册，然后——下一周，新单元开课，它就停在那一页上，再也没有人去碰它。

这就是统一课程的盲区：它只认识化石的顺序，不认识本班长出来的枝。一个班一学期在定理册里长了十几枝，课程却像一列按时刻表开的火车，从这些枝旁边呼啸而过。下一站从哪里开始，早在开学前就印好了。

不少学校也看到了这个盲区，办法是另开一条线：校本课程、选修课、综合实践周。会修车的孩子去报汽修兴趣组，爱画画的去美术社，每周两节，和正课各走各的。这当然比没有好，孩子们多了一些「我的知识」能落脚的地方。可是用第三章的话说，这是升级，不是升维：主干照旧是一条直线，旁边多铺了一条平行的小路，两条路之间没有桥。赵磊在兴趣组里修好十辆车，数学课上的正比例函数照样和他的齿轮无关；兴趣组里长出来的东西，从来不会回到正课里，被别的孩子接过去改一步。这样的课程看上去多样了，其实是把统一和多样分装在两个盒子里，一个盒子装「我们的知识」，一个盒子装「我的知识」，互不相认。本书要的不是再多一个盒子，而是让主干自己长出枝来。

要说清楚，这不是要把进度表撕掉。课程标准规定的总量、底线、各学段要达到的水平，这些仍然是底座，一个也不能少。要动的不是「教什么」的底线，而是「从哪里接上」。下面三节，讲这棵树的三个部分：本班自己长出的那一层课程，课表里的根时、枝时、桥时，以及下一个单元怎样从上一个单元最意外的一枝长出来。

◆ 19.2　课程即谱系

先说一个看法：初二（3）班的《班级定理册》和《班级词典》，是这个班自己长出的那一层课程。

到十二月初，定理册已经有十几条了。翻开看，每一条都有三样东西：一个名字，一个根，一条来路。「斜穿省路」，从勾股定理长出，来自马骁的一个问题和苏小禾的一排三角形；「赵苏旋转对称法」，从全等和旋转长出，来自两个小组的互讲；「交点两头读」，从一次函数长出，交点来自夏棠，柜台那一头来自卢子谦；「咬合齿数一样多」，从正比例函数长出，来自赵磊。它为什么挂在正比例函数上？因为大齿轮转了几圈、小齿轮就跟着转几倍的圈，小齿轮的圈数是大齿轮圈数的固定倍数，这个倍数正好是两个齿数的比。练习册让人背「反比」，赵磊给出的是这个倍数从哪里来。前三条的来历，第五、十一、十八章已经讲过，这里只看它们放在一起时像什么。

它们放在一起，像一棵树的上半截。课本是树干，定理册的每一条都挂在树干的某个节上——这就是条目底下「从哪里长出」那一行的意思。没有课本，这些枝挂不住；没有这些枝，课本只是一根光杆子。

这一层课程有几个和课本不同的地方。

第一，它是有名字的。课本上的定理没有名字，或者只有一个早已和原主无关的名字。定理册上的每一条，都写着本班谁长出来的、经过了谁。孩子翻定理册，翻到的是同学，不是陌生的结论。

第二，它是可读来路的。课本上的一行公式，你看不出它是怎样来的；定理册上的一条，底下就写着它从哪个根来、经过了哪几个人、在哪一节课上合上。这就是本书说的「谱系可读」。

第三，它是会长的。课本一年改不了一次，定理册每周都可能多一条。而且新条目常常是从旧条目上长出来的。「交点两头读」写进去以后不到两周，有个小组在做话费套餐题时，在条目底下又加了一行：「三条线有两个交点时，两头读要读两次。」原条目的两个孩子看了，认了。一条变成了一条半。

定理册是怎样维护的，也值得说几句。它不是许老师一个人写的。每一条进册子之前，都要过一道小手续：借用的人写下「从谁那里接来、改了哪里」，原主在旁边写下「是我的，改在这里」，两个人各签一个名；许老师只核一样东西——底座对不对。条目写进去以后也不是一劳永逸的。十一月有一条数多边形对

角线条数的口诀，写进去一周后，有个孩子拿一个八边形一数，发现口诀算出来的数不对。全班在桥时上看了，原主自己也认了错，这一条就被划掉，旁边注明「某月某日撤回，原因：遇到反例」。撤回不丢人，它恰恰说明这一层课程是认真的：会长，也会删；挂在根上，也守着底座。一本只进不出的册子，最后会变成另一本没有人敢动的课本。

《班级词典》是同一层课程的另一半。定理册收方法和规律，词典收词。「对不上」「搭桥」「两头读」这些词，是这个班自己用出来的说法，每一个也都注明了来自谁、经过谁。词典的第一页怎样写出来，第二十六章会专门讲，这里只说一点：一个班开始用自己的词说事情，说明这个班的课程已经不只是课本那一层了。

有人会问：定理册和词典，是不是另起炉灶，和课本抢地盘？不是。这一层课程不替代国家课程，也不改变底线。它的每一条都必须挂在课本的某个根上；它的每一条在底座那一层都必须是对的——算错的、概念用错的，不能进定理册。定理册收的是课本这块化石在本班复活后长出的枝，不是另一套教材。

还有人会问：一个班自己长出来的东西，会不会很浅？会有很浅的。「咬合齿数一样多」放在物理学里，算不上什么新发现。可是本书判断一条知识算不算本班课程，看的不是它在全人类的知识里新不新，而是两件事：它是不是在这个班里、从课本的某个根上真正长出来的；它的来路是不是可读的、被两头认过的。一样在别处早就有的道理，在这个班里被一个孩子从手上重新长了一遍，又被别人接过去改了一步，它就是这个班的课程。

再往远一点看，这一层课程还有一个去处。学年结束时，定理册会被装订起来，留给下一届的初二（3）班。下一届的孩子翻开它，看到的是上一届的四十多条，每条都有名字和来路。对他们来说，这些条目已经是化石——压实了的、来路写在纸上却已经不是自己的东西。他们要从里面挑一条作根，再复活一次。这件事是第二十八章的主题。这里只先说结论：课程之所以是一棵逐年生长的树，不是因为课本每年在改，而是因为每一届都在课本这根树干上留下一层，下一届又从这一层里接着长。

◆ 19.3　谱系的课表：根时、枝时、桥时

定理册有了，可它长在哪些课上？如果所有的课都是讲一练一测，定理册只能靠零星的课间和课后去长。许老师在第二个月发现，要让这一层课程长得稳，课表本身得动一动。

她的办法不是增加课时，而是给已有的课时分出三种性质。

根时，是以立根为主的课。新单元的第一节、一个难概念的第一次出现，这样的课里，底座厚，要讲的东西多，老师讲的时间长一些，分枝短一些。根时的任务是把底座讲死、把化石当初的对不上讲活，让孩子手里有一个可以往外长的问题。

枝时，是以分枝为主的课。练习课、应用课、探究课，根已经立好了，这样的课大部分时间留给小组从根上各自长。上一章那节打印店的课，就是一节典型的枝时。

桥时，是专门用来搭桥、记谱的时间。这是许老师和班里各科老师商量、又报学校同意以后才定下的：每周五最后一节原本是自习，改作「桥时」。这一条不是通用的做法，各校按自己的课时安排，经学校同意再试。这四十五分钟不讲新课，各组把这一周在各科里长出的枝拿出来，看看谁的枝能和谁的接上，跨组的、跨科的都行。能接上的，当场两头认；认完了，写进定理册或词典。课时总量没有变，自习本来该做的作业，挪到了别的空当里。

三种课时的比例，每个学科、每个单元都不一样。许老师的做法很朴素：每个单元开始前，她在年级进度表自己班那一行的格子边上，用铅笔标一个小字，「根」「枝」或者「桥」。进度表本身一个字没改，八个班照样同一周讲同一节，只是初二（3）班这一行的格子边上多了一排铅笔字。一个普通的星期，初二（3）班的课表上，这三种课时大致是这样分布的：

课时	本周的样子	黑板右边留下什么
根时	周一数学新单元第一节、周二物理新概念课	底座几行；一个根

课时　本周的样子	黑板右边留下什么
枝时　周三、周四的数学应用课，语文的阅读课	各组的枝，一两座当堂的桥
桥时　周五最后一节	跨组、跨科的桥；当周写进定理册与词典的条目

数学的一个单元，往往是一节根时、三四节枝时，桥时交给周五。语文的一个单元，根时可能更少，因为一篇课文的底座薄，枝可以长得很早。

这样分开以后，有一个变化许老师自己也没想到：科任老师之间开始互相看定理册了。英语老师在桥时上看到「交点两头读」，说她们的阅读课里有一种题，问「从作者的角度看」和「从文中人物的角度看」，其实也是两头读。她回去在英语课上试了一次，班里一个孩子在条目底下加了一行英文例句，原条目的夏棠和卢子谦来认，认得出来，也说得出哪里改了。这一行后来留在了定理册里，这是这本册子里第一条跨了学科的桥。

桥时上最常见的情形，其实并不热闹。很多个星期五，一节课下来只认了一两座桥，有时一座也没有。有一次全班坐在那里，各组把这一周的枝摆出来，摆了二十分钟，谁也接不上谁。许老师没有硬凑，最后十分钟让大家各自在定理册的空白页上写一句「我这一枝还缺什么」。下一周，有两个孩子看了别人写的「还缺什么」，自己找上门去接了。一座桥没有当场搭成，不等于这一节白上；它让「缺什么」被看见，接的人就有了方向。

桥时的记录员每周轮换，不固定交给班长或学习委员。头两周许老师让陈一诺记，记得又快又整齐，可第三周她发现，大家搭完桥都先看一诺怎么写，一诺写成什么样就是什么样，原主和借用者自己反倒不说话了。于是改成按学号轮，每周两个人，一个记来路，一个念给两头听、请两头确认。记得慢一点、字丑一点都不要紧，要紧的是每一条都由两头亲口认过，而不是由一个能干的人替他们认了。

哪一组这一周搭了几座桥，只记在定理册里给本班自己看，不进任何考核表。一旦桥时变成了「看谁搭得多」，孩子们就会开始凑桥，原样借过去换个说法也来认领，那就把桥时变成了另一种整齐。

还要老实说一句：桥时这样的安排，不是每所学校都挪得出来。有的学校自习课本来就排满了统一的练习，有的学校没有固定的班会以外的空当。挪不出整节课的，可以从班会里挤出十五分钟，也可以放在每个单元的最后一节课的最后十分钟。时间少一点没关系，要紧的是有一个固定的、大家都知道的地方，让这一周长出来的枝在这里相遇。没有固定的地方，枝和枝就只能碰运气。

◆ 19.4　下一个单元从上一个单元最意外的一枝长出

回到开头办公室里那一幕。

按进度表，一次函数单元结束后，下一个单元和齿轮毫无关系。许老师并没有违反进度表——课标规定的内容照讲，单元顺序不动。她动的只是一个地方：下一个单元的第一节根时，开头的那几分钟，从哪里接。

这就要回答一个问题：上一个单元里长出了十几枝，下一个单元从哪一枝接？许老师的判断标准是「最意外」。最意外的意思不是最难、最漂亮，也不是成绩最好的孩子长的，而是这一枝离课本的终点最远、谁也没有想到、又确实挂在课本的根上。一次函数单元里，「交点两头读」很好，但它还在应用题的范围里；「咬合齿数一样多」是从一个孩子的手上、从家里的电钻和自行车上长出来的，它把一个函数的比例系数，接到了一样会转、会响、会打滑的东西上。这是那一单元最意外的一枝。

许老师和谭老师一商量，事情就这样定了：谭老师把原本打算明年讲简单机械时才做的那节「转动怎样传过去」的拓展课提前，放到初二（3）班下一周的物理课上；许老师在数学的下一个单元开头，用五分钟回顾这一枝，作为承接；两位老师各讲各的课标内容，只是从同一枝上接。初中物理课本里不一定有专讲传动比的一课，谭老师这一节本来就是拓展课，提前上，不动课标内容。

这里有一个细节容易被忽略：许老师并没有把赵磊那一枝原样搬到物理课上，让他去「当小老师」把定理册那一条复述一遍。一枝知识原样搬过去，到了物理课上也只是一块新的小化石。她要的是这一枝在物理课上被别人接住、改一步，再被赵磊认出来。所以她和谭老师约好，物理课上只请赵磊讲他的道理，讲完就把问题交给全班，看谁能接。至于接下来会长出什么，两位老师都不知道。

物理课那天，谭老师在讲台上摆了一个拆开的自行车后轮和一段链条。他先讲底座：什么叫转速，怎样数圈数，单位怎样写，这些不能错。然后他拿出那块化石——齿轮和链条传动里的「传动比」——说出它当初回答的那个对不上：人蹬脚踏板的速度有限，可人想让车轮转得快；力气和快慢，怎样才能借着一套齿轮换过来？说完，他把黑板让出来，请赵磊讲他的「咬合齿数一样多」。

赵磊讲完，坐在他后面两排的宋可欣举手。她每天骑一辆带变速的自行车上学。她说：「可是自行车的前后齿轮没有咬在一起，中间隔着一条链条。」她想了一会儿，接着说：链条上的每一节，在前面齿轮上走过去一个齿，到后面齿轮上也正好走过去一个齿，所以「两边走过的齿数一样多」这一条，隔着链条照样成立。不一样的是方向——两个齿轮直接咬在一起，一个顺时针，另一个就逆时针；隔着链条，前后两个齿轮转的方向是一样的。她拿自己的车举例：前面大齿盘四十二个齿，后面小飞轮十四个齿，脚蹬一圈，后轮转三圈，「我换挡就是在换后面那个数」。

谭老师没有接话，他转向赵磊：「你听听，她用的是不是你的？」

赵磊盯着黑板上宋可欣画的那条链条看了好一会儿。他说：「齿数一样多那条是我的。可我那是两个齿轮硬咬在一起，转的方向是反的；她中间加了一条链子，方向就变成一样的了。」宋可欣也说：「我是从赵磊那条接过来的，链条和方向是我加的。」

两句话都说出来了。在场：赵磊的那一条出现在宋可欣的解释里。有差：她没有原样搬过去，而是把「直接咬合」改成了「隔着链条」，还多算出了方向的变化，接上了变速。双向认得：原主赵磊指出了改在哪里，借用者宋可欣标出了从哪里来。回流：那天放学前，定理册「咬合齿数一样多」那一条底下添了一

行：「隔着链条也一样多，方向变成同向——宋可欣，物理课，自行车变速。」谭老师也在自己的教案里记了一笔，说明年讲简单机械时，这一节就从这两行开头。

用意义三律的话来看这节物理课，三股力都在。全班盯着同一个问题——转动怎样借着齿轮传过去、快慢怎样换——这是创造律，大家把力气拧向同一个解；赵磊从电钻上来，宋可欣从自己的变速车上来，两条路完全不同，这是自由律，同一个根上分出了不同的枝；宋可欣的自由恰恰在赵磊那一条上被用上了，而这个「被用上」只有在赵磊认出、宋可欣标出的那一刻才真的发生，这是幸福律。三律落成三个读数，这一节课里各添了一笔：一组互相改写，两枝分化，一次双向认得。

这是初二（3）班的定理册里，第一次有一条知识从数学课长出、在物理课上被接住、又被改了一步。它也是这个班第一次看见，课程不是一列按时刻表开的火车，而是一棵树：下一个单元、下一门课，可以从上一个单元最意外的那一枝接着长。

这件事有几个容易被看错的地方，要说清楚。

第一，「提前」不等于打乱课标。谭老师提前的是一节拓展课的位置，课标规定的内容一样不少，物理课正式讲简单机械时仍然按课本讲。许老师的数学单元顺序也没有动，她只是在单元开头接了一枝。课程的底座一点没松。

第二，不是每个单元最意外的一枝都能接上下一个单元，更不是每一枝都要接到别的学科去。有时最意外的一枝和下一单元毫无关系，那就把它留在定理册上，等它的季节。强行接，就成了「为了联系而联系」，孩子会觉得是老师在表演。

第三，选「最意外」的一枝，不是选「最好学生」的一枝。如果每一次被选中接下去的，都是陈一诺那几个孩子的枝，课程这棵树就会长偏，全班很快就明白：只有某几个人的东西值得接。许老师给自己定了一条小规矩：同一个孩子的枝，一个学期里最多被选作单元起点两次。这条规矩不是为了平均，而是为了让树不往一边倒。

第四，它离不开前面三节。没有定理册，赵磊那一枝不会被记下来；没有桥时，谭老师可能永远不知道数学课上长出了什么；没有统一课程那根树干，这一枝根本没有地方挂。课程之美，不是把统一课程推倒重来，而是在它这根树干上，让本班一年一年往上长，而且每一层都认得出是从哪一节、哪一个孩子长出来的。

再说数学这一头。下一周，数学新单元的第一节根时，许老师没有一上来就讲新内容。她在黑板上画了一大一小两个齿轮，一条链条，旁边抄上定理册里那两行：赵磊的「咬合齿数一样多」，宋可欣的「隔着链条也一样多，方向变成同向」。她只用了五分钟，问全班一个问题：这两行里，有什么是变了的，有什么是一直没变的？有孩子说齿数一直没变，有孩子说方向变了，还有孩子说「谁转一圈、谁转几圈」那个倍数一直挂在那里。许老师点点头，转身写下新单元的第一行。新单元要讲的东西，本来就和「变化之中什么不变」有关，这五分钟让它有了一个本班的起点。这个承接很短，短到进度表上看不出任何痕迹；可是对四十八个孩子来说，新的一课第一次不是从课本第一页开始，而是从两个同学的名字开始。

课程这一层的美，同样不在「教得多」或「联系得广」，而在闭环合上的那一刻：宋可欣说出「我是从赵磊那条接过来的」，赵磊说出「可你把方向改了」，那一行字写进定理册。没有这一刻，再漂亮的跨学科整合，也只是老师在两门课之间搭了一座孩子没有走过的桥。

带走的话

- **课程是全校最大的统一装置，也是最大的化石库；它保住的底座一个也不能少。**
- **《班级定理册》和《班级词典》是本班自己长出的那一层课程，每一条都挂在课本的某个根上，每一条都认得出来路。**
- **课表可以分出根时、枝时、桥时；桥时不打分，只让这一周长出的枝在这里相遇。**
- **下一个单元可以从上一个单元最意外的那一枝接着长；最意外不等于最好学生的那一枝。**
- **课程之美不在联系得广，而在一个孩子说出「我是从他那里接来的」、另一个孩子说出「可你改了这里」的那一刻。**

小　账

本章承重说法：课程不是按时刻表排好的化石序列，而是一棵逐年生长的树——课标是底座，课本是树干，本班定理册是新长的一层，下一个单元可以从上一个单元最意外的一枝长出。

在什么局面下算错：如果做了定理册、桥时并让单元从本班的枝接起的班级，一学年下来跨单元、跨学科的谱系事件并不比按进度表直线推进的班级多，或者课标底线的达成反而下降，本章就错了。

明天可以试的一件小事

翻一翻上一个单元里孩子们说过的、课本上没有的一个说法，挑出最让你意外的那一个，下一个单元第一节课开头用三分钟讲给全班听，然后问一句：「它能接到我们今天要学的东西上吗？」

◆

20

第 20 章

考试之美：根题、枝题、桥题

十二月第一个星期四，第二节，数学单元测验。试卷发下去，前排的孩子先翻到最后一页，这是考试的老习惯：先看最难的题长什么样。

这一回最后一页和往常不一样。试卷分成三块，每一块上面印着一个字。第一块印着「根」，八道题，都是定义、公式和最基本的计算，跟平时的练习没什么两样。第二块印着「枝」，两道题，每道题下面有一行小字：「用你自己的路走，写出你为什么这样走。」第三块只有一道题，印着「桥」，题干比前面都长：

「下面是一个不规则的图形，请求出它的面积。要求：从《班级定理册》里借用一位同学的方法来做；写明借了谁、借的是哪一条；再写明你把它改在了哪里。原样照搬不得分。」

教室里先是一阵沙沙的翻页声，然后有人小声说：「还能这样考？」后排的孙启举手问：「老师，我把定理册上那条抄下来，套进去算对了，也不给分吗？」许老师说：「算对了，根题那边自然有你的分。桥题问的不是你会不会算，是你接过来以后，它在你手里长成了什么样子。」

孙启又问：「那我借了谁的，人家怎么知道？」

许老师说：「卷子改完，桥题会送到被借的那位同学手里。他要能指出你改在哪里，你要能指出原来的样子在哪里。两个人都指得出，这一题才算合上。」

那天交卷以后，好几个孩子没有马上出去玩，围在后墙的定理册前面，一条一条地翻，像是在找自己的条目有没有被谁借走。

> **这一章的问题**
>
> 考试本来是检查「大家是不是都一样了」的装置，它能不能也检查一枝知识有没有在别人那里变了形、又被原主认出来？如果能，一张试卷要怎样改，才既守住全班必须一样的那一层，又不把「原样背下来」当成「学会了」？

先说一句。这一章不是要取消考试，也不是要贬低标准答案。第五编每一章都走同一条路：先看统一的装置是什么，再看它保住了什么底座，然后看其中化石的部分怎样复活，最后看一次谱系事件怎样在这里发生。考试也一样。

◆ 20.1　只测「同」的考试

先说一个语文课上的事。

初二（3）班有个女孩叫温晚晴，平时话不多，作文本后面写满了短诗。班里出墙报，大家都愿意找她要两行字。可是她的语文成绩一直卡在中间，丢分最多的地方是阅读理解。

期中考试有一道阅读题，选的是一篇写秋天落叶的散文，问：「文中『叶子落得很慢』一句，表达了作者怎样的情感？」参考答案写的是：「表达了作者对时光流逝的感伤。」温晚晴写的是：「叶子落得慢，是因为它还没想好要不要离开。作者不是在伤感，是在等。」这一题四分，她拿了一分，批注是「未答出感伤之情」。

试卷讲评那天，语文周老师把她的答案念了出来，全班笑了一下，不是嘲笑，是觉得这句话挺好。周老师也笑了，说：「写得很好，可考试不能这样答。」

我们不想在这里怪周老师，也不想怪出题的人。这道题要量的东西很清楚：全班是不是都读出了同一种理解。在这件事上，考试做得很称职。一份统一的试卷、一份统一的答案、一把统一的尺子，让几十个、几百个、几十万个孩子可以被放在同一个尺度上比较，这是现代学校了不起的发明。它保住了一样很要紧的

东西：每个孩子都必须掌握的那一层，不能因为谁家里有钱、谁会说话、谁跟老师熟就被放过。这一层，本书叫底座。

问题出在考试只会测这一种东西。它只会问：你和标准答案一样吗？一样就给分，不一样就扣分。这样一把尺子量下去，有两种孩子会被量错。

一种是温晚晴这样的孩子。她读出了一点别人没读出的东西，这一点也许不对，也许比参考答案还深一层，可试卷没有地方让她说清楚自己是从哪里读出来的，更没有地方让别人接过去看看。她的那一枝，在分数上只显示为「少了三分」。

另一种孩子正好相反。他把参考答案的句式背得滚瓜烂熟：「表达了作者……之情」「运用了……的修辞，生动形象地写出了……」，每道题都往这几个格子里一填，分数很稳。可是你问他「你自己读着是什么感觉」，他说不上来。分数上他比温晚晴高，可是他手里没有一样东西是自己长出来的。

前一种孩子让考试低估了，后一种孩子让考试高估了。两种量错，原因是同一个：只测「同」的考试，分不清「原样接住」和「接过去长了一枝」。在它眼里，背下来的答案和想出来的答案只要字面一样，就是同一个分数；而想出来却和字面不一样的答案，就是错。

这就碰上了本书第三编讲过的那条反常识的规矩，本书叫它「变形收受律」：一枝知识原样被接过去，等于没有被收下。抄来的、背来的、原样复述的，都不算。一枝知识必须在接的人那里变了形，而且来路还认得出，才算被收下。

用这条规矩回头看那张语文卷子，就看得很清楚：只测「同」的考试，奖励的恰恰是原样复述。它检查的是公共知识有没有被「原样搬到」每个孩子的卷面上。搬到了，它就认为收下了。

这当然不全错。底座那一层，本来就该原样。一个定义、一个公式、一个字怎么写，全班就是要一样，这里没有变形的余地，也不该有。错在把整张卷子都当成了底座。好像课本里的每一行都是不许动的，好像孩子对一篇散文的读法也

必须全班一样。这正是本书第五章说的那种病：统一性的病不在有底座，而在把整块化石都当成底座。

还有一层容易被忽略。只测「同」的考试，不光量不出枝，也量不出枝和枝之间的那根线。温晚晴的那句「它还没想好要不要离开」，如果被同桌读到，同桌也许会在自己的作文里写一棵「不肯落叶的树」。这一来一回，是一枝知识在班里真正活过的痕迹。可在老式试卷上，同桌那一篇只会被判「立意新颖」或者「偏题」，没有人知道它是从哪里长出来的，温晚晴自己也不知道。考试把每个孩子关进一张单独的卷子，班级之美最要紧的那一刻，也就是原主认出自己的一枝在别人那里长着，在卷面上根本没有位置。

所以这一章要做的，不是推翻考试，而是给考试分层：哪一部分是底座，必须原样；哪一部分是根，可以被复活来长枝；哪一部分是桥，要检查一枝知识有没有在别人那里变了形、又被认出来。

◆ 20.2　谱系式试卷

开头那张数学卷子，就是许老师试着做的第一张「谱系式试卷」。三块，分别叫根题、枝题、桥题。名字有点怪，我们一块一块说。

先说根题。根题考的是底座：定义、符号、公式、最基本的运算规则。比如「三角形内角和是多少度」「平行四边形面积公式」「把这个分数化成最简」。这一块的规矩和老式考试完全一样：标准答案，原样对就给分，不对就不给分。

这里要特别讲清楚一件事，免得和变形收受律打架。底座那一层，原样是对的，必须原样，可是原样默写对了，只说明底座在那里，不说明一枝知识被收下了。打个比方，一个孩子能把「平行四边形面积等于底乘高」默写得一字不差，这说明他手里有了这块砖；至于这块砖能不能砌进他自己的房子，默写题测不出来。所以根题的分数要看，但只当底座的体检，不当学会的证明。

根题为什么叫「根题」而不叫「底座题」？因为许老师出根题的时候，除了纯底座的题，还会放一两道「根」上的题。根是本单元被拿出来复活、准备长枝的那一部分公共知识。比如这个单元的根是「面积可以割补」，根题里就有一

道：「平行四边形的面积公式，当初是从哪个长方形变过来的？画出来。」这道题仍然有标准答案，但它问的不只是结论，还问了来路。会背公式不会画来路的孩子，这道题会丢分。这是根题和老式底座题唯一的不同：它要求孩子知道这块化石当初回答的是哪一个「对不上」。

再说枝题。枝题问的是：在根上，你自己怎么走？题目本身可以很普通，比如一个由两个梯形拼成的图形求面积。不同的是评分。枝题不设唯一路径，只设两条底线：结论要对，用到的概念不许错。路怎么走，随你。另外加一条要求：写出你为什么这样走，哪一步是你自己想到的。

枝题评分时，许老师看三样东西。第一样，结论和概念有没有触碰底座。触碰了，按底座处理，没有商量。第二样，路径有没有一处是这个孩子自己的，哪怕很小。第三样，他能不能说清楚这一处是怎么来的。全班四十八份枝题答案摊开，常常能分出五六种走法。这五六种走法，就是这一单元在这个班里长出来的枝。

到这里，这张卷子已经比老式卷子多量了一样东西：枝。但它还是一个人一个人地量，每个孩子关起门来答自己的题。班级之美要的不是四十八枝各长各的，而是枝和枝之间有借用，有改写，有认出。这就要靠第三块：桥题。

桥题是这一章真正要讲的东西。

桥题的规矩是三句话。第一句：必须借用一位同学已经写进《班级定理册》或者已经交过的作品里的方法。第二句：写明借了谁、借的是哪一条。第三句：写明你把它改在了哪里。原样照搬不得分。

开头那道不规则图形求面积的题，有两份答卷正好可以对照着看。

第一份是孙启的。他借的是定理册第十二条，苏小禾写的「先补成长方形，再把多出来的减掉」。孙启在卷子上把苏小禾那条的步骤一字一字抄下来，套进这道题，算出了正确答案，最后一行写：「借用：苏小禾，第十二条。改动：无。」答案是对的，来源也标了，诚实。可是许老师给这一题打了零分。

孙启不服气，下课来问。许老师把卷子递给苏小禾，问她：「他用了你的方法，你看看他改在哪里？」苏小禾看了很久，说：「没有改，这就是我的。」

这一幕很要紧。孙启算对了，也诚实地标出了来源，可是原主指不出任何一处变化。按变形收受律，这一枝知识只是从苏小禾的本子上搬到了孙启的卷子上，形状一点没变，它没有被收下。这里的零分，不是惩罚他借，借是这道题要求的；也不是惩罚他抄，他标了来源，这在诚信上无可挑剔。零分的意思只是：桥还没有搭起来。

第二份是赵磊的。他也借了苏小禾的第十二条，可是他写的是：「苏小禾的方法是往外补，我倒过来，往里切。这个图形有一个角是凸出去的，我从凸出去的地方切下一个三角形，转个方向贴到凹进去的地方，正好拼成一个长方形，就不用减了。」最后一行：「借用：苏小禾，第十二条。改动：她是补了再减，我是切了再拼，从加减改成了移动。」

卷子送到苏小禾手里，她看了一会儿，在旁边写了一行小字：「这里是我的补成长方形，他把『补』倒过来变成了『切』，最后还是拼成长方形。」

两个「指出」都成立了。原主指得出借用者改动了哪一处：把补变成切。借用者指得出原形在哪里：补成长方形再减。这一题，许老师给了满分，并且在卷子上画了一个小小的环，表示这个桥合上了。后来这个「切了再拼」作为第十二条的一个分枝，写进了定理册，下面标着：从第十二条长出，经过赵磊。

把这两份答卷放在一起，是想说明桥题到底在测什么。它不测谁算得快，也不测谁的方法更巧，它测的是本书判词里那个闭环有没有在卷面上合上：一个孩子的知识在别人那里变了形，原主认得出它变在哪里，借用者说得出它从哪里来，变形后的东西回流进全班的底座。四道关，在一道桥题里全部出现：在场（苏小禾的方法出现在赵磊的卷子上）、有差（被赵磊改了形）、双向认得（两个人都指得出）、回流（写进定理册，先进入本班的公共层：全班都认得这一枝、都可以拿来用，但不是人人必须照用；要到这一轮饱和合谱时，才会压实成下一轮的底座）。

桥题有几个细节，许老师试了几次才摸出来，下面一条一条说。

第一，桥题的分数只给借用者，不给原主。苏小禾的方法被借了三次，她在这张卷子上一分也没多拿。这是故意的。如果被借一次就加一分，孩子们很快会去拉人借自己的，下一章会讲到这种账怎么把事情弄坏。原主的那一份，记在另一本账上，不记在分数里。

第二，原主的认出不决定借用者的分数高低，但决定这道题算不算「合上」。如果借用者确实改了，原主却说「我看不出他改在哪」，许老师会把两个人叫到一起，让借用者当面指给原主看。指得出，原主看懂了，就算合上；指不出，说明那一处改动只在借用者自己心里，没有落到纸上，就让他重写那一句。这一步不是考试，是补一道认出。

第三，诚信是底座。借了不标、没借说借了、把别人的改动说成自己的，按触碰底座处理，零容忍。桥题鼓励借，所以要格外守住「标出来路」这一条，不然它会变成抄袭的合法通道。

第四，每个孩子都要有东西可借。如果定理册里只有七八个孩子的条目，桥题等于逼着全班去借这几个人的，原本沉默的孩子更没有位置。许老师的做法是：桥题允许从任何一位同学交过的作品里借，不限于定理册；考前一周，她会把全班近期作业里各有一点新意的做法摘出来，贴在后墙，每人至少一条。这不是为了公平地分配名气，而是为了让认出图有足够多的端点。

第五，桥题的数量很少。一张卷子一道，有时一个单元才一道。它太费时间，也太费心思。如果一张卷子五道桥题，孩子们就会开始应付，改一个字也算「改动」。

说到「改一个字」，这里正好看得出原主那一道认出有多要紧。第二次测验时，有个孩子借了别人的方法，只把题里的「长方形」换成「正方形」，就写「改动：换了图形」。卷子送到原主手里，原主说：「这还是我的，正方形本来就是长方形。」许老师没有和借用者争论改得够不够，她只把原主的这句话转给他。孩子自己回去想了一晚，第二天交来一页纸，说他发现用正方形可以不量长宽，只量一条对角线。原主读了以后说：「这个我没想到，是从我的长方形里长出来的，可已经不是我的了。」

这一来一回让人看清了一件事：桥题的分寸，老师很难一个人判，原主却很容易判。改得够不够，最好的裁判不是标准答案，是那个最熟悉原形的人。原主说「还是我的」，就是没变形；原主说「我认得出，可已经不是我的了」，就是变了形、又认得出来路。这句话差不多就是变形收受律在孩子嘴里的说法。

语文课后来也试了桥题。周老师出了一道：「从本学期班里同学的作文里，借一个比喻，用到你自己的一段描写里，写明借了谁、怎么改的。」温晚晴写过一句「教室里的灯像一排没睡醒的眼睛」，被三个人借走了。其中一个同学把它改成「放学后走廊的灯一盏一盏关掉，像一排眼睛慢慢合上」。温晚晴读到的时候说：「我的眼睛是没睡醒的，他的是要睡了。他把早上改成了晚上。」这一次她的那一枝，没有显示为「少了三分」，而是显示为一根连到别人那里的线。

◆ 20.3　错题本的复活

再说错题本。

几乎每个初中生都有错题本。老规矩是这样的：考试做错了，把原题抄下来，再把正确答案抄在下面，用红笔把关键步骤圈出来，考前翻一翻。很多老师会检查错题本，抄得工整的还会表扬。

这套做法有用，它至少让孩子把错的题再看了一遍。可是用变形收受律一看，问题就出来了：把正确答案原样抄在错题下面，正确答案并没有被收下。它只是从老师的讲评里搬到了本子上，形状一字未改。很多孩子都有这样的经历：错题本抄了三遍，同一类题下次照样错。原因不难找，抄下来的是答案，不是那一处「对不上」。

许老师后来改了做法，分两步。

第一步，错题本里不再抄正确答案，而是写三句话：我当时是怎么想的；这样想在哪一步和题目对不上了；如果把题目改一个条件，让我当时的想法变成对的，题目应该怎么改。

第三句最难，也最要紧。比如一个孩子算梯形面积时忘了除以二，他要写的不是「梯形面积要除以二」，而是：「如果题目问的是两个一样的梯形倒过来拼

成的平行四边形，我当时的算法就是对的。题目只要一个梯形，它是那个平行四边形的一半，所以要除以二。」这样一写，他的错误就不只是一个被纠正的点，而是变成了一条路：从他的错，可以走到两个梯形拼成的平行四边形，再从平行四边形走回一个梯形。正确的公式在他这里变了形，而且来路认得出。

第二步，全班的错题汇在一起，并进第 16 章开起来的那本「对不上集」：那本册子原来排的是课上化不开的分歧，现在单元测验里的错也按同样的格式排进去。

每个单元测验后，许老师把全班的错题按「对不上的地方」分类，而不是按题号分类。同一道题，有人错在没除以二，有人错在把腰当成了高，有人错在单位没统一；不同的题，却可能错在同一处。分好类以后，每一类请一个当时错了、后来想通了的孩子写一条，写进对不上集。条目的格式和定理册一样：这一处对不上是什么、是谁先想通的、经过了谁。

对不上集有一个很好的地方：它让「错」有了来路。以前一个孩子的错只属于他自己，是一块要尽快擦掉的污点；现在一个孩子的错可能被另一个孩子拿去，成为他想通自己那道题的入口。马骁有一次指着对不上集里的一条说：「我上次就是这样错的，可我没想到原来是这里卡住了。」写那一条的孩子站在旁边，脸有点红，又有点高兴。

这里要防一件事：对不上集不是「错误光荣榜」。谁错得多、谁错得蠢，不在上面出现；上面只有想通的路。一个孩子愿不愿意把自己的错写上去，由他自己决定。不愿意的，老师替他匿名写成「某同学」，来路照样标到「哪一次测验、第几题」，只是不写名字。这一条属于底座：羞辱不许出现在任何一本册子里。

对不上集为什么叫复活，不叫整理？因为它做的正是本书第五章说的那件事：把一条公共知识当初回答的那个「对不上」重新打开。教科书里的梯形面积公式，是一块来路被抹掉的化石，公式上不会写「当初有人以为梯形和平行四边形一样算」。而对不上集把这个「以为」找回来了，并且是从这个班自己的孩子身上找回来的。一条公式只有在班里长出至少一枝原化石里没有、又写回底座的

东西，才算复活。「忘了除以二的人，算的其实是两个梯形拼成的平行四边形，只差最后半步」，这句话课本上没有，是这个班自己长出来的。它写进对不上集，先成了本班公共层里的一条；等这一轮合谱压实，下一届的孩子就可以从这里接着走。

对不上集还有一个用处，是老师自己没想到的。期末复习时，许老师不再从练习册里挑「易错题」，而是直接翻对不上集，每一类出一道变式题，题干的条件就照着第三句话来改：当初是谁的想法在哪一步对不上，就把条件改到那个想法恰好成立。孩子们一看就认出来了：「这不是我上次那道吗？」认出来以后，他们做这道变式题的样子和做陌生题不一样，会先停一下，想想自己当初是在哪里拐错的弯。一道复习题，于是也成了一次小小的桥：从一个孩子的错，走到全班的题。

第十四章讲过的那道 36 与 38 的题，后来也进了对不上集，只占了一条，可那一条下面挂的分枝是最多的。

◆ 20.4　与中考、高考共处

最后要说一个绕不过去的问题：中考和高考怎么办？

很多老师读到这里会说，你说的桥题、枝题都很好，可中考卷子上没有桥题。初三一年，全班的目标就是那一张卷子，你让孩子花时间去借同学的方法、写对不上集，分数掉了谁负责？

我们先说清楚在这件事上不说什么。我们不评论中考、高考的制度该怎么改，那不是这本书的事，也不是一个班主任能决定的事。本书只说一件事：在统一考试存在的前提下，一个班怎样和它共处。

共处的第一条：统一考试本身是一个守底座的装置，而且守得很好。它要求每个孩子掌握的那一层，正好是本书说的底座和一大部分根。所以根题的训练，和中考的训练方向一致，这一块不用犹豫。定义要背熟，公式要用熟，基本题型要练熟。刷题刷的如果是底座，本书没有任何反对的理由。熟练本身不是假会，把熟练当成全部才是。

共处的第二条：把谱系的那一部分放在平时，不放在大考。桥题、枝题、对不上集，都用在单元测验、课堂小测和错题本里，不去改期中、期末这些学校统一安排的考试。学校的考试照学校的来，班里的这一层是给班级自己用的。这样做，既不和学校的安排冲突，也不让孩子觉得自己在两套标准之间撕扯。

共处的第三条：按学段调比例。初一、初二，桥题和枝题可以多一些，一个单元一次；初三下学期，桥题可以减到一个月一次，甚至只在复习课上做口头的桥：一道题讲完，问一句「这道题刚才谁的方法最接近？你把它改了哪里？」花不了一分钟，但闭环还在合上，认出图还在长。比例怎么调，要看这个班的情况，没有一个标准数。

口头的桥在初三格外好用。复习课上讲一道压轴题，讲完以后许老师不急着讲下一道，而是问：「这道题的第二问，咱们定理册里谁的方法能用上？」有人说第七条，有人说第十二条。她再问：「用上了，改在哪里？」被提到的那位同学往往会抬起头来听。这一问一答加起来两三分钟，没有分数，也不记进卷面，可它让一道陌生的压轴题和班里已经长出来的枝连上了。孩子们面对没见过的题，第一反应不再是「这题我没做过」，而是「这题像谁的哪一条」。

共处的第四条：不把谱系做法说成提分秘方。我们很想说，经常做桥题的孩子，中考也会考得更好，因为变了形收下的知识，比原样背下的知识更结实，换一个题型也认得出来。这个推测有道理，但我们手里没有可靠的证据，所以不当结论说，只当一个可以检验的猜想放在这里。如果一个班做了一年谱系式试卷，大考成绩明显不如对照班，那至少说明比例放错了，要往回调。

还要算一笔时间账。许老师自己记过，一个单元做一次谱系式试卷，比老式测验多花的时间大约是二十分钟：桥题送原主认出、对不上集归类、口头补一道认出。二十分钟在初二不算多，在初三下学期就要掂量。她的办法是用对不上集替掉一部分练习册上的「易错题集」，省下来的时间刚好抵掉。这笔账每个班不一样，算清楚了再做，比一腔热情地做、做到一半撑不住要好。

共处的第五条：跟家长说实话。一诺妈妈第一次看到桥题的时候很着急，问许老师：「这种题中考又不考，为什么浪费时间？」许老师没有跟她讲道理，而

是拿出一诺的两份卷子：一份是根题，全对；一份是桥题，她借了定理册上一位同学的方法，原样照搬，零分。许老师说：「根题全对，说明她该会的都会了。桥题零分，说明她拿到别人的方法，还不会让它在自己手里长出一点新的东西。中考不考桥题，可是中考最后那道题，总是她以前没见过的。」一诺妈妈没有被说服，但她答应先看一个学期。

我们觉得这就是共处的样子。不去推翻那张统一的卷子，也不让那张卷子成为班里唯一的尺子。统一考试守住底座，平时的谱系式试卷让底座上长出枝来、枝和枝之间搭起桥来。两样东西各管各的事，不必谁说服谁。

带走的话

- **只测「同」的考试分不清「原样接住」和「接过去长了一枝」；它会低估长了枝的孩子，高估只会复述的孩子。**
- **根题守底座，原样对是底线；但原样默写只说明砖在那里，不说明知识被收下了。**
- **桥题的规矩是三句话：必须借，标明借了谁，写明改在了哪里。原样照搬不得分，借了不标按诚信处理。**
- **一道桥题合上，要两个「指出」都成立：原主指得出改在哪里，借用者指得出原形在哪里。**
- **错题本不抄正确答案，写当时怎么想、在哪里对不上、怎样改题能让当时的想法变对；全班的错汇成对不上集，让错也有来路。**

小　账

承重说法：考试可以从「检查大家是否一样」升维为「检查一枝知识有没有在别人那里变了形并被原主认出」，桥题就是把谱系事件的四关搬上卷面。

算错的局面：如果坚持做一个学年桥题的班级，原样照搬的比例不降，或桥题上原主认出的比例和不做桥题时口头互评的比例一样低，那么桥题没有测出变形收受，本章就错了。

明天可以试的一件小事

下一次小测，在最后加一道小小的桥题：「从同桌这周的作业里借一个做法，用到这道题上，写明借了谁、改了哪一处。」改完卷子，把答卷交给被借的同桌，请他圈出「改的那一处」。圈得出来的，画一个小环。

◆

21

第 21 章

评估之美：从分数榜到三本账

学期中的一个星期一，班会课。许老师进教室的时候，手里拿着一卷胶带和三张白纸。

后墙上贴了一年多的那张积分榜还在。积分榜是一张大表，四十八个名字一行一个，后面是作业、纪律、成绩、值日四栏，每周汇总一次，前十名用红笔描。榜上的数字已经被手指摸得有点发黑，最常被摸的是前三行和最后三行。

许老师没说话，先把积分榜一角揭了下来。教室里有人「哎」了一声，前排几个孩子互相看了一眼。她把积分榜卷好，放在讲台上，然后把三张白纸并排贴上去。第一张写着「底座账」，第二张写着「生成账」，第三张写着「咬合账」。三张纸上都还没有名字，也没有数字。

陈一诺第一个举手：「老师，那以后怎么排名？」

许老师说：「这三本账不排名。」

后排有人笑出声：「不排名还记什么账？」

许老师说：「记的是事，不是分。你们先看看，这三本账里，哪一本你最想被记上？」

那天班会剩下的二十分钟，没有人讲话讲得特别好，也没有达成什么决议。可是下课的时候，好几个孩子站在三张白纸前面，指着第三张小声问：「咬合是什么意思？」

这一章仍走第五编的四步：先看统一的装置是什么（积分榜），再看它保住了什么底座，然后看其中化石的部分怎样复活，最后看一次谱系事件怎样在这里发生。

> **这一章的问题**
>
> 一个班怎样记账，才能既不放过全班必须守住的那一层，又不把孩子之间知识的借用与认出，变成一场争分的游戏？

◆ 21.1　一张积分榜

先说那张积分榜是怎么来的，又是怎么坏掉的。

许老师刚接这个班的时候，班里很散，作业交不齐，早读迟到的一大片。学校推荐用积分制，她就做了那张表：按时交作业加一分，测验进步加两分，迟到扣一分，值日没做扣两分。一个月以后，效果很明显，作业齐了，迟到少了，教室干净了。积分榜在这一阶段做得很称职，它让一个乱哄哄的班先有了一个共同的底，每个孩子都知道哪些事是全班必须一样的。这一层，就是本书说的底座。

问题出在第二个学期。许老师发现，课间几乎没有人给别人讲题了。以前常有几个孩子围在一起，一个讲、几个听，现在每个人都埋头做自己的作业。她问一个平时爱讲题的孩子为什么不讲了，孩子说：「讲题又不加分，我的作业还没写完呢。」

这句话让她愣了好一会儿。积分榜上没有「帮同学讲题」这一栏，于是这件事在孩子眼里就变成了「不算数的事」。一件事不算数，时间又紧，自然就被挤掉了。

她的第一个反应很自然：加一栏。「给同学讲题，每次加一分。」

这一栏加上去以后，讲题的次数一周之内涨了好几倍。可是许老师很快又发现不对劲。课间的讲题变了样子：两个要好的孩子你给我讲一道、我给你讲一道，讲完各自去找班长登记；所谓讲题，大多数是把答案和步骤报给对方，对方照着抄上，两个人各加一分。有一次她站在旁边听，一个孩子讲得飞快：「这里用勾股，这个是五，这个是十二，所以是十三。」听的孩子边听边写，写完说「懂了」，两个人一起去登记。许老师问听的那个：「如果把五改成六，你会做吗？」孩子想了半天，摇头。

其实在「讲题加分」之前，积分榜已经悄悄做坏了一件更隐蔽的事。班里有个男生叫金宁，数学不算拔尖，有一次自己琢磨出一个算平均数的快办法：先估一个整数，再把每个数比它多多少、少多少加起来，最后摊回去。这个办法又快又不容易错。可他一直没跟别人说，直到期中考完。许老师后来问他为什么憋着，他说得很直白：「说出去，大家都会了，我就没优势了。」

这句话比「讲题又不加分」更让人心里一沉。一张排名的榜，把每个孩子都变成了榜上的一个点，点和点之间只有一种关系：谁在谁前面。在这种关系里，我的一枝知识在你那里长起来，对我是损失，不是收获。金宁不是自私，他只是看懂了这张榜的规矩。可本书说的班级之美，恰恰要求一个孩子的一枝在别人那里长着，并且被他自己认出来。排名榜让「被借」成了代价，美就很难发生。孩子们会学会藏枝，就像考试前把好用的笔记锁起来。

所以积分榜坏在两头：没有讲题这一栏，讲题就消失；有了这一栏，讲题就变成了报答案；而整张榜的排名，又让真正有新意的做法被藏起来。

再回到「讲题加分」那一幕。这一幕，用本书的话说，正是变形收受律被积分榜反过来用了。积分榜记的是「讲了一次」这个动作，至于讲出去的东西有没有在对方那里变了形、对方有没有真的收下，它记不了，也不想记。而最容易「讲一次」的方式，就是原样搬运：把答案从一个本子搬到另一个本子上。一张奖励给出动作的账，最后奖励的恰恰是不改形的搬运。

这里可以对照本站第 452 号专著《谁在给善记账》。那本书讨论的是学校制度怎样给善记账。这里只借它提出的那个问题：善一旦被记成分数，记下来的还是不是原来那个善？许老师的积分榜给出了一个很具体的回答：讲题本来是一枝知识从一个孩子流到另一个孩子那里，被记成分数以后，流动还在，流的东西却变了，从「我的想法在你那里长出一点新的」，变成了「我的答案在你本子上出现了一次」。

许老师后来想把这一栏改得更严：要被讲的同学通过一道小测才加分。这样一来，讲题又少了，因为谁也不愿意为了一分去冒「讲了白讲」的风险，几个成绩弱的孩子更没人愿意给讲了。她这才明白，问题不在加分加得松还是严，而在

于「讲题」这件事，本来就不是一个人能拿去换分的东西。讲题要成立，需要两头：一头讲出去，一头接过来变了形；讲的人认得出对方改在哪里，接的人说得出是从谁那里来的。这是一根线，不是一个点。积分榜只会记点，记不了线。

金宁的快办法后来怎样了？积分榜揭下来以后，许老师请他把那个估平均数的办法讲给全班听。讲完一周，体育委员段博把它用到了跳绳测验的统计上：他不先估一个整数，而是拿上一届的平均成绩当起点，算每个人比上一届多多少、少多少，这样一边算平均，一边就看出了谁进步了。金宁看了段博的统计表，说：「这是我的那个『先估再摊』，可他拿去年当估的那个数，还顺手看出了进步，这个我没想到。」这一根线，后来成了咬合账上的第一根。

所以许老师揭下积分榜，不是因为积分榜错了，而是因为它只适合记底座那一层。底座那一层，本来就是一个点一个点的事：交没交、迟没迟、抄没抄。超出底座的部分，比如一枝知识怎样长出来、怎样在别人那里变了形又被认出，需要另一种账。

◆ 21.2　三本账

后墙上那三张白纸，就是三本账。

第一本，底座账。

底座账只记一件事：有没有触碰底座。底座是全班必须一样、不复活的最薄一层，在这个班里写得很清楚，只有几条：概念不许用错，数据不许造假，不许抄袭、借了必须标来路，不许欺凌、羞辱同学，安全守则必须守。底座账不加分，只有「在」和「不在」两种记法。一个孩子这一周没有触碰底座，账上就是空白；触碰了，记下哪一天、哪一件事、怎么处理的。底座零容忍，这一本账不讨价还价。

底座账为什么不加分？因为守底座是每个人本来就该做到的，做到了不是功劳，做不到才是事。积分榜把「按时交作业」也算成加分项，孩子就会把底座当成可以拿来换的东西：我这周作业交齐了，所以上课讲讲话也没关系。底座一旦可以交换，就不是底座了。

第二本，生成账。

生成账记的是这个孩子长出来的枝：他在枝题里走出了一条自己的路；他想通了一处对不上，写进了对不上集；他的一个做法被写进了《班级定理册》；他在作文里写了一个别人没写过的比喻。每一条都记一句话：长出的是什么、从哪个根上长出来的。

什么算一条枝，什么不算，开头几周常有争论。有个孩子把一本课外辅导书上的巧算方法抄下来，在班里讲了一遍，要求记进生成账。记账员拿不准，来问许老师。许老师没有直接说行不行，而是问那个孩子：「这个方法，你用它的时候，有没有哪一步是书上没有的？」孩子想了想，说没有，他是照着书上的例题一步一步讲的。许老师说：「那它现在还是书上的，不是你的。你把它带进来，这件事很好，可以记在黑板角上，告诉大家书里有这么个办法；等你或者别人用它做出了一道书上没有的题，那一步才是枝。」

这条分界和桥题是同一个道理，也就是变形收受律：原样搬进来的，不管搬自课本、辅导书还是网上，都还不算这个孩子的枝。搬进来本身有价值，它给全班添了一块可以借用的料，可料不是枝。两周以后，那个孩子自己用这个巧算方法去算班里运动会的平均成绩，发现书上的办法遇到小数就不灵了，他改了一步，让它对小数也能用。这一步，记进了他的生成账，后面注着：从某辅导书的巧算法长出。

生成账也不加分。它记的是事，像一本流水账。一个月下来，有的孩子记了五六条，有的孩子一条也没有。一条也没有的孩子，老师要看的是：他是没长出枝，还是长出了枝没人看见？苏小禾刚开始的时候，生成账一直是空的，后来许老师翻她的草稿本，发现里面画满了图，只是从来没交上来过。这时候要补的不是她，是账：账要能记下画出来的枝，不能只记写出来的枝。

第三本，咬合账。

咬合账是三本里最特别的一本。它记的是双向认得：一个孩子的一枝在另一个孩子那里变了形，原主指得出改在哪里，借用者指得出原形在哪里，两个「指

出」都成立，咬合账上就画一根线，线的两头写着两个人的名字，中间写一句话：谁的什么，在谁那里变成了什么。

「咬合」这个名字是赵磊起的。他说这就像两个齿轮，齿要卡进对方的槽里，两个才一起转；一边有齿一边没槽，转不起来。许老师觉得这个说法比她原来想的「认出账」更好懂，就用了。

咬合账有两条规矩。第一条，一根线必须两头都确认才画上。借用者说自己借了谁、原主没认出来，不画；原主说自己的东西被谁用了、借用者没标，也不画。只有一方，不算。第二条，线记在两个人名下，不分谁高谁低，被借的不比借的多，借的也不比被借的少。

三本账贴出去的第三周，出了一件事。马骁在班会上举手说：「咬合账不公平。」

全班安静下来。马骁说，他发现咬合账上的线，大部分都连在几个爱说话的同学之间。因为原主要「指出」改在哪里，借用者要「指出」原形在哪里，都是课间当面说的，说得快、说得清楚的人，线就多。苏小禾那样不爱开口的，明明有人借了她的图，可她当面说不出来，线就画不上。

许老师没有当场解释，而是问全班：「那这本账应该怎么记？」

讨论了一节课，最后改了一条：「指出」不一定要当面说，可以写，可以画，可以在对方的本子上圈出来。原主在借用者的作品上用铅笔圈出改动的那一处，借用者在旁边写一行「原形在某某第几页」，这就算两个「指出」都成立了。改完以后的第二周，苏小禾名下多了四根线。

这件事让许老师在三本账下面加了一行字：被记的人有权改账法。账是记孩子的，孩子觉得账法不对，可以在班会上提，全班讨论，讨论通过就改。只有一条例外：底座账的零容忍不在可改之列，可以改记法，不能改「零容忍」本身。

三本账怎么记，也有一些很实际的安排。账不是许老师一个人记的。底座账由她自己记，因为触碰底座的事要老师当场处理；生成账和咬合账，每周由两个孩子轮流当记账员，周五最后一节课的前十分钟，大家把这一周的「枝」和

「线」报上来，记账员写上去。报一根线，线两头的两个人都要在场，或者交来那张被圈过的作业。四十八个人的班，一周报上来的线多的时候有二十几根，少的时候只有三四根，记账员忙不过来的时候，老师会搭把手。第 24 章讲的发生智能体，到了大班额就是干这件事的，这里不展开。

有人担心孩子们会学会「凑线」，就像以前凑分一样：你认我一次，我认你一次。许老师的办法很简单，每周随手抽两根线，请两头的人当着全班再指一遍：改在哪里、原形在哪里。指不出来的，线就擦掉。抽了几次以后，凑线基本就没有了。因为一根线要画上去，靠的不是两个人愿意互相认，而是两个人都指得出一处具体的变化。这一处变化是骗不了人的，变没变，原主一看就知道。这正是咬合账和积分榜最根本的不同：积分榜记的是一个动作发生没发生，咬合账记的是一枝知识变没变形、认没认出，后一样东西装不出来。

这一条我们觉得很要紧。积分榜的规则是老师定的，孩子只能去适应它、去钻它的空子；三本账的规则是可以被改的，孩子能改它，就不必去钻它。马骁那一次提议，本身也是一枝知识：他把咬合账的记法改了形，而全班都认得出他改在哪里。

最后要说清楚一件事：三本账不换算成分，不汇总成名次，不交给学校做考核，也不拿去评优。它们只给这个班自己看，给每个孩子自己看。学校要的分数和评优，照学校的规矩来，成绩单照常发。三本账管的是成绩单管不到的那一层。

◆ 21.3　真、善、美三个指标

三本账记了一个学期，许老师碰到一个新问题：账越记越厚，翻起来眼花，到底该看什么？

这时候用得上 SDE 里的一组说法。SDE 是显露、差异、纠缠三维的发生学（S 读「显露」），它的九宫里有一格叫真、善、美（S3），用白话讲，真就是在轨，善就是效率，美就是吸引。放到班级评估里，正好是看三本账时问的三个问题。

第一个问题，真：这个孩子的知识在不在轨上？

这主要看底座账，也看根题。在轨的意思不是和标准答案一字不差，而是走在一条站得住的路上：概念没用错，数据没编，借了的标了来路。一个孩子的枝题答案和全班都不一样，只要概念对、推理通，就是在轨的。反过来，一个孩子背得出全部公式，却在枝题里把面积和周长混着用，那就是出轨了，哪怕他根题全对。真这个指标，守的是根，守的是那层最薄的底座。

第二个问题，善：这个孩子长出来的枝，有没有让别人少走弯路？

这主要看生成账，再对照咬合账。善在这里说的是效率，不是听话，也不是热心肠。一枝知识长出来，如果只留在自己的本子上，它对这个孩子有用，对班级还没有用；它被别人借去，帮别人更快地过了一道坎，它就有了善。赵磊那个「切了再拼」，后来被好几个同学借去做不规则图形，原本要算两步的题，一步就拼好了，这就是善。要注意，善不看讲题的次数，看的是讲出去的东西有没有在别人那里省下力气。积分榜时代那种报答案式的讲题，次数再多，也没有省下谁的力气，只是把力气推迟到了下一次考试。

第三个问题，美：这个孩子的一枝，有没有在别人那里变了形还被他认出来？他自己，有没有被别人的一枝吸引过去？

这主要看咬合账。美在这里说的是吸引。一个孩子看到自己的一枝在别人那里变了形还长着，会被这张网吸引，会更愿意把下一枝拿出来；一个孩子被别人的一枝吸引，借过去改了，又让原主认了出来，他也就进了这张网。咬合账上的每一根线，都是一次美的发生。美在闭环合上的一刻发生，咬合账就是把这些时刻一笔一笔记下来。

三个问题有先后。真在最前面，没有在轨，善和美都无从谈起：一枝出了轨的知识被别人借去，传得越快，害得越广。

这一点班里真出过一回事。有一阵子，一个孩子发明了一个算速度题的「快办法」：把题目里的单位统统划掉，只算数字。这个办法在他做的那几道题里都碰巧对了，又快又省事，一周之内被六七个同学借了过去，各自还改出了花样，

咬合账上一下子多了好几根线。按善和美来看，这一枝都很出色：被用上了，也被认出来了。可是到了单元测验，有一道题里小时和分钟混在一起，划掉单位的孩子全错了。

许老师在班会上把这件事摊开来讲。她没有擦掉那几根线，借用和认出都是真的，线照样留着；她在那一枝旁边加了一个记号：出轨，需修。然后请发明这个办法的孩子和借过的几个同学一起，把它修回到轨上：单位可以先不写，但必须先统一。修好以后，这一枝重新写进定理册，来路照样标着，后面多了一行「经全班修正」。

我们讲这件事，是想说明三个问题为什么不能倒过来问。如果只看咬合账上的线多不多，那个「划掉单位」的办法是那一阵子班里最美的一枝。可是美建立在出轨的东西上，线越多，错得越整齐。真先于善、善先于美，这不是排一个高低，而是一个顺序：先守根，再搭桥，最后才是认出。善在中间：在轨的枝要有人用上才算数。美在最后，也最难：被用上还不够，还要原主认得出、借用者说得出，闭环才合上。

许老师后来翻账，就按这三个问题翻。不是给每个孩子打三个分，而是每个月在每个孩子的账上看一眼：真这一项，有没有出过轨？善这一项，他的枝有没有人用？美这一项，他名下有没有线？哪一项是空的，就知道下个月该在哪里帮他一把：真空了，守根；善空了，搭桥；美空了，想办法让他的作品第一次被全班读到。

这三个问题，也不进任何考核。它们只是老师看账的眼睛。

◆ 21.4　个人谱系档案

学期末开家长会。往年家长会，许老师发的是成绩单和积分榜截图，家长最关心的是孩子排第几、比上次进了几名还是退了几名。

这一年，许老师除了学校的成绩单，还给每个家长多发了一张纸，叫「个人谱系档案」。

档案不是表格，是一棵画出来的小树。树的底部是一道横线，代表底座，横线上标着这学期底座账上的记录，绝大多数孩子的横线上什么也没有，说明底座一直守着。横线上面长出几根树枝，每根代表这个孩子生成账上的一条，旁边写着从哪个根上长出来的。树枝之间、树枝和树外面之间，连着一些细线，每一根是咬合账上的一根线，线的另一头写着另一个孩子的名字，旁边一句话说明是谁的什么、在谁那里变成了什么。

档案的最下面，是一个学期里这棵树的样子按月画了四次，家长可以看到它是怎么一个月一个月长起来的。

档案上没有名次，也没有和别的孩子的比较。线的另一头写着别人的名字，是因为那根线本来就有两头，不写就不是那根线了；可别人的树长什么样，这张纸上看不到。档案只给孩子本人和他的家长看，不贴墙，不进家长群，这一条属于底座。

一诺妈妈拿到档案的时候，第一句话是：「这上面怎么看她排第几？」

许老师说：「看不了。这张纸不看第几，看她在树上的哪里、长成了什么样。」

一诺妈妈低头看。一诺的那道横线很干净，底座守得很好。横线上长出了两根树枝，一根是一道几何题的另一种证法，一根是一篇作文里的一个比喻。咬合账的细线有一根，连着林朵：一诺借了林朵的家乡算法，把乘法改成了减法，林朵认了出来。这件事第十三章讲过，这里不再重复。档案上还有一处用铅笔淡淡写着的小字：「借过三次，两次原样照搬，原主指不出改动，退回重写；借林朵那一次合上。」

一诺妈妈看了很久，说：「她成绩一直是第一，我以为她什么都会了。」

许老师说：「她该会的确实都会了，底座那一层她是全班守得最稳的。可这张纸想让您看到另一样东西：她接过别人的东西，以前总是原样接住；这学期她第一次在别人的东西上改出了自己的一步，而且人家认得出来。这根线是她这学期长得最大的一处。」

一诺妈妈没有再问排名的事。散会的时候，她把那张纸折好，放进了包里。

同一场家长会上，温晚晴的爸爸看档案看得最久。晚晴的成绩单很普通，可她的小树上，从一根写着「作文·比喻」的树枝上，伸出去三根细线，分别连着三个同学的名字。旁边的小字写着：「教室里的灯像一排没睡醒的眼睛」，在某某那里变成了「一排眼睛慢慢合上」，在另一位那里变成了「走廊里的灯在打哈欠」。晚晴爸爸问许老师：「这几个孩子是抄她的吗？」许老师说：「不是抄，是借了以后改了，而且她自己认得出来改在哪里，每一根线她都亲手圈过。」晚晴爸爸说，他一直以为女儿写的那些短句子只是她自己玩玩，没想到在班里还有人接着写。

会后，有两位家长在家长群里发了自家孩子的档案照片，问「谁家的树最大」。许老师在群里只回了一句话：档案只给孩子和自己家里看，不比。家长群的底座里本来就有一条：不晒孩子的成绩和名次，档案也算在里面。那两张照片当晚就撤了。这件事提醒许老师，档案一旦被拿去比较，就会变回一张换了样子的排名榜，所以这一条要守得和底座一样紧。

我们写这一节，是想说明个人谱系档案到底要给家长看什么。它不替代成绩单，成绩单告诉家长孩子在统一的尺子上量出来是多少；档案告诉家长孩子在班里这张网上的位置：守住了什么、长出了什么、和谁咬合在一起。前一样东西回答「我的孩子和别人一样了没有」，后一样东西回答「我的孩子在别人那里长着没有，别人在我的孩子那里长着没有」。

这两个问题都要问。只问前一个，家长会把孩子推向原样复述；只问后一个，家长会忘了底座。档案和成绩单并排发，就是让家长同时看见这两样。

档案也有它的限度。它画的是这个学期，不是这个孩子的一生；它画的是班里看得见的枝，不是孩子心里全部的东西。一个孩子的树这学期很稀，不代表他没有在长，可能只是还没长到别人能接住的地方。许老师在每份档案的最后都写了同一句话：「这棵树还在长，这一页只是它的一个季节。」

带走的话

- **一张只记动作的账，会奖励原样搬运：讲题被记成分数，讲出去的就从想法变成了答案。**
- **底座账只记在与不在，不加分、零容忍；生成账记长出的枝；咬合账记两头都确认的线。**
- **被记的人有权改账法，孩子能改账，就不必钻账的空子；只有底座的零容忍不可改。**
- **真是在轨，善是让别人少走弯路，美是一枝在别人那里变了形还被认出；三者有先后，没有真，善与美无从谈起。**
- **三本账与个人谱系档案不换算成分、不排名、不进考核，只给班级和孩子自己看。**

小　账

承重说法：班级评估要从记点的分数榜升维为记线的三本账，其中咬合账就是双向认得的记录，一根线两头都确认才画上。

算错的局面：如果用三本账一个学期后，咬合账上的线依旧集中在少数几个孩子之间，或者孩子们照样学会了「凑线」，像积分榜时代凑分一样原样互借、互相认可，那么三本账就没有摆脱分数榜的毛病，本章就错了。

明天可以试的一件小事

在教室后面贴一张白纸，只写两个字「咬合」。这一周里，谁借了谁的一个做法、改了一处，而且原主认得出来，就请他们两个人一起在纸上画一根线，线两头写上名字。周五看一眼：线连着哪些人，哪些名字还没有线。

◆

第　六　编

起音的人：老师、师德与发生智能体

导　语

前五编讲的都是孩子：知识怎样在一个孩子那里变了形、怎样被原主认出、怎样回流进全班的底座。这一编转过身来，看站在讲台边上的那个人。

先说一句很不客气的话：谱系可读，在一个老师、四十八个孩子的班里，靠人力做不到。一节课里谁借了谁的一步、谁认出了谁的一枝，老师哪怕眼睛再尖、笔记再勤，也只能记下其中很少一部分。去掉 AI 这一层，第三编那句判词——班级之美是双向认出的谱系闭环——只能在少数小班里成立。

所以这一编有两件事要一起讲。一件是老师自己要退出「答案位」，从指挥变成起音（第 22 章），而且老师的师德也是一条在班里长出来的谱系（第 23 章）；另一件是老师退出来以后，谁来帮她记谱、算认出图，这就是同一性知识谱系发生智能体（第 24 章）和大数据 AI 的时代条件（第 25 章）。本书指导老师王德生说过：「现在是基于大数据AI下的班级之美的发生学了。」这一编，就是从这句话出发的。

22

第 22 章

起音，不指挥：谁占着答案位

第二学期第九周的星期四早上，许老师从县里培训回来，比平时早到了二十分钟。

她离开了三天。走之前，她在黑板右下角留了一道题，用粉笔框起来：

「一块地，形状像个 L——一个大长方形缺了一个角。只准画一条直线，把它分成面积相等的两块。怎么画？」

她没有留答案，也没有留提示，只在题目下面写了一行小字：「长方形为什么随便一条过中心的线都能把它分成两半？这是这道题的根。」

代课的是语文组的钱老师。钱老师只管纪律，数学课改成自习。许老师心里没底，去年冬天她病了两天，回来一看，全班自习课上做的是同一件事：等。等她回来讲，或者等一诺做出来再传着抄。

这一次，她推开门，先看到的是黑板右下角那个框——框已经被擦过又重写了好几遍，框边上挤满了字，有的工整，有的歪歪扭扭，还有几道用不同颜色的粉笔画的线。

最上面一行是一诺的字：「第一天，没做出来。」

> **这一章的问题**
>
> 老师不在的时候，一个班能不能自己把难题做出来？如果能，老师平时到底该站在哪里？

◆ 22.1　第九周

许老师后来把那三天的事一点一点问清楚了。

第一天，数学小组四个人——陈一诺、赵磊、苏小禾、林朵——围在黑板前看了一节自习课。一诺先动笔。她想的是算：把 L 形分成两个长方形，各算面积，加起来除以二，再想办法凑一条线。她算出了总面积的一半是多少，可是一条直线斜着穿过去，切下来的那块是个奇怪的多边形，面积算不出来。她在黑板上写了「第一天，没做出来」，回座位去了。

照往年，到这里就结束了。一诺做不出来，全班就默认这题做不出来，等老师回来。

可这一次，第二天早读前，苏小禾带来了一张硬纸板。她把 L 形剪了出来，又在纸板上沿着线剪开，剪成两个长方形，摆在讲台上。她没说话，只是用铅笔在两个长方形上各画了两条对角线，交点各点了一个黑点。

赵磊看了一会儿，说：「这不就是轴吗？」

他的意思是，自行车轮子的轴在正中间，从轴往哪个方向看，轮圈两边都一样多；他帮人校车圈，就是盯着轴把两边调匀的。长方形也一样，对角线的交点像个轴，任何一条直线只要穿过这个点，两边就一样大。许老师留的那行小字——「随便一条过中心的线都能把它分成两半」——他第一次觉得这句话「有点用」。

林朵接着往下想：「那要是一条线同时穿过两个点呢？」

两个长方形，各有一个「轴」。一条直线如果同时穿过两个轴，就同时把两个长方形各分成了一半，合起来，整块 L 形也就被分成了一半。

四个人都愣了一下。一诺拿起粉笔，把两个黑点连成一条线，一直延长到 L 形的边上。然后她做了她最擅长的事：算。她算了线两边的面积，一样。她又换了一组数字再算，还是一样。

她在黑板上写：「第二天，做出来了。纸板来自苏小禾，『中心像轴』来自赵磊，『一条线穿两个点』来自林朵，验算：一诺。」

第三天出了意外。后排一个平时不怎么上黑板的男生走过来看了半天，说：「L 形不是只能那样切成两个长方形啊，还能横着切。」他指了指另一种切法。换一种切法，两个长方形的中心就换了位置，连出来的线也就不是同一条。

于是黑板上出现了第二条线。一诺又算了一遍，也对。

一道题有两个答案，全班吵起来。有人说肯定有一条是错的，有人说两条都对。吵到中午，林朵说：「那是不是不止两条？」又有人想到第三种办法：把 L 形看成一个大长方形挖掉一个小长方形，大的中心和小的中心连起来，也是一条平分线。

到星期三放学，黑板右下角的框边上有三条线，每条线旁边都写着它是怎么来的、经过了谁。

许老师站在黑板前看了很久。她没有去判哪条对哪条错——三条都对，一诺都验算过了。她在想的是：为什么这一次，她不在，题却做出来了？

答案不在那道题上，在前面八周。

前面八周，她一点一点地把自己从一个位置上挪开了。以前上数学课，每道难题的最后一步都是她讲：学生想五分钟，她讲十分钟；学生的答案对不对，由她说了算。她站在那个位置上，全班的眼睛都朝着她。她一走，那个位置就空了，空了全班就停了。

后来她不这么做了。她每次只做一件事：拿出一块课本上的知识，说清楚它当初是为了解决什么麻烦才被人想出来的，然后退到旁边。孩子们做出来、做不出来、吵起来，她都不急着给一个「标准答案」收场。

这一次她出门前留的那行小字，就是这样一件事：她拿出了「长方形的中心」这块化石，指了一下它的用处，然后人就走了。

回头去看，这八周里她其实只改了三个习惯。

一是**不收尾**。以前一道题讨论到一半，她会说「好，我们来看正确的做法」，然后把讨论收掉。现在她不这么说了。题没做完就下课，她就把黑板那一

块留着，不擦，第二天接着用。第一次这样做的时候，值日生问她要不要擦，她说「留着」，值日生愣了半天。

二是**不判先问**。学生交上来一个做法，她以前第一句是「对」或者「不对」。现在第一句换成：「你这一步是从哪里想到的？」很多孩子第一次被这样问的时候答不上来，支支吾吾，甚至有点委屈，以为又做错了。问到第三周，开始有人能说出「我是看了赵磊画的那个才想到的」「我家里称米是这么称的」。

三是**留来路**。黑板上任何一个做法，旁边都留一个空，写上是谁想的、借了谁的。起初是她替孩子们写，后来孩子们自己写。那三天黑板右下角的框边上，每条线都写着来路，就是这个习惯长出来的。

三个习惯都很小，没有一样需要新设备、新教材，也不需要校长批准。可是三个习惯合在一起，就把她从那个「全班的眼睛都朝着她」的位置上一点一点挪开了。挪开以后，她并没有变得不重要。她出门前那一行小字，选的是哪一块化石、指向哪一个用处，决定了这三天全班往哪里长。只是她的重要，不再表现为「答案在我这里」。

那块化石是根。苏小禾、赵磊、林朵各从根上长出了一枝，一诺把三枝接在一起，后排那个男生又长出了第二条线，林朵追出了第三条。三天里，没有一个人占着「答案在我这里」的位置，题反而做出来了。

许老师把框里的东西抄进了《班级定理册》，标题是「L 形一刀平分」，底下按黑板上的写法列了来路。抄完以后，她把四个人和后排那个男生叫到一起，请苏小禾指一指：后来那条线是从她的哪张纸板上长出来的？请那个男生说一说：他的横切，是借了谁的哪一步？两个人都说得出来。这一条才算真正回流进了全班共用的那一层。

◆ 22.2　起音与指挥

这一节要给许老师那八周的变化起个名字。

合唱的时候，有一种人叫起音的人。全体还没开口之前，他先唱出第一个音，让大家知道从哪里起；大家一开口，他就退回队伍里，和别人一起唱。他不站在台前，不挥棒，也不决定谁唱得对、谁唱得错。

还有一种人叫指挥。他站在台前，从头到尾都在。谁快了谁慢了，由他的手说了算；他不在，乐队就不知道怎么开始、怎么结束。

本书借这两个词，说两种老师的站法。

起音，就是老师拿出一块化石——课本上的一条公共知识——说出它当初回答的是哪一个「对不上」，然后退到旁边。许老师讲勾股定理先讲测量够不着、看着对凭什么一定对、形状变了面积要守住，讲完就把问题交给全班（这一段的主例在第 5 章）；她留下「长方形为什么过中心的线都能平分它」那一行小字就出门，也是起音。

指挥，就是一个常设的、独占的、不可被校对的答案位。常设，是说每节课都有它；独占，是说只有一个人能坐；不可被校对，是说坐在那里的人说出的答案，别人不能问「你哪里和我不一样」。

站内第 496 号《化冲突》里有一个说法叫「无指挥律」，本书借它来说这件事：一个班要让分歧当场化成新知识，就不能有一个常设的答案位压在上面。答案位一在，分歧还没长成新东西，就被「老师说了」收掉了。这里只借这个名字和这层意思，不替那本书多说什么。

有人会问：这和教育学里早就有的说法有什么不同？

美国有一位研究课堂讨论的学者恩格尔（Engle），她和同事讲过一个很有影响的做法，叫「分配权威」。大意是：老师不要独揽判断对错的权力，要把一部分权威分给学生——让学生来回答问题、来评价彼此的想法、来对自己的答案负责。这个做法很好，许老师前八周也做过很多类似的事。

但分配权威分的是**答题权**：问题还是老师出的，学生被分到了回答和评判的那一份。

起音分的是**提问权**：谁能拿出一块化石、说出它当初的对不上，谁就在这一轮起了音。

两者的差别，在一个小细节上看得很清楚。第六周，许老师试了一件事，她叫「起音卡」：每周一，抽一个孩子，从下一单元的课本里挑一条公共知识，回家去查、去想，星期三上课前，花三分钟告诉全班——这一条当初是被什么麻烦逼出来的。

那一周抽到的是林朵，下一单元讲负数。林朵在家乡的冬天见过温度计上的零下。她站上去说：「零下五度和零上五度，离零一样远，可冷热正好相反。只写一个五，说不清到底冷不冷。我猜负数当初就是被这种事逼出来的——光有大小不够，还要有方向。」

她猜的不一定是历史上的原样，许老师后来补了一句：我国古代的算书里，有用红、黑两种颜色的算筹分开「正」和「负」的做法，讲的正是「得」与「失」这类方向相反的量，大意也是一个数要带上方向。但那三分钟里，全班第一次觉得，下一单元的那条规定「不是凭空来的」。更要紧的是：提出这个问题的人是林朵，不是老师。

起音卡用了七周，抽到过十一个孩子。有的说得很好，有的只说了一句「我没查到它当初为什么」，许老师也让他站完那三分钟，请全班一起猜。猜错了没关系，猜的过程本身就是在重新打开那个对不上。七周下来，《班级定理册》里有一半的新条目，根是孩子们自己拿出来的，不是许老师拿的。

答题权分出去，班里会多出很多回答的声音；提问权分出去，班里会多出很多个根。根一多，从根上长出的枝才有可能来自不同的孩子，认出图才有可能连成一张网，而不是全班朝着讲台连成一颗星。

要说清楚的是，起音不是放任。许老师退到旁边，退的是答案位，不是底座。概念用错了，她当场指出来；有人抄了别人的解法装作自己的，她当场处理；有人借吵架嘲笑别人，她当场叫停。底座那几条照旧零容忍，她站在那里，一步不让。退出答案位，恰恰是因为底座有人守着。

还要承认一件事：答案位对老师是有吸引力的，而且不全是虚荣。

坐在答案位上，课堂是可控的：四十五分钟里每一步都在预料之中，进度不会拖，检查的人推门进来，看到的是安静整齐、人人在记笔记。坐在答案位上，家长是放心的：一诺妈妈最常说的一句话是「老师讲清楚了，孩子回家刷题就行」。坐在答案位上，老师自己也是安心的：一道题没讲完就下课，许老师头几周心里一直发慌，总觉得欠了全班什么。

所以从指挥退成起音，不是一个想通了就能做到的转变，它要老师在好几种压力底下站得住。许老师的办法是把「退」和「守」分得很清楚，并且写在了她的备课本第一页上。下面这张表，就是她那一页的意思，我们照着整理了一下（「分配权威」一列只说它通常的样子，好的分配权威课堂里，学生也会提出问题）：

	指挥	分配权威	起音
谁出问题	老师	老师	轮着来，谁拿出化石谁出
谁给答案	老师	学生答，学生互评	学生长出不同的枝
答案能不能被问「哪里不一样」	不能	能，但多在学生之间	能，老师的也能
老师守什么	全部	课堂规则	底座，零容忍
老师不在时	全班停下	讨论能继续，问题要等老师出	有根就能长

表里最后一行，是第九周那三天给出的答案。表里倒数第二行，是许老师最常提醒自己的一句：退出去的是答案位，守住的是底座，这两样不能弄反。弄反了，就是第 2 章隔壁班的「自由日」：答案位是没了，可底座也没了，孩子们各做各的，没有一样东西长出来。

◆ 22.3　学霸也会被固化成答案位

答案位不一定是老师坐的。

许老师退出来以后，发现那个位置并没有空太久——它很快被另一个人坐上了。

那个人是一诺。

作业一卡住，全班先看一诺的。不是抄，是「看一眼她怎么做的」，然后照着改。一诺做对了，全班跟着对；一诺偶尔做错了，全班整整齐齐地错在同一个地方。有一次作业里有一道题，一诺漏看了一个条件，第二天交上来的作业，有三十一本错在同一步。

这件事让许老师吓了一跳。她原以为只要自己不坐答案位，答案位就没了。现在看，答案位是一个结构，不是一个人：老师离开，它会找下一个最像老师的人坐上去。一诺成绩最好、最会复述、写得最工整，她就是那个最像老师的人。

一诺自己也不舒服。她被同学问得很累，一到晚自习，身边总围着三四个人。更难受的是，她发现自己越来越说不出「我是怎么想的」——别人问她，她只会把步骤再说一遍；别人一追问「为什么这一步要这样」，她就答「书上就是这么写的」。坐在答案位上，她也只能复述。

许老师想了两个办法。

第一个叫**轮讲**。难题不再默认由一诺讲。每道难题的讲解人轮着来，而且规定一条：讲的人不能只讲一种做法，要讲「我是怎么想到的」，哪怕只想到一半。马骁讲一道统计题，只讲到一半，后半截是别人接上的；接上的人要说清楚接的是哪一句。

第二个叫**互校**。每份作业交上来之前，同桌要换着看。但互校不是挑错打分，许老师给了一句很简单的规矩：「你不能只说对还是错，你要说出：这一步，你和我哪里不一样。」

这句规矩改变了很多事。

以前同桌互相看作业，看到不一样的地方，第一反应是「我错了还是你错了」，然后去查一诺的。现在规矩要求先把「不一样」说出来。说出来以后，常

常发现两个人都没错，只是走了不同的路；有时候也发现确实有一个人错了，但错在哪一步、为什么会走到那一步，比单纯知道「错了」清楚得多。

互校还有一个意外的好处：一诺也得被人校。

第一次有人校她的作业，是马骁。马骁指着一道统计题说：「你这一步是先把总数加出来再分，我是先分组再加，结果一样，可你这一步比我多绕了一圈，数字一大就容易错。」一诺看了半天，承认了。

这在以前是不可能的。没有人会去校答案位上的人——那个位置之所以叫答案位，就是因为它不可被校对。现在一诺的答案也可以被问「哪里不一样」，答案位就松动了。

几周以后，作业里集体错在同一步的事少了。一诺身边围着的人也少了，但找她来「对一对」的人多了——不是来看她的答案，是来跟她比一比两条路哪里不同。她慢慢地能说出一点「我自己是怎么想的」：她发现自己喜欢先算再画，而苏小禾是先画再算，这一点她以前从没想过。

所以答案位的问题，不在于班里有没有学得好的孩子。学得好的孩子是班里的宝贝。问题在于有没有一个位置，坐在那里的人说的话不能被问「你哪里和我不一样」。只要这个位置在，谁坐上去，谁就把全班的路收成一条；坐上去的人自己，也只剩下复述。

轮讲和互校也会走样，许老师碰到过两次。

第一次是轮讲变成了轮流背。讲的人上台，把自己从一诺那里看来的步骤照着说一遍，说完下台。表面上讲的人换了，答案位其实还在一诺那里，只是多了一个传话的人。许老师后来加了一句规矩：讲的人必须说出至少一处「我和书上（或者和一诺）不一样的地方」，哪怕只是画图的顺序不同。说不出来，就先不讲，换下一个。

第二次是互校变成了互相放过。同桌关系好的，看都不看就写「一样」；关系不好的，鸡蛋里挑骨头。许老师没有去追究谁对谁错，她把同桌互校改成了每周换一次互校的对象，由抽签决定。换着换着，「哪里不一样」就从客套话变成

了真问题——你拿到一个平时很少说话的同学的作业，你是真不知道他是怎么想的。

两次走样提醒的是同一件事：答案位很会藏。它可以藏在一个老师身上，可以藏在一个学霸身上，也可以藏在一套看起来很民主的轮流制度里。判断它在不在，只看一条：班里有没有哪一句答案，是别人不能问「你哪里和我不一样」的。

◆ 22.4　从转译者到立谱者

最后要说说，老师退出答案位以后，站到哪里去。

很多年里，好老师的样子是一个出色的**转译者**。课本上的话又硬又干，好老师把它翻成孩子听得懂的话：打比方、举例子、画图、编口诀。许老师就曾经是这样一个老师。她讲了八年数学，每一个难点都有她自己琢磨出来的讲法，学生都说她讲得清楚。

站内第 505 号《知识分子向何处去？》讨论过知识人在 AI 时代的位置变化，本书借它的一层意思：当知识本身越来越容易拿到，只会把它翻成另一种说法的人，位置会越来越窄。这里只借这个方向，不替那本书多说。

转译者有一个看不见的前提：知识只有一种正确的样子，老师的本事是把这一种样子送到每个孩子那里。送得越准，孩子们的笔记越像——第 1 章那四十八份几乎一字不差的笔记，就是转译做得最好的结果。

本书说的第二种站法，叫**立谱者**。

立谱者做四件事。

第一，**立根**。从化石里挑出这一轮要复活的那一部分，说出它当初的对不上——这就是起音。

第二，**守底座**。定义、符号、诚信、安全、不欺凌，这些不复活，全班一样，零容忍。

第三，**让认出发生**。孩子们长出了不同的枝，互相借、互相改，老师要做的是让原主有机会认出自己的一枝在别人那里长着，让借用的人有机会说出来源。许老师请苏小禾指认那条横切线从她的纸板长出，请后排男生说他借了谁的一步，就是这件事。

第四，**记谱**。把认出了的、回流了的东西写进《班级定理册》《班级词典》，标清楚来自谁、经过谁。

这里要和一种很像的做法分开。日本学者佐藤学倡导的「学习共同体」里，老师有一个很重要的动作，叫「串联」：把这个孩子说的话和那个孩子说的话连起来，把课本和孩子的经验连起来，把今天的学习和以前的学习连起来。这是很好的功夫，许老师也学过。

但串联可以由老师一个人完成：老师听见 A 说了一句、B 说了一句，老师说「你们俩说的其实是一回事」，线就连上了。A 和 B 自己不一定认得出对方那里有自己的东西，连上的东西也不一定写回底座。

立谱要求的多了两样：**原主要亲口认出**，**连出来的东西要回流**。线不是老师替孩子们画上的，是两端的孩子都认过才画上的。

举一个许老师自己的例子。复习反比例的一节课上，她问生活里哪里见过「一个变大、另一个就得变小」。程浩说，跷跷板上，一个胖一个瘦，瘦的那个往后坐一点，两头就平了；钱佳怡说，她外公在集上卖菜用杆秤，菜放得越多，秤砣就得往外挪得越远。许老师当场说：「你们俩说的其实是同一个东西——重量乘距离，两边一样就平。」全班点头。这是串联，做得很漂亮。

可是下课以后，钱佳怡并不知道程浩的跷跷板里有自己的什么，程浩也说不出自己从钱佳怡那里借了哪一步。两个人各自带着自己的例子回了座位，反比例还是课本上那一行。

后来许老师换了做法。她不再替他们说「是一回事」，而是请钱佳怡先在黑板上画外公的秤杆，再请程浩在旁边画他想到的东西。程浩看着秤杆上那一排小点愣了一会儿，画的是一块跷跷板：他学着秤杆的样子，在板上从支点往外刻了

一排记号，旁边标着「对面坐六十斤，坐这里；坐八十斤，挪到这里」。许老师问钱佳怡：「你看他这一排，哪里和你的不一样？」钱佳怡看了一会儿说：「这排记号就是我外公秤杆上的秤星。可秤杆上是菜不动、秤砣挪，一颗星对一个重量；他这块板两头的人都能挪，刻的是一对一对的位置。」程浩接着说：「对，刻星是从你的秤杆上看来的。我原来只知道轻的坐远一点，不知道能先刻好，坐上去之前就知道该坐哪。」

两句话一说，事情就不一样了。钱佳怡认出了外公的秤星在程浩那里长着，变了形，从一颗对一个重量变成了一对一对的位置；程浩说得出刻星是从钱佳怡的秤杆上看来的。全班后来在《班级词典》里加了一条「秤星：先刻好位置，重的坐近、轻的坐远，乘起来一样就平」，注明来自钱佳怡外公的杆秤、经过程浩的跷跷板。串联是老师说「你们是一回事」；立谱是两个孩子自己说出「哪里不一样、从哪里来」。

这就碰到了本编开头那句不客气的话。一个老师、四十八个孩子，一节课里如果有十几次互相借用，每一次都要两端认过、都要记下来、都要写回底座，靠许老师一个人，根本做不过来。她能做到的，是在关键的几处让认出发生，在定理册上记下最重要的几条。其余大量细小的借用和认出，在下课铃声里散掉了。

那三天她不在，班里的谱系反而记得清楚，是因为黑板右下角那个框就是一张小小的谱系图，孩子们自己往上写。可一个框只装得下一道题。要让全班每天、每节课的认出都能被看见、被记下、被算出，就需要一个帮手。这个帮手是什么、能做什么、不能做什么，是第 24 章的事。

最后说一句，免得误会：立谱者不是不讲课。

许老师现在每节课讲的时间，比以前少了，但并没有少到零。立根那十分钟，她讲得比以前更用心：一块化石当初回答的是什么麻烦，她要自己先查清楚、想明白，才讲得出来。以前她备课，是把一道题的标准讲法打磨得越来越顺；现在备课，多了一件事——去找这一条知识的来路，去猜这个班的孩子会从哪里长出枝来，去想哪两个孩子的做法可能接得上。

有一天晚上她算了一笔账：以前备一节课，大约四十分钟；现在要一个多小时。多出来的那二十多分钟，花在了「这一条当初对不上的是什么」和「谁可能接得上谁」上。她不觉得这二十分钟是白花的。转译者花力气，是把同一样东西送得更准；立谱者花力气，是让不同的东西接得上、认得出。前一种力气用得越多，四十八份笔记越像；后一种力气用得越多，黑板右下角那个框边上的字越多。

带走的话

- **答案位是一个结构，不是一个人。老师退出来，它会找下一个最像老师的人坐上去。**
- **起音是拿出一块化石、说出它当初的对不上，然后退到旁边；指挥是一个常设、独占、不可被校对的答案位。**
- **分配权威分的是答题权，起音分的是提问权。提问权一分出去，班里才会多出根来。**
- **互校的规矩只有一句：不说对错，先说「这一步你和我哪里不一样」。**
- **老师从转译者变成立谱者：立根、守底座、让认出发生、记谱。**

小　账

本章的承重说法：一个班的认出图能不能长成网，看有没有一个常设、独占、不可被校对的答案位；老师从指挥退为起音，并把提问权分出去，班级在老师不在时也能自己把难题做出来。

本章在这种局面下算错：老师离开一周，谱系化班级小组自己解出的难题数，下降幅度不小于仍由老师占着答案位的统一班级（第 30 章第 5 条预言）。

明天可以试的一件小事

下一节课，挑一条课本上的知识，只用三分钟说出它当初是被什么麻烦逼出来的，然后不讲答案，退到教室侧面站十分钟，看谁先开口。

◆

23

第 23 章

师德之美：价值形成的谱系发生

期中考试以后，许老师的办公桌上摊着三本作业本。

第一本是周屿的。周屿是这学期从实验班调过来的，数学已经自学到了初三，作业本上的字又快又潦草，很多题只写一个答案，旁边一行「显然」。有一道几何题，他直接用了一个初三才学的公式，三行就做完了。

第二本是何小满的。何小满的作业本很干净，干净得让人心疼：错的地方都用橡皮擦过，擦得纸都起了毛，可擦完重写的，还是错。一元一次方程，移项的时候符号总是忘了变。她期中数学考了四十一分。

第三本是严知的。严知的作业几乎全对，可这一学期，他在课上一次也没有主动开过口。许老师翻他的本子，翻到后面才注意到，好几道题的旁边，用很淡的铅笔写着小小的问号，问号后面跟着一句话：「如果这条边不是直的呢？」「为什么一定要设 x？」「换一个起点会怎样？」这些问题，他一个也没在课上问过。

许老师当了八年班主任，一直以一件事为荣：一视同仁。她对每个孩子说话的语气一样，布置的作业一样，批改的红笔一样，家长会上每个孩子都说两句好话、一句建议。

那天晚上，她对着这三本作业本坐了很久。她第一次怀疑：一视同仁，对这三个孩子，到底是不是同一件好事？

> **这一章的问题**
>
> 老师面对不同的学生，师德里的真、善、美怎样发生？老师自己，又能不能也是班级谱系里的一枝？

◆ 23.1　一视同仁的误区

先要替「一视同仁」说句公道话。

这四个字在师德里分量很重，是有来由的。很多人都见过偏心的老师：成绩好的孩子坐前排、犯了错轻轻放过，家里有门路的孩子被多看一眼，穷人家的孩子、成绩差的孩子被冷落、被羞辱。一视同仁，当初就是被这种偏心逼出来的。它守的是一条底线：不按成绩、家境、长相、跟老师亲不亲，来分配尊重。

许老师那天晚上还做了一件事：她翻出这一周的课堂记录，数了数自己点名提问过谁。数完她自己也吃了一惊。一周五节数学课，她叫过名字的一共十九个孩子，其中一诺被叫了六次，周屿四次，坐在前三排的占了一大半；何小满被叫过一次，是因为作业没交；严知一次也没有。

她从来没有想偏心。她以为自己一视同仁，因为她对每一个被叫到的孩子都一样耐心。可是「叫到谁」这件事，在她没有留意的地方，早就按着谁举手快、谁答得对、谁坐得近分配好了。一视同仁管住了她说话的语气，没管住她目光落在哪里。

家长那边，也是两种声音。期中家长会后，一诺妈妈留下来问：「许老师，您最近是不是对后进的孩子花的时间多了？我们一诺也需要提高。」许老师听得出那句话底下的意思：一视同仁，就该一样多。同一个星期，何小满的姑姑托人带话，说孩子回家念叨，数学课老师从来不叫她，叫了也是因为作业没交。两句话方向相反，问的却是同一件事：老师的力气，到底按什么分？「一样多」答不了这两位家长，也答不了那三本作业本。

这条底线一点都不能松。按本书的说法，它属于**底座**——全班必须一样、不复活、零容忍的那一层。许老师骂过一个因为同学家里穷就起外号的孩子，那是她这八年里最严厉的一次，她做得对。

问题出在，「一视同仁」常常从底座漫了出来，漫到了底座以外的地方。

尊重要一样，这是底座；可帮助的方式也一样、要求的步子也一样、注意的地方也一样，这就不是底座了，这是把整块化石都当成了底座。第 5 章说过，统一性的病不在有底座，在把整块化石都当底座。师德里也一样。

放到那三本作业本上看，一样的对待，落在三个孩子身上，是三种不同的落空。

对周屿，一样的作业太浅了。他三行做完，写一个「显然」，等于什么也没长出来。许老师用一样的红笔给他打一个勾，等于告诉他：跳过来路是可以的，只要结论对。

对何小满，一样的步子太快了。全班都已经往下一单元走了，她还卡在移项变号上。一样的讲解，她听过三遍；一样的作业，她擦了又写、写了又擦。一视同仁，对她是一遍又一遍地站在同一个坑边上。

对严知，一样的关注是看不见。课上举手的孩子得到回应，作业出错的孩子得到订正，严知两样都不占：他不举手，作业也不错。他那些淡淡的问号，在「一视同仁」的批改里，没有一个被读到过。

这三种落空有一个共同的根子：「同仁」的「同」，用的是第 8 章说的第一种同——此刻相似。老师用同一把尺子去对待每个孩子，好像他们此刻一样，就是公平。

本书要换一种「同」。全班之所以是一个班，不是因为此刻每个人被同样对待，而是因为每个人的那一枝，都在这张认出图上连着：有人认得出它，它也认

得出别人。师德里的「同」，应当是这种同。尊重的底座一样，生长的路各不相同，而每一条路都被这个班看见、接上、认出。

◆ 23.2　面对不同的学生，真善美怎样发生

这一节回到师德之美本身。本书指导老师王德生说过：「老师的师德之美，面对不同的学生，真善美如何发生，价值形成谱系发生，也是一个『知识谱系的创造』。」这一节先讲前半句：面对不同的学生，真善美如何发生。

本书在前面几编里，已经把真、善、美落成过三个白话：真是**在轨**，善是**效率**，美是**吸引**。下面把这三个字放到那三个孩子身上去看。三件事不是三种待遇，是一个老师在三个不同的地方，做同一件事——让班级的谱系闭环合上。

对冒尖的，守根——这是真。

周屿的问题不是太快，是脱了轨。他从初三的公式直接跳到答案，枝长得很高，可是看不出它从哪个根上长出来。别人读不懂，他自己也说不清：那个公式当初是被什么对不上逼出来的？为什么在这道题里能用？

许老师没有给他加难题，也没有让他「慢下来跟大家一起」。她只提了一个要求：以后每道题，写「显然」的地方，换成一句话——这一步，是从哪一条根上来的。

头几次周屿很不耐烦，觉得多此一举。有一次他写那个初三公式的来路，写到一半写不下去了：他发现自己只会用，不知道它为什么成立。他回头去翻书，从这学期刚学的勾股定理一路推过去，推了两个晚上，推出来了。他在作业本上画了一条箭头，从勾股定理画到那个公式，箭头上写着他自己的推法。

这条箭头后来被许老师请他讲给全班听。全班第一次知道，那个「初三的东西」原来就长在大家刚学过的根上。守根，不是压着冒尖的孩子不让长，是让他的枝接回根上，接回去以后，全班都能顺着这根枝往上爬。真，就是在轨。

对掉队的，搭桥——这是善。

何小满的问题，许老师以前的办法是再讲一遍、再练一遍。讲了三遍，没用。

这一次她没有再讲。她发现何小满放学后要去姑姑的早餐摊帮忙，摊上的账是她在记：一个包子多少钱，今天卖了多少个，找了多少零钱。这些账她算得又快又准。

许老师去找了周屿。她请周屿做一件事：不是给何小满讲题，是去早餐摊看何小满记一次账，然后想办法把她记账的样子，和移项变号接起来。

周屿去了，回来想了两天，拿出一个办法：一个等式就像一张账，左边是收进来的，右边是付出去的，两边要平。一个数从左边挪到右边，就像一笔钱从「收」那一栏挪到「付」那一栏——收进来的五块，挪到付出去那一栏，就得记成「少了五块」。

何小满听完，自己又改了一下。她说，在她姑姑的摊上不是这么记的，她们是记「找出去的钱」，找钱就是减。她把周屿的「收付两栏」改成了「卖了多少、找了多少」，用自己的记法去做移项。那一周的作业，她的移项第一次全对了。

善，在这里是效率：不是把同一条路讲第四遍，而是找到一条最短的桥，让她从自己已经站稳的地方走过来。而这条桥不是老师一个人搭的。它来自周屿的一枝，在何小满那里变了形——收付两栏变成了卖和找。周屿后来看何小满的作业，指着说：「你把我的收付改成了找钱，找钱这个比我的好懂。」何小满也说得出：「这个『挪过去要变号』，是周屿那个账本的说法。」两个「指出」都成立。后来许老师请何小满把「找钱移项法」写进《班级定理册》，底下注明来自周屿的收付账。在场、有差、双向认得、回流，四关都过，这是一次完整的谱系事件。搭桥的善，最后落成了一个闭环。

对沉默的，让作品第一次被全班读到并被认出——这是美。

严知的事最难，因为不能硬来。叫一个不开口的孩子当众发言，很可能只是让他更不想开口。

许老师先单独找了严知。她没有说「你要多发言」，她说的是：「你本子上那些问号，我都看到了。『换一个起点会怎样』那一条，我想了一晚上，没想明白。能不能把它贴到后墙上，让大家一起想？写你的名字，还是不写，你定。」

严知想了一天，同意贴，名字写上。

那张纸条在后墙谱系墙上贴了四天。第三天，赵磊在下面贴了一张：他想到自行车链条从不同的齿开始数，转一圈回到原处的次数是一样的。第四天，一诺贴了一张：她用严知的问题，把一道数列题的首项换了，发现后面的规律还在，只是整体挪了一截。

第五天的数学课，许老师请严知到后墙前，看这两张新纸条。她问他：「这两张里，哪里是你的那个问题？哪里变了？」

严知看了很久，声音很小，但说出来了：「一诺这张，是我的『换起点』，可她换的是数，我原来想的是图。」一诺接着说：「对，是从严知那张纸条来的，我只会用数来试。」

这是严知这一学期第一次在全班面前开口。他开口，不是因为被要求发言，是因为他看见了自己的一枝在别人那里长着，而且变了形，他忍不住要说出来哪里变了。

美是吸引。一个孩子被这张网吸引，不是因为被表扬，而是因为他看见自己的东西，在别人那里活着。

三件事放在一起看：守根让冒尖的孩子的枝接回全班；搭桥让掉队的孩子从自己站稳的地方接上全班；让沉默的孩子的作品第一次被读到、被认出，让他也成为全班的一个起点。三件事的方向各不相同，落点却是同一个：每个孩子的那

一枝，都在认出图上连上了。师德之美，不在对每个孩子做一样的事，而在让每个孩子都在这张图上被连上。

还要说一句：这三件事不是许老师一个人想出来的。下一节会看到，它们是这个班和她一起长出来的。

这里有一个陷阱必须先堵上：冒尖、掉队、沉默，不是给孩子贴的三张标签。

第 3 章讲过分层作业，A、B、C 三档，孩子很快知道自己是哪一档，然后就待在那一档里。如果许老师把周屿记成「冒尖的」、何小满记成「掉队的」、严知记成「沉默的」，再给每类各配一套固定的办法，那不过是把分层作业换了个名字。

实际上这三个位置是流动的。周屿在数学上冒尖，到了语文课的作文上，他写不出三百字，常常就是那个「掉队的」；何小满在早餐摊的账上，比全班谁都快，那里她是冒尖的；严知在后墙贴出那张纸条以后，「换起点」那一枝后来被三个人接着长，他在那件事上，成了起点最多的人。

所以守根、搭桥、让作品被认出，说的不是三种孩子，是三种时刻。同一个孩子，这一周在这件事上需要有人守根，下一周在另一件事上需要有人搭桥。老师要看的不是「这是哪一类孩子」，而是「此刻，他那一枝和这个班之间，缺的是哪一样」：是脱了根，是隔了河，还是没人看见。

◆ 23.3　价值形成的谱系发生

前面说的是老师怎样对待不同的孩子。这一节要往深处走一步：价值本身，也是在班里长出来的。

先看一件小事。何小满移项全对以后的第二周，班里出了一场争论。有人看见周屿每天放学去早餐摊，就说他是去「给何小满讲题」，又有人说，何小满那周作业全对，是不是抄了周屿的。

许老师没有当场判谁对谁错，她把一个问题写在了黑板上：「什么叫『帮』？」

讨论比她预想的热闹得多。

一诺先说：帮，就是讲到他会为止。她这学期被问得最多，说的是自己的经验。

赵磊不同意。他说，他爸爸教他修车，从来不替他拧螺丝，只把扳手递给他，告诉他哪个方向是松。他说，帮就是递工具，不替他拧。

何小满最后开口。她说，周屿没有替她做过一道题，他甚至没讲题，他只是去摊上看了一次她记账。她说，她觉得帮是让她自己也能去帮别人——她现在可以给同桌讲移项了，用的是她找钱的说法。

三种说法都写进了《班级词典》，词条叫「帮」。每一种说法后面都注明了来自谁：「讲到他会——一诺」「递工具不替拧——赵磊，来自他爸爸修车」「让他也能帮别人——何小满，经过周屿的收付账」。

这一条词条，后来又长了一次。一诺在期末自己加了一句：「讲到他会，但要让他说出他是怎么会的。」她在后面注明：「改自赵磊的递工具。」赵磊看到了，说：「你把我的扳手变成了一句问话。」

到这里可以看清楚：「帮」这个价值，不是许老师宣布的，也不是班规规定的。它在这个班里有一个根——「帮助同学」这句人人都会说的公共道理，这是一块化石——然后从根上长出了三枝，枝和枝之间又互相借、互相改，最后每一枝都认得出从哪里来。这就是价值形成的谱系发生。

这和平时的德育有什么不同？

平时的德育，常常是一条价值从上往下走：班会课上讲一个助人为乐的故事，黑板报上写一句「团结友爱」，班规里加一条「主动帮助有困难的同学」。这些都有用，它们把一块化石摆在了孩子面前。可是摆在面前和长在身上，是两

回事。孩子们会背「团结友爱」，就像会背 $a^2 + b^2 = c^2$，背得出，却说不出这句话在自己身上是什么样子。

「帮」这个词条不一样。三种说法都是孩子们从自己的经验里长出来的——一诺被问得最多的经验，赵磊跟爸爸修车的经验，何小满被周屿帮过又去帮同桌的经验。它们彼此不同，却都从「帮助同学」这同一个根上长出来，而且互相改写过、认得出来路。这样长出来的价值，孩子说得出它在自己身上是什么样子，也说得出它在别人身上变成了什么样子。

有两条界线要守住。

第一，价值的谱系也有底座。诚信、不欺凌、不羞辱，这些不复活、不讨论、零容忍。讨论「什么叫帮」的时候，没有一种说法可以是「帮就是让他抄」——抄袭碰的是底座，不在可以长枝的那一层。同样，那天有人说何小满「是不是抄的」，许老师在讨论之后单独做了一件事：请何小满当着那位同学的面，用自己的找钱说法讲了一道新题。这不是在审她，是让事实替她说话，也是在守诚信那条底座的另一面——不冤枉人。

第二，老师的价值也在这张谱系里。「一视同仁」本身就是一块化石。它当初回答的对不上，是偏心：尊重被按成绩和家境分配。这个对不上，在今天仍然要守，所以「不偏心」留在底座里。可这块化石里还有一部分是可以复活的——「同样的对待」。在这个学期里，它被重新打开了：许老师从三个孩子身上，长出了一枝原化石里没有的东西——尊重的底座一样，生长的路各不相同。

这一枝回流了吗？回流了。期末，许老师在《班级定理册》最后一页，用她自己的笔迹写了一条，题目叫「同仁」：「尊重一样，路可以不一样；每个人的路，都要被这个班认出来。」她在下面注明：「来自周屿的箭头、何小满的找钱、严知的换起点。」

三个孩子都看到了这一条。周屿说：「老师，我那个箭头，你变成了『路可以不一样』。」何小满说的是：「我的找钱在这里面。」严知没说话，可是第二

天，他在那一条下面用很淡的铅笔加了一个小问号：「如果有人的路和所有人都不一样呢？」

这个问号，许老师留着，没有回答。它是下一轮的根。

站内第 452 号《谁在给善记账》讨论过学校制度怎样把善记成名次，本书第 21 章已经借过它。这里只补一句：价值一旦被记成名次，它就停在了化石上；价值一旦能被认出来路，它才在班里活着。

◆ 23.4　老师自己的知识谱系

最后一节，要把老师自己也放进那张认出图里。

许老师讲「图形的旋转」这一课，讲了八年。八年里，这一课的开头几乎没变过：先在黑板上写出旋转的定义——一个图形绕着一个定点转动一个角度；再讲三要素：旋转中心、旋转方向、旋转角；然后画一个三角形转一转，讲对应点到中心的距离相等。这一课她讲得很熟，学生也都说清楚。

今年讲到这一课之前，赵磊在小组里用齿轮转动的办法帮着做出了一道对称题（那件事的主讲在第 11 章）。许老师在旁边看过他怎么玩齿轮：他把自行车拆下来的一个齿轮用红漆点了一颗齿，转一下，看那颗红齿走了多远。

她在备课的时候忽然想到，旋转那一课的三要素，全在这个齿轮上：轴，就是旋转中心；转的方向，一眼就能看出来；那颗红齿走过的角，就是旋转角；红齿离轴的距离，转到哪里都不变，就是「对应点到中心的距离相等」。

她把讲了八年的开头改了。新的开头，是一个齿轮、一颗红齿。先让全班看红齿怎么走，再让大家自己说出「什么没变、什么变了」，最后才写定义。

讲完以后，赵磊下课来找她。他说：「老师，你用的是我的齿轮，可你只用了一个。我原来玩的是两个咬在一起的。」

许老师说：「对。两个咬在一起的，转的方向相反，转得快慢跟齿数有关，那是另一件事，我留给物理课了。这一课我只拿了你那颗红齿。」

赵磊想了想，说：「那颗红漆是我点的。」

这一来一回，又是两个「指出」：赵磊指出许老师改了哪里——两个齿轮变成了一个；许老师指出原形在哪里——那颗红齿，是赵磊点的。这一课的新开头，后来被许老师写进了她自己的备课本，旁边注明：「此课开头来自赵磊的齿轮。」

这里有一条线要守住，它也属于底座：老师借学生的东西，要说出来。

一个老师从学生那里得了一个好开头、一个好例子，默默用进自己的课里，下一届讲、公开课讲、写进论文，却从不提那个学生，这是很常见的事，常常也不是有意的——老师觉得这本来就是自己课上的东西。可是从谱系上看，这是把一枝的来路抹掉了，跟把别人的解法当成自己的交上来，是同一类事。诚信这条底座，对孩子零容忍，对老师也一样。

还要和第 13 章说的「署名式课堂」分开。老师在课上说「我们把这个方法叫作赵磊法」，是老师给学生一个名字，归属是老师单方面赋予的。许老师和赵磊这一次不同：赵磊自己指出了老师改在哪里，老师也自己指出了原形在哪里。不是老师给了赵磊一个署名，是两个人互相认出了对方手里的那一枝。

这件事的分量，在于借用的人是老师。

在大多数课堂里，知识只朝一个方向走：从课本到老师，从老师到学生。老师是知识的出口，从来不是入口。许老师这一次，成了一个借用者——她的「我的知识」，被一个公认的刺头改写了，而且她认得出、说得出。

这就是王德生老师那句话的后半句：师德之美，是价值形成的谱系发生，也是一个「知识谱系的创造」。老师不只是站在谱系外面搭桥、守根、记谱的人，她自己的那一枝，也长在这个班里。

我们之一刘华杰在《好老师为什么做不动——师德的精益求精》里讨论过，师德可以拆成三样纠缠在一起的东西来看：道德行为被认可的真善美、付出的代价和成本、做得下去的可能。这里只借这个看法说一件事：好老师做不动，有一种常见的样子，是师德只剩下了付出的那一头——一年一年地给出去，备课、讲课、谈心、家访，能量只朝一个方向流，却很少流回来。

许老师改那一课，账是反过来走的。她花了一个晚上改开头，可是她得到的东西，是八年里自己一个人琢磨不出来的。一个学生的一枝回流进了她的课里，她的课活了一次。更要紧的是，她被这件事吸引了——下一课讲什么，她开始想：这一课的根上，班里谁可能长出一枝我没想到的？

这不是说老师要靠学生来备课，也不是说老师可以少付出。立谱者的付出，前一章算过，比转译者更多。这里说的是，付出不再只是消耗：当老师自己也在认出图上，学生长出来的东西会流回老师那里，老师的知识也在长。一个会被学生改写、并且认得出被改写在哪里的老师，才不容易做不动。

八年的旋转课，第九年变了一个开头。许老师把旧的那一页备课笔记没有扔，夹在新的后面。她说，那是这一课的化石。

后来她开始留意自己备课本里的这类事。一学期下来，这样标着「来自某某」的地方，她数了数，有七处。有的是一个开头，有的是一道例题换了个说法，有的只是一个板书的画法——苏小禾画对称图时先画对称轴、再画两边，许老师觉得比自己先画一边、再翻过去清楚，就改了。

七处不多，可这七处让她的备课本第一次有了来路。以前那本备课本是她一个人八年的积累，干净、熟练、没有别人的名字；现在这本，翻开就能看出哪一页是从哪个孩子那里长出来的。她想，等这届学生毕业，这本备课本就是下一届的化石了。下一届的孩子不会知道赵磊是谁，但只要她讲到那颗红齿的时候说一句「这个开头，是几年前一个学生点的漆」，化石里的来路就没有被完全抹掉。

老师自己的知识谱系，就是这样一届一届长下去的。一个老师教了二十年书，如果二十年的备课本里，一个学生的名字都没有，他讲得再熟，也只是把同一块化石擦得越来越亮；如果每一届都有几处被学生改写、被他认出、写回了他自己的课，他的二十年，就是一棵一年长一圈的树。

带走的话

- **一视同仁守的是尊重的底座，不能松；可一样的帮法、一样的步子、一样的注意，不是底座。**
- **对冒尖的守根，是真；对掉队的搭桥，是善；让沉默的孩子的作品第一次被全班读到、被认出，是美。**
- **三件事方向不同，落点一个：每个孩子的那一枝都在认出图上连上。**
- **价值也是谱系：「帮」这样一个词，可以在班里从一块化石长出好几枝，每一枝都认得出来路。**
- **老师也可以是借用者。一个会被学生改写、并认得出改在哪里的老师，才不容易做不动。**

小　账

本章的承重说法：师德之美不是一视同仁，而是对不同的孩子分别守根、搭桥、让作品被读到并被认出，使每个孩子的一枝在认出图上连上；老师自己的知识也在这张图上，可被学生改写并认出。

本章在这种局面下算错：在尊重底座相同的前提下，对冒尖、掉队、沉默的孩子分别守根、搭桥、让作品被认出的班，这三类孩子在认出图上连上的比例，并不高于对所有孩子同样对待的班。

明天可以试的一件小事

翻一翻全班最安静的那个孩子的作业本，找一处他自己写下、却从没说出口的东西；先私下问他愿不愿意让全班看见，再决定写不写名字。

◆

24

第 24 章

同一性知识谱系发生智能体

十一月第二个星期五，晚上九点多，许老师批完最后一本作业，打开了班里用的发生智能体。她不看排名，因为这个智能体里本来就没有排名。她先看的是一张图。

图上是四十八个小圆点，每个点是一个孩子。点和点之间有线，实线是这一周新画上的，虚线是智能体提议、还在等两头点头的候选线。实线十一条，虚线五条。许老师一条一条往下点。有一条实线连着林朵和马骁：马骁在统计篮球赛记分的表格里，用了林朵家乡那种「先凑整再找零」的算法，表格右下角他自己写了一行「借自林朵」，林朵在旁边点了「认得出，他把找零放到最后一步了」。两头都点了头，线就画实了。

有一条虚线连着苏小禾和一个叫叶青的女生。叶青的美术作业里，有一张用格子画透视的图，智能体看出它和苏小禾上个月贴在后墙谱系墙上的一张画很像，于是把这条线标成了「候选」。可叶青没有标来源，苏小禾也还没有看到。这条线就一直是虚的。

许老师在虚线旁边写了一句留言：「下周一美术课后，请两位同学各看一眼对方的画。」写完，她关掉了电脑。

整个晚上，这个智能体没有替任何一个孩子写一个字，没有给谁打分，也没有告诉许老师「谁是好学生」。它只做了一件事：把这个班一周里谁认出了谁、谁借了谁，画成了一张她自己一个人画不出来的图。

> **这一章的问题**
>
> 既然「班级之美是双向认出的谱系闭环」，那么在一个老师、四十八个孩子的班里，这张认出图靠谁来画、怎样画、画到哪里必须停手？

先把这一章的一句话放在前面。本书指导老师王德生说过：「发生的工具是：同一性知识谱系发生智能体。」这句话里有三个词要分开听。「发生」，说的是它服务的是新知识在班里长出来，不是旧知识传得更快；「同一性知识谱系」，说的是它的工作对象是那张认出图，不是一份份作业；「工具」，说的是它站在孩子和老师旁边，不站在他们前面。这一章四节，就是把这三个词拆开讲清楚。

◆ 24.1　孩子—AI 复合主体

先说一个最常见的担心：孩子用了 AI，作业还是孩子的吗？

看苏小禾的一个周末。她要做一道数学课上留下的开放题：校门口的花坛要改成能让轮椅通过的形状，周长不变，面积尽量大。她习惯先画图，画了三张，都觉得不对，卡住了。

她打开智能体，第一句话打的是：「帮我画出答案。」

智能体没有画。它回给她三样东西。第一样，是课本里讲过的一条老结论：周长一定时，越接近圆，面积越大。它顺手问了一句：「这条结论当初是在回答什么对不上？」第二样，是班里《班级定理册》上一条旧条目，赵磊和她自己合署的「赵苏旋转对称法」，问她：「旋转和对称，对花坛有没有用？」第三样，是一个问题：「轮椅通过，要求的是哪一处的宽度？」

苏小禾盯着第三个问题看了很久，然后在第四张图上，把花坛的一个角削成了一段弧，又把对面那个角补成了一个凸出来的半圆。周长没变，入口宽了，面积几乎没少。这张图是她画的，那个削角补角的主意也是她的。智能体做的，只是把三样东西摆到她手边。

这就是我们说的「孩子—AI 复合主体」。复合，是说这道题是孩子加 AI 一起做的；主体，是说做题的那个「我」仍然是苏小禾。AI 是这个「我」往外伸出去的一截手，不是坐在她位子上的另一个人。

怎样分辨是伸出去的手，还是替身？一个简单的看法：做完以后，把 AI 拿走，问孩子「你这一步是从哪里来的」，她答得出，那是手；她答不出，只会说「它给的」，那是替身。苏小禾答得出：削角是从「轮椅要宽」来的，补半圆是从「越像圆越大」来的，敢在一个角上动、在另一个角上补，是从旋转对称法里「一边拿走、一边补上」那一步来的。三条来路她都说得出。

这样看，判断一个孩子用 AI 用得好不好，不看他用了多少次、问了什么，而看他做完以后能不能把来路说出来。说得出来路的孩子，用 AI 越多，那个「我」长得越快；说不出来路的孩子，用 AI 越多，那个「我」越薄。同一个工具，在两个孩子手里朝两个方向走。老师能做的，不是收走工具，而是每次都问那一句：「这一步是从哪里来的？」问多了，孩子自己会先问自己。

本书站内的两本书和这里相碰。第 329 号《技术的「我」》讲我-AI 复合主体，人和 AI 合在一起成了一个新的「我」，但这个「我」的中心仍然在人那里。第 400 号《我材发生》讲「我」是怎样成材、怎样长出来的。放到班级里，这两本书合起来的意思是：AI 进教室以后，要守住的不是「孩子别用 AI」，而是「孩子在用 AI 的时候，那个『我』还在长」。

用 SDE 的话说，AI 在这里只做一件事：预备 E。E 是纠缠在一起的三界（理念界、现实界、自我界）。课本里的老结论是理念界的化石，花坛、轮椅、周长是现实界的约束，苏小禾自己的画和她参与过的旋转对称法是自我界那一份。三界本来就在，只是散在各处，一个初二孩子在周末晚上很难自己把它们全找出来。AI 把它们找出来、摆近一点。至于三界怎样被拧到一起、拧出一个新形状，那是孩子自己的事。S（显露）是在孩子手上显露出来的，不是在 AI 那里。

反过来的样子，班里也有。同一个周末，另一个孩子把同一道花坛题原封不动地丢给了一个通用的聊天软件，拿回来一段很漂亮的解答：先证明圆最省，再

说怎样在入口处开口。周一交上去，许老师问他：「入口为什么开在这一边？」他翻了翻本子，说：「它就是这么写的。」许老师没有批评他，只是在他的本子上画了一个问号，请他下午再来讲一次。这份解答本身没有错，错的是它没有原主。它在这个孩子那里没有变形，只是原样经过了一下，按本书的变形收受律，等于没有被收下。

两个孩子用的都是 AI，差别不在用没用，而在用完以后那个「我」有没有长出一截来。这也是为什么本书不把「禁止用 AI」放进底座：禁得住作业，禁不住一个孩子回家以后打开手机。能放进底座的，只有那一句可以当面检验的话：「你这一步是从哪里来的？」答得出，就是你的；答不出，就再走一遍。

所以这一节只立一条规矩：AI 只预备，不显露。它可以把根、旧枝、约束摆出来，可以提问，可以指出「你这一步好像和谁的哪一枝有关」，但它不替孩子走出那一步。走出那一步的人，才是这一枝的原主。

◆ 24.2　五项工作：守根、分枝、搭桥、记谱、提示换根

那么，这个智能体每天到底在干什么？我们把它的工作收成五项。五项各自对着一样东西：守根对着真，分枝对着自由，搭桥对着善，记谱对着可读，提示换根对着生死。先列一张表，再一项一项说。

工作	对着什么	它做什么	它不做什么
守根	真（在轨）	盯住底座和本轮的根，概念用错当场指出	不替孩子改对
分枝	自由	把同一个根上可走的不同路摆出来	不指定谁走哪条
搭桥	善（效率）	发现两枝可以互借，提议两个孩子碰一碰	不把一枝直接塞给另一个孩子
记谱	可读	把每一次借用、改写、认出记成候选线	不在两端确认之前画实线
提示换根	生死	算出饱和的迹象，提醒老师这一轮可能到头了	不替老师决定换不换

守根。真，在 SDE 里读作「在轨」：知识没有出轨。守根就是让孩子们无论怎样分枝，都别把底座弄错。比如赵磊在一次作业里写「两条边一样长，所以两个三角形全等」，智能体会停下来问：「这里用的是哪一条判定？」它不替他补上「夹角相等」，只把底座那一行指出来。底座零容忍，可零容忍的意思是错了必须改，不是由 AI 来改。改，是赵磊自己的事。

分枝。自由律要的是各走各的路。可很多孩子不是不想走自己的路，是看不见还有别的路。马骁做一道统计题，只会算平均数。智能体会告诉他：「这道题至少还有三种看法：看中位数、看最大最小差、看每一场的变化。」它不说哪种最好，只把路摆开。马骁后来选了看变化，因为他看比赛向来看「哪一节开始被追分」。这一枝是他的，路却是智能体帮他看见的。

搭桥。善，在本书里读作「效率」：一个人的力气在别人那里被用上，不白费。两个孩子在做几乎同一件事，却互不知道，力气就白费了一半。智能体看得见这种「几乎同一件事」。比如陈一诺在地理作业里按比例尺把一张校园平面图放大两倍，叶青在美术课上用打格子的办法把一张小画临摹到大纸上，智能体会给两人各发一句话：「班里有一位同学也在想『怎样放大而不走样』，要不要互相看一眼？」它只递话，不递作业。看不看、借不借，是两个孩子自己定的。桥是孩子自己搭的，智能体只是告诉他们河对岸有人。

记谱。可读，是说每一枝都认得出从哪个根来、经过了谁。在一个四十八人的班里，一周里可能有几十次「我用了你的一点东西」。老师一个人记不住，孩子自己也会忘。智能体做的，是把这些痕迹先记成候选线：谁的哪一步，像谁的哪一枝。候选线是虚的。只有原主认出「这是我的，被改了这一处」，借用者标出「我从他那里来的」，这条线才变实。举个记谱的日常样子。周三下午的班会，几个孩子在讨论读书角的书一次借几本才公平，赵磊说了一句「按页数算，薄的多借几本」，后来马骁把它改成「按页数算，再看字有多密」，最后写进班级词典的是马骁这一版。散会时没人记得这句话最早是谁说的。智能体从班会记录里看出了这两步，给两人各发了一条确认：「这一条是不是从赵磊那句话长出

来的？改了哪里？」赵磊回了一句「是我的，他加了字有多密」，马骁回了一句「从赵磊那里来的」。词典里这一条底下，就多了一行小字。

这一项最容易做过头，下一节专门讲。

提示换根。生死，是本书的时间总纲：一轮谱系会长，会密，会饱和，会死，死了才换根。饱和用肉眼很难看出来，因为饱和的班常常看起来很热闹，作业交得多，定理册条目也在涨。智能体能看到的是：新条目越来越像旧条目，新枝越来越集中在少数几个孩子身上，谱系事件一周比一周少。三样同时出现，它就给老师发一句提示：「这一轮可能快到头了，要不要准备合谱？」它只提示，不宣布。换不换根，什么时候换，从哪一枝里选新根，都是老师和孩子们的事，第 28 章会细讲。

这里还要补一件容易被忽略的事：智能体自己也会错，所以它也要能被校对。

有一回，守根这一项出了岔子。林朵用家乡的办法算一道分数应用题，先把几个分数都凑成同一个「份」，再一起数。智能体没见过这种写法，把她第二步标成了「步骤缺失」。林朵看了很委屈，跑去问许老师。许老师把那一步在黑板上走了一遍，发现一步不少，只是写法和课本不一样。她请全班一起看：这一步碰没碰底座？分数的意义没错，运算没错，只是路不同。全班说没碰。于是许老师在智能体里把那条提示撤掉，并且把林朵的写法作为一枝挂到了「分数加减」的根下面。

这件小事说明，智能体守的是底座，可「什么算底座」不能由它一个说了算。它可以先拉警报，但警报要经得起老师和孩子当面校对。一个不能被校对的守根者，迟早会把整块化石都当成底座来守，那正是第 5 章说的统一性的病。

五项连起来看，智能体在班里的位置就清楚了。它守在底座边上，站在分叉口，蹲在河边，坐在记录员的位子上，偶尔抬头看一眼季节。它唯一不站的位子，是答案位。第 22 章说过，起音的人拿出一块化石、说出它当初的对不上、然后退到旁边；指挥是常设、独占、不可被校对的答案位。这个智能体要是变成

了一个永远在线、什么都知道、谁也校对不了的答案位，那就是一个比任何老师都强势的指挥，这个班的谱系也就到头了。

所以这五项工作，每一项都带着一条「不做什么」。这些「不做」不是谦虚，是它能在班里待下去的条件。

◆ 24.3　谱系计算：把「认得」变成可计算的量

前面说过，记谱最容易做过头。做过头的样子是这样的：智能体看见两份作业有点像，就自己画一条线，说「乙借了甲」。这条线画得越多，图越好看，离真相越远。

先看一个例子。语文周老师布置了一篇续写：读完朱自清的《背影》，写「父亲回去以后」。四十八篇交上来，智能体发现其中有三篇，都从原文里同一个细节往下写：父亲为儿子去买橘子，爬月台时的那一段。一篇写父亲回家以后在灯下揉膝盖，一篇写儿子多年以后自己爬上月台，一篇写那几个橘子被儿子一直留到放坏。

三篇像不像？像，都从同一个细节长出来。可这三篇之间有没有借用？智能体不知道。它们完全可能各自从原著长出来，三个孩子谁也没看过谁的。这时候如果智能体自作主张，在三人之间画上「借用」的线，就把「同出一源」错当成了「双向认出」。本书第 8 章说过三种「同」：此刻相似、同出一源、双向认出。前两种机器很会看，第三种机器看不出来，只有两头的孩子自己说了才算。

所以智能体的做法是：先把这三篇都挂在原著那个细节底下，算三条从同一个根长出来的枝；然后给三个孩子各发一句话，「有两位同学也从爬月台往下写，要不要看看？」后来，写「儿子多年后自己爬月台」的那个孩子看了写「揉膝盖」的那一篇，在自己的结尾加了一句儿子爬完以后膝盖也疼，标上「这一句是看了某某同学的揉膝盖想到的」。写揉膝盖的那个孩子读到，说：「认得出，我写的是父亲疼，他改成了儿子疼，疼从父亲身上搬到儿子身上了。」这时候，两人之间的那条线才画实。第三篇呢，一直是一条独立的枝，没有和谁连上。这也很好，不是每一枝都要连。

这就是认出图的第一条规矩：**一条边，要两端都确认才画上**。原主认出被改了哪一处，借用者标出从哪里来，两个「指出」都成立。只有一端，是虚线；两端都没有，就没有线。智能体可以提议，可以猜，可以把候选线摆出来，但它永远没有权力替孩子点头。

为什么非要智能体来画？算一笔账就明白。四十八个孩子，两两之间可能有一条线，一共是一千一百二十八对。每一对之间，一周里可能有零次、一次或好几次借用；每一次借用，又要分清是原样接过还是变形接过、两端有没有都点头。一个老师白天上课、晚上批作业，就算每天只看十对，一学期也看不完一遍。靠人力，老师只看得见最显眼的几根线：讲台上发生的、吵过架的、她自己点过名的。那些在作业本角落里、在小组桌上悄悄发生的借用，都漏掉了。漏掉的恰恰是最多的那一部分。

有了这张图，几件原来说不清的事就能算了。我们只说大意，不写公式。

第一件，**班级之同按认出图的连通度算**。先说一个最直观的量。把四十八个点之间的实线都想成细线，拿一把剪刀，想把全班剪成互不相连的两块。最少要剪断几根线才能分开，这个数叫边连通度：只要剪一两根就分开了，这个班的「同」就很弱；不管从哪里下剪刀都要剪很多根，这个班就很「同」。可边连通度有点粗，它只数最薄的那一处要剪几根，别处织得疏还是密，它看不出来。图论里还有一个更细的数，叫代数连通度（学名是这张图的拉普拉斯矩阵第二小的特征值，读者不必记它）。它大致说的是这张网织得有多匀、多紧：线多而且铺得匀，它就高；网里只要出现一处细细的颈口——两大片孩子之间只靠两三根线连着——它就会掉下来，哪怕这时一根线也还没断。所以拿它当「快要裂成小圈子」的预警，比数剪几根更灵。这件事的意思很朴素：班级的同一性，不看大家此刻像不像，不看是不是同一个班名、同一套校服，而看这张认出图连得有多匀、多紧。人人都是班里的成员、认出图却断成几块的班，不算「同」；断成几块的时候，这两个数都是零。

第二件，**饱和按新枝的相似度算**。每一枝新条目写进定理册或班级词典时，智能体都把它和已有的条目比一比。新枝越来越像旧枝，说明这一轮的根已经快被长尽了。

第三件，**变形收受律按原样接过与变形接过的比例算**。本书的反常识律说：知识原样被接过去，等于没有被收下；一枝知识必须在接的人那里变了形，来路仍认得出，才算被收下。智能体看每一条实线两端的东西：借用者那一份和原主那一份是一模一样，还是改了某一处。原样接过的多，说明班里在抄、在背、在复述；变形接过的多，说明知识真的被收下了。

第 29 章会讲班级之美的四个读数：谱系事件率、「我的知识」指认率、互相查错率、分歧化解匹配度。这四个读数，都是从这张认出图上算出来的。没有这张图，四个读数只能靠老师估。

最后一件，也是我们最看重的一件：**连通度往下掉，是类我固化成小圈子的预警**。

举个班里常见的样子。靠窗那一组五个孩子，一开始是很好的类我，你改我的、我改你的，组里的解法越来越漂亮。可过了一个月，他们只在五个人之间借来借去，不再借组外的，组外的人也不再借他们的。这五个人彼此之间的线很密，和全班之间的线却一根根断了。在老师眼里，这一组很好，团结、成绩稳；可在认出图上，这一组和全班之间只剩一道细细的颈口。代数连通度会先往下掉，往往掉在老师感觉到「这几个人好像有点抱团」之前。

这时候智能体给老师的提示，不是「这五个人有问题」，而是「这一组和全班的线在变少」。老师能做的，是在圈子成型之前搭一座桥：比如下一道开放题，请这一组派一个人到另一组去讲他们的解法，并且要求对面「改一步」再讲回来。桥一搭上，线又多了一根，连通度又回来一点。

这条预警能不能成立，本书把它写成了一条可错预言：如果一个班裂成小圈子的时候，认出图的连通度并没有先掉下来，那么这一节的谱系计算和类我固化预警就是错的。第 30 章第 8 条就是它。

◆ 24.4　边界与底座

工具越好用，越要先说清楚它不能做什么。我们把这个智能体的边界收成三条，三条都放进底座。底座的意思前面说过：全班一样，不复活，零容忍。

第一条，**不替孩子创造**。这一条在 24.1 已经说过，这里再从反面说一遍。有一天马骁赶时间，对智能体说：「帮我把这道题的统计表做好，我明天要交。」如果智能体做了，交上去的表格很漂亮，可那张表上没有马骁这一枝，认出图上也不会因为它多出任何一根线。更糟的是，这张表一旦被别人借去，借用者会标「借自马骁」，马骁却认不出里面任何一处是自己的。一条线两头都是假的。所以智能体替孩子创造，不只是孩子少学了一点，而是往认出图里掺了假线。在本书里，掺假和数据造假、抄袭一样，碰的是底座。

第二条，**不公开排名**。智能体手里有很多数：谁的枝被借得多，谁认出得多，谁搭的桥多。这些数一旦排成榜，事情就变了。第 21 章讲过一张积分榜：帮同学讲题不加分，于是没人讲。反过来也一样，如果「被借得多」能上榜，孩子们就会去求别人借自己的、去争着标来源，认出图上的线会多起来，可每一根都不再是认出，而是交易。所以这些数只做两件事：给老师看全班的图长什么样，给每个孩子看他自己那一枝长在哪里、被谁接过。不排名，不公布，不给家长比较，不进学校考核。本书所有的读数都守这一条：读数只给班级自看。

第三条，**数据与隐私的界线归底座**。认出图上记的，是孩子们的作业、作品、借用和认出，这里面有孩子的笔迹、想法，有时还有家里的事：林朵写家乡，赵磊写他爸爸修电路。这些东西放进智能体，是为了让班里的谱系可读，不是为了让任何班外的人读。具体说，至少有几条要写进班级的底座：孩子的作品默认只在本班可见；一枝知识要拿出班外（比如被选进年级展览），得先问过原主；孩子可以要求把自己某一枝从图上撤下来；毕业以后，这张图怎样保存、给谁看，要先和孩子、家长说清楚。这几条怎么定，各校的条件不同，本书不替学校定，只说一件事：它们属于底座，不属于可以商量着各走各的那一层。

三条边界合起来，回答的是同一个问题：这个工具到底是为谁画图？为孩子和老师，为这个班自己。它画的是这个班自己的谱系，不是给班外的人看的一张

监控图。认出图之所以有意义，是因为每一根线都由两端的孩子亲口认过；一旦孩子们知道这张图会被拿去排名、拿去比较、拿去别处用，他们点头的时候就不会再说真话，这张图也就没用了。

这三条边界，最先被考验的往往不是孩子，而是家长。一次家长开放日上，一诺妈妈问许老师：「既然你们有这么个系统，能不能把一诺在全班的位置给我看看？她被借了多少次，排第几？」许老师没有给。她打开了一诺自己的那一页给她看：一诺这半学期长出了哪几枝，其中哪一枝被谁接过去、改成了什么样，又有哪一枝是她从别人那里接来、改过以后写回定理册的。一诺妈妈看了好一会儿，说：「原来她也会借别人的。」许老师说：「借了、改了、还标得出来路，这在我们班比考第一难。」

这一段对话里，许老师守住了第二条，也守住了第三条：她给家长看的是孩子在树上的位置与生长，不是孩子在榜上的位置；她给的是一诺自己的一页，不是别的孩子的。

再往细里说一件事：孩子有权说「这条线不是这样的」。认出图上的每一根线都由两端的孩子点头画上，那么也应该能由他们收回。有一次，一个孩子在班会上说，上个月他认了一条线，说同桌的方法是从他那里来的，后来想想，其实是两个人同时想到的，他当时认得太快了。许老师当场请两人重新看一遍，把那条线改成了两枝并列。第 21 章讲三本账时说过，被记的人有权改账法；放到认出图上，就是被画进图里的孩子，也有权改自己那一根线。图是孩子们一起画的，也就要让孩子们一起改得动。

还有一件事也要说在前面：这个智能体哪天停了，班级照常。认出、借用、改写、回流，本来就是孩子们自己做的，智能体只是记得更全、看得更远。停了，老师就退回到黑板角上画线，图会小一些、慢一些，但闭环照样能合上。一个班如果离了智能体就再也合不上一个闭环，那说明智能体早就越过了 24.1 那条规矩，站到了孩子前面。

所以，边界不是加在这个智能体外面的一道安全锁，而是它能工作的前提。守不住这三条，它画出来的图越精细，离班级之美越远。

带走的话

- **发生的工具是：同一性知识谱系发生智能体。它服务的是新知识在班里长出来，不是旧知识传得更快。**
- **孩子和 AI 合成一个复合主体，「我」仍在孩子那里；AI 只预备，不显露。**
- **五项工作——守根、分枝、搭桥、记谱、提示换根——每一项都带着一条「不做什么」，它唯一不站的位子是答案位。**
- **认出图上的一条边，要两端的孩子都确认才画上；班级之同看这张图连得有多匀、多紧。**
- **连通度往下掉，是类我固化成小圈子的预警；搭桥要在圈子成型之前。**

小　账

本章的承重说法：一个老师、四十八个孩子的班里，认出图要靠一个只记候选线、等两端确认才画实的智能体来画；班级之同按认出图的连通度算，连通度下滑先于小圈子成型。

本章在这种局面下算错：一个班裂成小圈子时，认出图的连通度并没有提前下降；或者用了智能体的班，孩子们说不出自己那一枝从哪里来的比例反而上升。

明天可以试的一件小事

不用任何软件，下一次作业讲评时，挑出两份有一点像的作业，请两个孩子各回答一句：「他改了你哪一处？」「你是从他哪一步来的？」两句都答得出，就在黑板角上画一条实线；只答出一句，画一条虚线。看一周下来，黑板角上有几条实线。

◆

25

第 25 章

大数据 AI：化石免费之后，班级只剩谱系发生

十二月初的一节数学课，许老师刚说完「今天讲一次函数的应用」，后排的赵磊就举了手。

「老师，这个我昨晚问过 AI 了，它三秒钟就讲完了，还配了图。」他停了一下，又说，「那我们还来学校干什么？」

教室里有人笑，也有人不笑。陈一诺低着头，她昨晚也问过。马骁在本子上转笔，他没问，但他知道可以问。许老师没有接着讲一次函数。她在黑板上写下赵磊那句话：「那我们还来学校干什么？」然后说：「这道题，比一次函数难。我们今天先做这道。」

那节课最后没有得出一个整齐的答案。可有一件事全班都同意了：如果来学校只是为了把课本上的东西装进脑子里，那赵磊说得对，AI 比老师快，比课本耐心，半夜也不睡觉。

> **这一章的问题**
>
> 当课本里的公共知识——本书叫它化石——变得几乎免费，班级还剩下什么是非它不可的？

本书指导老师王德生说过一句话：「现在是基于大数据AI下的班级之美的发生学了。」这句话不是赶时髦。它说的是一个条件变了：这本书前面二十四章讲的所有事，双向认出、类我、回流、换根，在过去一百多年的班级里都有人做过，可总是只能在少数小班、少数好老师那里做成。大数据 AI 来了以后，两件事同时变了：化石近乎免费，认出图第一次算得出来。这一章就讲这两件事。

◆ 25.1　四十八份 AI 答案

还是从那节一次函数课往后说。许老师布置了一道作业：「找一个你生活里的一次函数，写清楚它的两个量是什么、为什么是一次的。」

第二天，四十八份作业交上来。许老师花了一个晚上看完，发现了一件以前没有过的事：几乎每一份都是对的，而且都很漂亮。出租车起步价加每公里多少钱，手机套餐月租加每分钟多少钱，水费按吨计价，一份比一份整齐，连「为什么是一次的」都写得头头是道：因为每多一个单位，增加的量是一样的。

漂亮之余，许老师数了数：写出租车的十九份，写手机套餐的十一份，写水电费的九份。剩下九份里，有几份像是孩子自己憋出来的，字迹潦草，例子也别扭，其中一份还写错了。

她没有去查哪些是 AI 写的。查不过来，也查不准。她换了一个看法：这四十八份作业里，有几份是「我的知识」？

照本书的口径，一份作业是不是「我的知识」，不看它对不对、漂不漂亮，看它有没有从根上长出一枝原来没有的东西，并且原主说得出它从哪里来。出租车计费是一块很好的化石，课本里有，教辅里有，AI 那里更有。十九个孩子交上来的十九份出租车，形状几乎一样，是同一块化石的十九次复印。复印再多份，认出图上一根线也不会多。

那份写错了的作业，是马骁的。他写的是篮球比赛：「一个队的得分和时间是一次函数，每分钟大概得两分。」许老师在旁边画了个问号：比赛里得分真的每分钟一样多吗？第二天，马骁拿着自己记的三场比赛的分数来找她。他说：「不一样，前三节差不多是一次的，最后一节就乱了，领先的队在拖时间，落后的队在拼命投三分。」

许老师没有直接告诉他对不对。她问的是：「你这个『乱了』，乱在哪一分钟开始？」马骁翻着记分表，一场一场找，发现三场比赛里，「乱」都是从最后

五六分钟、比分差在十分以内的时候开始的。差得太多，大家都放弃了，得分又变回平平的；差得不多，两边才拼命。他自己把这句话补到了作业后面。

这一下，这道作业活了。一次函数这块化石，在马骁那里被重新打开，长出了一枝课本里没有的东西：一个量在一段里是一次的，过了某个点就不是了，而那个点在哪里，要看人怎样做决定。许老师把这份作业贴到了后墙谱系墙上。后来，写出租车的一个孩子在上面添了一句：「出租车也是，晚上过了某个点，起步价就变了。」马骁认出来：「他把我的『最后一节』换成了『晚上十一点』。」一条实线就这么画上了。

再说陈一诺。她交的也是出租车，写得最完整，连夜间加价都写上了。许老师问她：「你这一份里，哪一句是你自己的？」一诺想了很久，指着最后一行说：「这句『所以打车要算清楚』是我加的。」那一句确实是她的，可它没有从一次函数这个根上长出任何东西，只是在复印件后面签了个名。后来一诺去看了马骁那一份，回来说：「我家楼下的菜市场，猪肉按斤卖是一次的，可买得多老板会抹零，过了某个数就不是了。」这一句才是她的一枝，而且看得出是从马骁的「最后一节」那里来的。

这里还有一件智能体要格外小心的事。四十八份作业里十九份出租车，如果只看新条目和旧条目像不像，这个班在作业交上来的第一天就「饱和」了：新枝几乎全和课本、和彼此一样。可这不是真的饱和。饱和说的是一轮谱系长尽了，根上已经长不出新东西；而这一天，根上还一枝都没长，只是化石被复印了十九遍。所以第 24 章提示换根时说的饱和判据要三样同时看：谱系事件率连续下降，新枝集中在少数孩子，新条目越来越像旧条目。单看相似度一样，在 AI 时代会天天报警。复印出来的「像」和长尽了的「像」，要分开算。

这件事让我们看清楚一点：AI 让化石变得免费，免费的不是知识，而是复印。复印越便宜，一份作业里原样接过的部分就越多。照本书的变形收受律，原样接过等于没有收下。所以 AI 来了以后，班里原样接过的比例会先往上冲，这

是可以预料的。要紧的不是去堵 AI，而是让班里有一个地方，专门收那些变了形、来路认得出的东西。

许老师后来改了作业的要求。下一次，她不再只说「找一个一次函数」，而是说：「从后墙上任何一位同学的例子出发，改一处，写清楚改了哪里、借了谁；再请原主看一眼，认不认得出。」交上来的作业少了很多漂亮话，多了很多小字。有的小字写着「借自马骁的最后一节」，有的写着「借自出租车那一份，换成了夜里的路灯」。

改了要求以后的那一周，许老师在发生智能体上看到的图也变了样。上一周，一次函数这个根底下挂着四十多份作业，几乎全是同一种形状，彼此之间只有三条实线；这一周，挂在底下的作业少了一些漂亮话，可实线多出了十几条，有几条还连到了平时很少和别人连上的孩子。连通度往上走了一点。许老师知道，这一点点上升不是因为孩子们少用了 AI，而是因为作业要求里多了一句「请原主看一眼」。用不用 AI，图上看不出来；有没有被认出，图上看得清清楚楚。

当然，也有孩子嫌麻烦。有人问：「我直接写一个自己想的例子，不借任何人的，行不行？」许老师说行，那就是一枝新长出来的，挂在根底下，等别人来借。不借别人不是错，只是这一枝暂时还没有接进网里。

这些作业，AI 也能帮着写。可它写不出最后那一步：原主的点头。点头那一步，只能在这个班里发生。

◆ 25.2　统一管理是一把尺子时代的不得已

讲到这里，很容易冒出一种情绪：过去那种统一的班级，统一的课本、统一的步骤、统一的考试，是不是错了？

我们的回答是：不是错了，是不得已。

第 1 章说过，班级授课制、统一课表、统一考试，让公共知识第一次能大规模地传给每一个孩子，是了不起的发明。这里我们只补一层：它为什么非统一不可？

想象一个老师站在四十八个孩子前面，手里只有一把尺子。这把尺子是她自己的眼睛、耳朵和一支红笔。她能量的东西很有限：谁的答案和标准答案一样，谁的不一样；谁的步骤齐，谁的缺了一步。用这把尺子量四十八个孩子，最省力的办法就是让大家走同一条路，然后看谁走偏了。走同一条路，偏差才看得出来；各走各的路，她一个人根本量不过来。

许老师刚工作那几年，批作文用的就是这样一把尺子：格式对不对，字数够不够，错别字几个，有没有用上这单元学的修辞。四十八篇，一篇五分钟，一个晚上就是四个小时。她也想过，哪一篇的某一句其实是从同桌那里来的，改得还挺好；哪一篇和上周那篇像是在接着对话。可这些她只能偶尔看出一两处，记不下来，也没法给分。久而久之，她自己也只看得见尺子量得到的那几样了。

所以统一，首先是一种量法。一把尺子只能量「像不像」，量不了「从哪里来、经过了谁、变成了什么」。这不是哪个老师的毛病，而是尺子的毛病：同一把尺子，放到最用心的老师手里，量出来的也只是点和点像不像，量不出点和点之间连没连上。后者要量的是线，不是点：四十八个点之间一千多对可能的线，每一根线还要分清原样和变形、单向和双向。这不是一个老师用一支红笔能做的事。不是她不想，是做不到。

第二层，统一也是一种传法。过去，一块化石要传到每个孩子手里，成本很高：要印课本，要有人讲，要反复练。传得慢、传得贵，就只能一样地传、一次地传，没有余力让每个孩子在上面各长一枝。各长一枝，是一种奢侈。

这两层合起来，就是我们说的「一把尺子时代」：传化石很贵，画认出图做不到。在那个条件下，统一管理是最合理的选择。许老师早年带班时要求全班齐

读、步骤一致、笔记一样，不是因为她不懂孩子各有各的路，而是因为她手里只有一把尺子。

大数据 AI 动的，正好是这两层。

第一层，传化石变得几乎免费。25.1 节那四十八份作业已经说明了：课本上的一次函数，孩子半夜就能拿到，还拿得比老师讲得更细。过去老师花在「传」上的大半力气，现在有一部分可以不花了。

第二层，认出图第一次画得出来。第 24 章讲的发生智能体，干的就是这件事：把一千多对可能的线记成候选，等两端的孩子点头再画实，然后算连通度、算相似度、算原样与变形的比例。过去只能靠一个老师的直觉去猜「这个班团不团结」「这几个人是不是在抱团」，现在有了一张可以自己看的图。

说到这里，一诺妈妈那种「统一管严、多刷题」的主张，也就好理解了。她不是不爱孩子，她相信的是一把尺子时代最可靠的那条路：大家走同一条路，走得最熟的人排在最前面，排在前面的人有出路。在那个时代，这条路确实是最省成本、最看得清的一条。她的焦虑不是错觉，是那个时代的量法在她心里留下的样子。要和她谈，不能说「您的想法过时了」，只能把孩子那一页认出图摊开给她看：您的孩子在这里长出了什么，被谁接过去，又从谁那里接来了什么。看得见了，她才可能相信这条路也是一条路。

两层一起变，统一管理的理由就松动了。不是统一错了，而是让它不得已的那两个条件，一个变便宜了，一个变得做得到了。这也是本书第四句「X 不是 Y，而是 Z」要说的：班级不是传递公共知识的单位，而是双向认出闭环的发生器。一个老师、四十八个孩子，认出图靠人力画不出来；大数据 AI 让化石近乎免费、又让认出图第一次算得出来，这是同一性谱系的历史条件。

这里我们要特别提醒一句，免得这一节被读成 AI 的广告：AI 只是拿走了统一的借口，并没有自动带来谱系。化石免费了，孩子们完全可以拿着免费的化石，各复印各的，比过去更整齐；认出图算得出来了，学校也完全可以拿着这张

图去排名、去考核，把它变成一把更细的尺子。还有第三种更隐蔽的用法：用大数据给每个孩子推一条只属于他的路。每个孩子一个 AI 老师，做自己的题，看自己的讲解，走自己的进度。听起来是把多样性推到了头，可放到认出图上看，四十八个点各自长得很好，点和点之间一根线也没有。这正是隔壁王老师「自由日」的放大版：自由律被推满了，枝分化数很高，可没有一枝被别人认出，没有一枝回流进全班。这样的班，连通度是零。它不是统一的反面，它只是把统一时代的「各自对着标准答案」换成了「各自对着自己的 AI」，孩子和孩子之间照样不相干。

这三种用法，都会让班级比一把尺子时代更糟。AI 改变的是条件，不是方向。方向，仍然要靠底座里那几条规矩、靠老师退到起音的位置上去守。

◆ 25.3　班级为什么不会消失

回到赵磊那个问题：化石都免费了，我们还来学校干什么？

有一种回答是：来学校是为了社交，为了纪律，为了有人管着。这些都对，可都不够。如果只是为了这些，班级可以变成托管所，也可以变成兴趣营。我们想从本书自己的判词里找回答。

判词说，班级之美是双向认出的谱系闭环。闭环要合上，要四关都过：在场、有差、双向认得、回流。一关一关看，AI 能帮哪一关，替不了哪一关。

在场，是别人的知识在我这里出现。AI 能帮，它能把别人的东西摆到我面前。有差，是我把它改了形。AI 能帮着出主意，可改形的那一步得是我自己走，否则就不是「我」的差。回流，是写进全班共用的那一层，定理册、词典。AI 能帮着记、帮着整理。

只有双向认得这一关，AI 替不了。认得，要有一个原主，他认得出自己的一枝在别人那里长着，被改了哪一处。原主得是一个人，是一个在这个班里、有自己一枝、关心它长成什么样的同学。AI 可以说「这一步和林朵上周那一枝很

像」，但它不是林朵。只有林朵自己指着说「这里是我的，可你改了」，那一刻才算数。

类我也一样。类我的操作定义是：组里至少两个人的不同做法被对方改写进自己的解法。至少两个人。一个孩子和一个 AI 来回改，改得再多，也只是一个复合主体在自己跟自己商量；第 24 章说过，复合主体的「我」在孩子那里。类我要的是两个「我」，两个各有来路、各有一枝的孩子。

还有一层是现实界的。三界里的现实界，在教室里是课桌、课时、试卷，是坐在你旁边的那个人。苏小禾很少开口，可她画的图会被同桌看见；赵磊坐不住，可他的手在桌面上比划齿轮时，前排会回头。很多借用就是这样发生的：不是谁把作业发给谁，而是隔着一张课桌看见了。这些「看见」是认出图上最细、也最多的那一层线。网上的课可以把四十八个人放进同一个屏幕，却很难让他们隔着一张桌子看见彼此的半成品。半成品被看见，枝才有机会在还软的时候被别人接过去、改一改。

说班级的理由变了，不等于说班里不再传化石。底座还是要传，而且要一样地传：定义、符号、安全、诚信、不欺凌，这些全班必须一样，不复活，零容忍。AI 能把化石送到每个孩子手上，却不能保证每个孩子手上的那一份底座是对的、是一样的；它甚至会把一个错的定义讲得头头是道。所以老师讲课的时间不会归零，只是会从「把整块化石讲一遍」收缩到「把最薄的底座讲准、把根的对不上讲出来」。省下来的那部分时间，才轮得到分枝、搭桥、记谱。第 18 章说一节课是立根十分钟、分枝二十五分钟、搭桥记谱十分钟，这个比例在一把尺子时代很难做到，因为讲完一整块化石就下课了；化石免费以后，它才变得做得到。

所以，化石免费以后，班级里最贵的东西反而清楚了：是一屋子各有一枝、彼此认得的人。四十八个孩子坐在一起，每天互相借、互相改、互相认，这件事

AI 做不了，网上的课也很难做到这样密。班级不会消失，因为双向认出需要一屋子真实的原主。

这也意味着，班级会被逼着变。如果一个班只做传化石的事，它面对 AI 毫无优势，孩子们会越来越不愿意来，或者人来了心不来。如果一个班做的是谱系发生的事，它就有了 AI 替不了的那一份。我们说「班级只剩谱系发生」，意思不是班里以后不讲课了、不考试了，而是那些传化石的活儿会越来越不足以撑起一个班存在的理由，撑起它的，会是一次次在这里、而且只能在这里合上的闭环。

回到这一章开头那节课。赵磊那个问题，后来真的被写进了《班级词典》，词条就叫「来学校干什么」。第一版是赵磊自己写的，只有一句：「来学校是因为不来会被骂。」全班笑了，许老师也没删。过了两周，马骁在下面加了一行：「来学校是因为我的记分表只有在这里才有人借。」又过了几天，苏小禾加了一行，没写字，画了一张图：一棵树，树上挂着很多小纸条，纸条之间用细线连着。林朵在图旁边写：「我家乡的算法在这里被人改过了，我认得出来。」最后一行是赵磊补的，他把自己第一版那句划掉一半，改成：「来学校是因为在这里，我的东西会在别人那里长。」底下标着：「改自马骁、林朵，看了苏小禾的图。」马骁看了说，「在别人那里长」是从他的「有人借」改出来的；林朵说，「长」字是她那句「被人改过」变的；苏小禾在那棵树旁边点了一下头。

这一条词条，本身就是一次谱系事件：在场、有差、双向认得、回流，四关都过了。它也是本章最好的回答。AI 能告诉赵磊一次函数是什么，却没法让他的一句气话，在四个同学手里变了形以后，又被他自己认出来、改掉、写回全班的词典里。

这是一个判断，不是一个已经被证明的结论。它会不会错，下一节说。

◆ 25.4　一条可错预言

本书每一章都要说清楚自己在什么局面下算错。这一章的说法比较大，所以我们单独拿出一节来写它的可错预言：

十年后，纯讲授班的吸引力不降，本章就错了。

为什么是十年？因为化石变得免费，不是一夜之间的事。今天，有的孩子家里有电脑和网，有的没有；有的家长让用，有的不让。孩子们拿到化石的成本，还在从「很贵」往「几乎免费」走的路上。等这条路走得差不多，大多数孩子在家里都能随手拿到讲得比课堂更细的公共知识，纯讲授班才算真正站到了 AI 的对面。太短，看不出来；太长，变量太多，说不清是什么起了作用。十年，大约是一届初中生从入学到大学毕业的时间，也是一位班主任带完三轮的时间。

先把几个词说清楚。

「纯讲授班」，指的是以老师讲、学生听、统一练、统一考为主，基本不做分枝、搭桥、记谱的班级。它不是坏班，很多这样的班成绩很好、秩序很好。我们说的只是它的工作方式：它主要做的是传化石。

「吸引力」，用本书 S3 的说法，美＝吸引。吸引力不是孩子嘴上说喜不喜欢，而是看得见的行为：孩子是不是按时来、来了是不是在场；下课铃响了，是不是还有人留在座位上接着讨论；有选择的时候，孩子和家长是不是还愿意选这样的班；毕业以后，是不是还有人回来找老师、找同学，翻那本旧作业。这些都可以数，不需要给任何孩子做心理测量，也不进任何考核。

「不降」，指的是拿十年后的纯讲授班和今天的纯讲授班比，上面这些行为没有往下走。

我们为什么敢这样预言？因为照 25.2 和 25.3 的推理，纯讲授班的核心工作是传化石，而传化石正是 AI 最擅长、最便宜的事。孩子在家半夜能拿到的东西，白天在教室里再听一遍，吸引力理应往下走。如果十年后它没有往下走，那

只能说明两种情况之一：要么化石并没有像我们想的那样变得免费，要么传化石本身还藏着我们没看到的吸引力。不管是哪一种，本章「化石免费之后，班级只剩谱系发生」的判断都站不住。

这条预言还有一个兄弟，写在第 30 章第 6 条：不用发生智能体、全靠人力的四十八人班，如果谱系可读度和用智能体的班一样高，那么本章说的「认出图第一次算得出来是同一性谱系的历史条件」也就错了。一条管「化石免费」，一条管「认出图可算」，正好对着 25.2 说的两层。

最后说两种不算推翻的情形，免得这条预言被随便打发。第一，某所学校纯讲授班的升学率很高、报名的人很多，这不算推翻：升学率量的是另一件事，本章说的吸引力是孩子在这个班里的在场与留恋。第二，某个纯讲授班的老师讲得极好、孩子们很爱听，这也不算推翻：一个极好的讲授者，常常已经在讲台上做着复活化石的事，第 18 章说过，好的讲授是复活化石。这条预言看的是一大批普通的纯讲授班，在十年里整体往哪里走。

那么，这条预言怎样才能真的被检验，而不是十年后各说各话？我们的建议很朴素：从现在起，一个班可以自己记几样东西，只给自己看。每周有几天全班按时到齐；下课铃响以后五分钟内，还有几个人留在座位上讨论；每学期末，有几个孩子说愿意下学期还在这个班；毕业以后，有几个人回来过。这些数不进考核，不给学校排名用，不和别的班比高低，只和这个班自己的去年比。若干年以后，许多这样的班把自己的本子摊开，纯讲授班和谱系化的班各往哪里走，就不再靠谁的口才，而靠一本一本的旧账。

如果账上显示我们错了，这一章该改的地方也很清楚：要么改掉「化石免费」这个前提，要么承认讲授本身有一种我们没有算进去的吸引力，并且回头去找，它到底是什么。

写下这条预言，是因为这一章最容易被读成「AI 来了，教育要革命」的口号。我们不想写口号，只想写一个可以被十年后的班级拿来对账的判断：化石免

费以后，班级还能留住孩子的，只剩那些只能在这里合上的闭环。如果十年后事实不是这样，那就照第 30 章说的，让这一章好好地死，换一个根重新长。

带 走 的 话

- **王德生老师说，现在是基于大数据 AI 下的班级之美的发生学了：化石近乎免费，认出图第一次算得出来，两件事同时发生。**
- **AI 让化石免费，免费的是复印；原样接过的会先变多，班里要有专门收「变了形、认得出来路」的地方。**
- **统一管理不是错，是一把尺子时代的不得已；AI 拿走了借口，但没有自动带来谱系。**
- **班级不会消失，因为双向认出需要一屋子真实的原主，这一关 AI 替不了。**
- **十年后纯讲授班的吸引力不降，本章就错了。**

小　账

本章的承重说法：大数据 AI 让化石近乎免费、让认出图可算，班级存在的理由从传递公共知识转到双向认出闭环的发生。

本章在这种局面下算错：十年后纯讲授班的吸引力（按时在场、下课后留下讨论、愿意选择、毕业后回访）整体不降；或全靠人力的四十八人班谱系可读度与用发生智能体的班一样高。

明 天 可 以 试 的 一 件 小 事

下一次布置作业时，加一句要求：「可以用 AI，但交上来时，请在你自己改动过的那一处画一条波浪线，并写一句这一处是从哪里来的。」收上来以后，只数一件事：有多少份作业里画得出波浪线。

◆



第　七　编

一年的谱系与换根

导　语

前面六编，我们一块一块地拆开了班级之美：化石怎样死，谱系性知识是什么，冲突怎样变成燃料，课桌、课时、考试怎样升维，老师和智能体站在哪里。拆开看，每一块都说得通。可一个班不是拆开过日子的，它是从九月开学一天一天过到第二年夏天的。

这一编把拆开的东西重新装回一年里。开学时，全班还只是四十八个刚坐到一起的孩子，手里只有课本这块化石；第一个根怎样选，第一批类我怎样冒出来，《班级词典》第一页写什么，是第 26 章。学年中间，刺头、沉默者、转学生和家长各自怎样长出一条自己的谱系，又怎样被别人认出来，是第 27 章。学年末，认出图密到新枝越来越像，这一轮怎样好好地死、下一轮的根从哪里来，是第 28 章。

这一编有一条硬要求：饱和必须有可以算出来的判据。如果「这一轮该结束了」只凭老师的感觉，那么换根就只是「释放、重组、再生长」那类循环的另一种说法，谁都可以说，谁也没法错。本书要的是一个会错的说法。

26

第 26 章

开学：第一批类我与第一条共同知识

九月一号，初二（3）班开学。

教室刚刷过墙，后墙空着一大片，只钉了一张白纸，上面是许老师用毛笔写的四个字：「谱系墙」。底下还空着。讲台角上放着两个新本子，一个封面写《班级定理册》，一个写《班级词典》，翻开都是白的。

第一节是班会。许老师没有先念班规，她拿起讲台上一根细木条和三根图钉，当着全班钉成一个三角形，又拿四根木条钉成一个四边形。她把四边形举起来，两手一推，四边形歪成了一个扁扁的平行四边形；再推三角形，三角形纹丝不动。

「这个，你们小学就知道了，三角形有稳定性。」她说，「我想问一个小学没问过的问题：它凭什么不动？还有，你们家里、路上，哪里见过有人专门用三角形来对付『晃』？」

教室里安静了几秒。然后后排有人说：「我爷爷搭豆角架子，四根竹竿一绑总是歪，他再斜着绑一根，就不歪了。」是魏晨阳，一个开学第一天就迟到的男生。

前排有人接：「学校门口那个篮球架，后面也有一根斜的。」

赵磊在后面哼了一声：「晃就拿铁丝拧紧，这有什么好问的。」

许老师没有接任何一句话，她在黑板最右边写下三行：豆角架、篮球架、拧铁丝。写完以后，她把三角形木框挂在黑板旁边的钉子上，说：「这一学期，我们的第一个根就是它。」

这一章的问题

开学第一周，一个班手里只有课本这块化石，第一个根该怎么选？第一批「类我」从哪里冒出来、凭什么才算数？《班级词典》的第一页又该怎样写，才不是又一本抄来的笔记？

◆ 26.1　怎样选一个好根

先说清楚「根」是什么。按本书的用法，课本这块化石分两部分：一部分是底座，必须全班一样，不复活，比如定义、符号、安全、诚信；另一部分是根，是这一轮被拿出来复活、让孩子们在上面长枝的那一块。开学选根，等于决定这一学年的第一轮谱系从哪里发芽。

许老师那年暑假备课，手里有三块候选的化石。

第一块是「三角形内角和等于一百八十度」。这条孩子们小学就背熟了，撕纸拼角也做过。它的毛病是太「熟」：孩子一听就觉得自己会了，没有对不上的地方。一块化石，如果在孩子那里激不起任何一句「凭什么」，它就打不开。

第二块是「全等三角形的判定」。这一块是初二上学期的重头，分量很足。可它的门槛高：边角边、角边角、边边边，再加上为什么边边角不行，开学第一周就拿出来，前十名的孩子能长出东西，后三十名的孩子连门都摸不到。根要是只有少数孩子能进去，长出来的谱系就是几根独苗，谈不上一个班的谱系。

第三块就是那天班会上的「三角形的稳定性」。这一条在课本里只有一两句话，配一张图。许老师最后选了它，理由我们替她归成四条，这四条也可以当作任何一个老师开学选根的检查表。

第一条，说得出它当初回答的是哪一个「对不上」。三角形稳定性当初回答的麻烦很具体：人搭东西，总是会晃，木头接头一松，方框就歪。为什么偏偏三根杆子围起来就不歪？这个「对不上」，一个初二孩子用手推一推木框就能感到。复活化石的第一条判据，就是能把当初的对不上重新摆出来；摆不出来的，只能背。

第二条，门槛低，每个孩子手边都有一点。豆角架、篮球架、自行车架、晾衣架、电线杆上的斜拉、楼道里的折叠梯，几乎每个孩子都在生活里见过「斜着加一根」。这正是第 7 章说的预备 E：在新一轮开始之前，已经纠缠在孩子身上的那些经验。好根要能把预备 E 勾出来。勾不出来的根，全班只能围着老师转。

第三条，底座和根分得开。这一块化石里，必须一样的东西很清楚：三角形的定义、三边确定则形状确定（这是后面学全等时的「边边边」，开学先说大意）。随你走的路也很清楚：为什么三边定了就动不了，四边形要加几根才能不动，五边形、六边形呢，生活里的斜撑放在哪里最省料。底座薄，根宽，枝才有地方长。

第四条，长出来的东西写得回去。根不是拿来热闹一下的。选根时就要想好：如果孩子们真长出了课本上没有的东西，它能写进《班级定理册》或《班级词典》吗？会不会只是一堆好玩的照片？三角形稳定性这一块，能长出的东西是可以写成一句话的，比如「多边形要不晃，至少要加几根斜撑」，这一句课本里没有，孩子们却可以自己找出来，而且找对了能检验。

反过来，也有三种根不能选。一种太薄，薄到其实是底座，比如「什么叫三角形」，这只能统一，不能复活。一种太厚，一整章、一整个单元一起拿来当根，孩子们会在里面迷路，长出来的枝互相找不到。还有一种是老师自己心爱、孩子毫无感觉的根。许老师说过，她最想拿来开学的其实是全等，因为她讲了八年，有一套漂亮的讲法。可她自己知道，那是她的枝，不是这四十八个孩子的根。

这四条，换成第 12 章的话说，其实是在给意义三律找一个下手的地方。创造律要全班把力气拧到同一个问题上，所以根要有一个清楚的对不上，大家都被它卡住；自由律要各走各的路，所以根要门槛低、入口多，豆角架、篮球架，连赵磊那句「拿铁丝拧紧」都能从这里进来；幸福律要一个人的自由在共同创造里恰好被用上，所以根要长出写得回去的东西，让带来的人看得见自己那一份被用上了。一个根如果只满足创造律，就是一道全班一起攻的难题，人人朝一个答案

挤；只满足自由律，就是一次「说说你家里的三角形」的分享会，说完就散；三律都有地方下手，第一轮才转得起来。

不妨也看一个选错的样子。设想另一位老师开学也想「复活化石」，她选的根是「勾股定理的五百种证法」。题目很大，资料很多，她准备了一整周。结果第一周过去，班里只有两个数学特别好的孩子交了新证法，而且两人都是从网上找的，原样搬进来。其余孩子在旁边看热闹。这个根犯了两条：门槛太高，勾不出全班的预备 E；长出来的东西不是变形接过的，是原样搬来的。它看起来最有学问，却最难合上一个闭环。

选根还有一个时机问题。开学第一周的根，不要追求大。第一轮谱系的任务，不是一下子长出很多新知识，而是让全班第一次经历一件事：一个人带来的东西，在别人那里变了形，原主还认得出来，最后写进本子里。这件事哪怕只发生一次，这个班就知道「我们这里是这么过的」。所以第一个根宁可小，宁可简单，要紧的是一个月之内能合上一次闭环。

那一周后来发生的事，可以简单说一下。魏晨阳的豆角架被画到了黑板上。有人问：豆角架是四根竹竿围一圈再加一根斜的，为什么一根就够了？大家拿木条试，四边形加一根对角线，果然不晃了。五边形呢？要两根。六边形呢？三根。马骁在旁边把数字列成一排：四边形一根，五边形两根，六边形三根。他说：「每多一条边，就多一根。」

许老师问：「为什么？」

苏小禾在本子上画了一个六边形，从一个顶点往其他顶点连线，六边形被切成了四个三角形，她数了一下，连了三根。她举起本子没说话，同桌替她说：「她的意思是，切成全是三角形就不晃了。」

这一步，课本上没有写成一句话。全班把它写成了：「一个多边形，从一个角往别的角连斜撑，切成全是三角形，就不晃了；要的斜撑数是边数减三。」后面学到多边形内角和时，孩子们会在课本里再次碰到「从一个顶点出发切成三角形」的做法。那时候，这个班不是第一次见它，而是认出了它：这不就是我们开学时找到的斜撑吗？

一个好根，就是这样：它从一块小化石出发，长出一枝课本里暂时没有的东西，又在后面的课本里被认回来。

◆ 26.2　第一批类我

开学第一周，班里会自然地冒出一些小团体。很多班主任都说过，最常见的有三种：午饭桌上坐到一起的，放学同一条路回家的，因为同一个兴趣凑到一起的。

这些小团体很宝贵。它们是第 7 章所说的预备 E：在任何人安排之前，孩子们已经互相缠在一起了。老师组建小组时，从这些现成的缠绕出发，往往比按成绩、按学号硬分要顺得多。

可是本书要先说一句冷的话：凑在一起不等于类我。

回到第 9 章的操作定义：组里至少两个人的不同做法，被对方改写进了自己的解法，才算类我；分工拼好的小组不算。注意这条定义里没有「关系好」，也没有「合得来」。它只看一件事：有没有互相改写。所以开学第一周，许老师做的事情不是给团体贴标签，而是拿这条定义，一个一个去看。

先看午饭桌。

食堂里有一张桌子，四个女生天天坐在一起：江雨萱、吴佳佳和另外两个。她们关系非常好，开学第三天就组成了一个学习小组。许老师布置了那道斜撑题的延伸：「教室后面的书架老是晃，用最少的斜撑让它不晃，画出方案。」四个人的分工非常漂亮：江雨萱量尺寸，吴佳佳画图，另外两个人一个写说明、一个做展示。交上来的方案很整齐，比别的组都好看。

但许老师问了一个问题：「你们四个人，一开始是不是有不同的想法？」

江雨萱说：「没有，佳佳画了一个，我们都觉得好。」

这就是一个分工拼好的小组。关系好，效率高，作品漂亮，可是没有任何一个人的做法被另一个人改写过。按合作学习的标准，它是一个好组；按本书的标准，它还不是类我。它可以是，只是还没到。

再看同路回家。

韩松和彭思远住在同一个小区，每天放学一起走。马骁的家也在那个方向，他腿受过伤走得慢，两个人常常陪他走。三个人路上最常聊的，是怎么走最近。韩松说穿过菜市场近，彭思远说走大路虽然绕但红绿灯少。马骁一句话把两个人都说住了：他记过时间，穿菜市场那条早上快，放学时人多反而慢。

这三个人后来被分在一组做书架题。一开始，韩松的方案是每一层都斜撑一根，彭思远的方案是只在书架背面打一个大叉。两个人吵了一节自习课。最后交上来的方案，是彭思远的大叉，但韩松在叉的交点加了一个横档，因为他发现大叉在中间会软；而彭思远在说明里写了一句：「横档的位置是韩松提出来的，他原来是每层一根，我们减成了一根。」韩松看了说明，又补了一句：「我原来的每层一根，变成了中间一根。」

这一组，过了类我的门槛：两个人不同的做法，被对方改写进了自己的方案，而且改了什么，双方都说得出。这里还藏着本书最看重的东西：双向认得。原主认得出自己那一枝在对方那里变成了什么，借用者标得出来源。

最后看同一个兴趣。

苏小禾和另外三个爱画画的女生，开学没几天就凑到了一起，课间一起画。按理说，这一组应该最有创造力。可做书架题时，四个人都用画的，而且画法很像，都是从正面画一个立面图，再加斜线。四张图摆在一起，差不多。

这是兴趣小组常见的样子：同一个兴趣，往往意味着同一种做法。差异不够，就没有可以互相改写的东西。这一组也不是类我，原因和午饭桌那一组不同：午饭桌是有差没改，兴趣组是没差可改。

许老师的处理很简单，没有拆组。她把兴趣组和同路组排到了一起互讲。苏小禾看到马骁他们用的是一张列着「斜撑数、晃不晃」的表，就在自己的图旁边加了一排小数字；彭思远看到苏小禾从侧面画出的书架，第一次发现书架晃得最厉害的是前后方向，不是左右方向，于是把大叉从背面移到了侧面。两组之间，就这样搭上了一座桥。

开学第一个月下来，全班十二个小组里，按类我的定义算，真正过了门槛的只有三个。许老师在教研会上说这个数字时，有老师觉得太少。我们倒觉得这个数字是诚实的。十二个组里有三个组发生了互相改写，比十二个组都「合作得很好」可贵得多。前者是一个真实的起点，后者只是一句好听的话。

那个午饭桌小组后来怎样了，也值得交代一句。十月初做一道「把晾衣架改成三角形」的题，吴佳佳画了一个方案，江雨萱不同意，她家阳台的晾衣架是折叠的，她说三角形一折就不是三角形了。两个人第一次没有一下子统一。最后的方案是吴佳佳的三角形，加上江雨萱的一个「锁扣」：展开时扣上是三角形，收起时打开就能折。吴佳佳在说明里写了「锁扣是雨萱家的」，江雨萱看了说「我家那个其实是卡槽，你画成了扣子，扣子更好」。吴佳佳的三角形被江雨萱改成了能折的，江雨萱的卡槽被吴佳佳改成了扣子，两个人都说得出改在哪。这一回，她们过了门槛。关系好的小组不是不能成为类我，只是要等到组里第一次出现了不同、而且谁也没有把谁压下去。

还有一类孩子，开学第一周哪一种团体都不在：不在午饭桌上，放学一个人走，兴趣也没有人一起。苏小禾在兴趣组里，算是幸运的；班里另有两三个孩子，第一个月几乎没被任何一组拉进去。按现成的缠绕组建小组，最容易漏掉的就是他们。许老师的办法是不替他们找朋友，而是替他们找一块根上的入口：书架题里有一项是「量出书架在哪个方向晃得最厉害」，她专门交给一个平时不说话的男生去量。他量出来的数字后来被两个组引用，名字写在了说明里。人不一定马上进了哪个圈子，可他的一枝已经在别人那里长着。认出图上的线，有时候比交朋友来得早。

开学第一个月，许老师也在本子上记了一个很粗的数：有几个组过了类我的门槛。这就是第 12 章说的类我率的雏形。这个数只给她自己和全班看，用来知道下个月往哪里搭桥，不报给学校，也不拿来评比小组。读数一进考核，孩子们就会学会「表演改写」：两个人事先商量好，你改我一处、我改你一处，说明里写得整整齐齐。那样的数字越漂亮，越没有意义。

这里还要提醒一件事。开学时的类我，常常长在午饭桌、同路、同兴趣这些现成的亲近关系上。好处是开头顺，风险是它们容易一直只在自己圈子里改写，慢慢变成小圈子。第 24 章讲过，认出图的连通度往下掉，是类我固化成小圈子的预警。开学第一个月，老师能做的就是像许老师那样，主动在组和组之间搭桥：让有差没改的组去看别人怎么改，让没差可改的组去碰一碰别的做法。

◆ 26.3　《班级词典》的第一页

开学第三周，《班级词典》写下了第一页。

先说词典和定理册的分工。《班级定理册》收的是解法和结论，比如第 11 章那条「赵苏旋转对称法」。《班级词典》收的是说法：这个班自己长出来的词，课本里没有，或者课本里有、但这个班用出了新的意思。词典比定理册更早开张，因为说法比解法来得快。孩子们还解不出新东西的时候，已经开始用自己的话来叫东西了。

第一页的第一条，叫「一撑」。

来历是这样的。魏晨阳讲他爷爷搭豆角架时，说了一句家乡话：「斜着给它一撑就不歪了。」后来做书架题，大家讨论要加几根斜撑，说着说着就不说「斜撑」了，直接说「这里要一撑」「那里还差一撑」。到了第三周，「一撑」在班里已经是一个通用的说法，意思也比魏晨阳原来的意思多了一层：在魏晨阳爷爷那里，「一撑」就是绑一根斜竹竿；在这个班里，「一撑」变成了「把一个会晃的形状切出一个三角形的那一根线」，它既可以是竹竿，也可以是几何图上的一条对角线。

许老师在词典第一页写这一条时，用了一个固定的格式。我们把它照录下来，因为后面每一条都照这个格式写：

> 词条：一撑。
>
> 意思：把一个会晃的形状切出一个三角形的那一根线；多边形边数减三，就是要的撑数。
>
> 课本里的说法：三角形具有稳定性；多边形的对角线。
>
> 来自谁：魏晨阳（爷爷搭豆角架时的说法）。
>
> 经过谁：马骁（列出「边数减三」）、苏小禾（画出从一个顶点切三角形）、彭思远与韩松组（用在书架上）。
>
> 原主认出：魏晨阳签名，写了一句「我爷爷只说竹竿，没说对角线，对角线是苏小禾画出来的」。
>
> 写入日期：九月第三周。

这个格式里最要紧的，是「来自谁」「经过谁」和「原主认出」三栏。它们合起来，就是一次谱系事件的四关：在场（魏晨阳的说法出现在全班的讨论里）、有差（被马骁、苏小禾改写成了几何的说法）、双向认得（魏晨阳认得出自己的竹竿变成了对角线，用的人也标得出这个词是从他那里来的）、回流（写进了全班的《班级词典》，全班都认得它从哪里来）。四关都过，算一次。

有了这个格式，词典就不再是一本笔记。笔记是把老师讲的东西原样记下来，四十八本一字不差，就像第 1 章那次查笔记。词典的每一条都有一个名字、一条来路，而且每一条都不是原样搬来的，是变了形的。变形收受律在这里看得最清楚：魏晨阳的「一撑」如果原样被收进来，意思就是「绑一根斜竹竿」，那只是一句方言记录，不算全班收下了这枝知识；它在全班那里变成了「切出三角形的那一根线」，魏晨阳又认得出这是他爷爷那句话长出来的，才算真的被收下。

第一页也有被退回去的条目。

开学第二周，有个孩子提议收「全等就是一模一样」这一条，因为他觉得这个说法好懂。许老师没收。理由不是这句话难听，而是它碰到了底座。全等在课本里有严格的意思：能够完全重合。「一模一样」会把颜色、位置、朝向也算进

去，学到后面会出错。底座不复活，这类说法要么改，要么不收。后来这条被改成了「全等：剪下来能盖严」，这个说法既没有碰底座，又是孩子自己的话，写进了第二页。

还有一种情况，第一页也没收：有人把网上看到的一句「三角形是最稳定的结构」抄来，要求进词典。许老师问他：「这句话在你这里变成了什么？」他答不上来。原样搬来的东西，不管多对，进不了词典。可以先放在黑板角落的「待长」区，等它在谁那里变了形，再说。

词典怎样写，也有一点日常的讲究。许老师没有自己包办。她定了三个小规矩：每周五最后十分钟是「收词时间」，谁觉得班里冒出了一个新说法，就提名；提名的人不能是原主自己，得是用过这个说法的人，因为只有用过的人才说得出它在自己那里变成了什么；写进去之前，原主要当面看一遍，签上名，写一句「我认得出，它变在哪里」。这三条规矩，恰好把双向认得拆成了两个动作：用的人提名并标出来源，原主签名并指出变化。少了任何一个，这一条就先挂在「待认」那一栏。

有一周，有人提名「卡齿」这个词，说是从赵磊那里来的，意思是「做题卡在某一步」。赵磊看了不签，说：「我说卡齿，是齿轮里有一颗齿坏了，整个就转不动。你们说的是卡住，不是卡齿。」这一条就没进去。等到后来大家真的学会了「一颗坏齿让整条链停下」的查错办法，这个词才写进了词典，那是第 27 章的事。原主不签，不是刁难，是认出这个动作在起作用：如果变形大到原主认不出来路，那就是另一枝，不该挂在他的名下。

将来班里有了第 24 章说的那个发生智能体，这些签名和来路可以由它帮着记、帮着连成图。可开学第一页，最好是手写的。孩子们要亲眼看见一个名字写在一个词的旁边，才会明白这个班的本子跟别的本子不一样。

我们想把这一页的意义说得再直白一点。

开学时，一个班的「同」，通常只有一种：大家穿一样的校服，用一样的课本，坐在同一间教室里。这种同，本书叫此刻相似。它很重要，但它不会长。《班级词典》的第一页记下的，是另一种同的开头：一个孩子带来的一句话，在

全班那里长成了一个新的词，原主认得出，用的人说得出来源。这一条线画到后墙的谱系墙上，就是认出图上的第一根线。

一根线很少，可它是真的。本书说一个班有多「同」，就看这张认出图有多连通。开学第三周，认出图上只有魏晨阳、马骁、苏小禾、彭思远、韩松之间的几根线。到了学年末，这张图会密到什么程度、密到什么时候该停下来换根，是第 28 章的事。开学这一章要做的，只是让第一根线是真的。

那根线画上后墙的那天，有一个小插曲。谱系墙上原本只有一张白纸，许老师在纸的最下面画了一条横线，写上「底座：课本」，再从横线上画出一根短短的竖线，标上「根：三角形的稳定性」。从根上，她用铅笔画出第一枝，写「一撑」，枝旁边贴了五个小名字条。魏晨阳的名字贴在枝的最底下，其他四个人的名字沿着枝往上贴。

下课时，有几个孩子站在墙前看。一个女生问：「我的名字什么时候能上去？」许老师说：「等你的一句话、一个办法，被别人用了、改了，你又认得出来的时候。」那个女生想了想，说：「那我得先说点什么。」

这句话，我们觉得比任何班规都好。它说明孩子们已经感到，这面墙上的名字不是老师发的奖，也不是按成绩排的榜，而是自己的东西在别人那里长出来以后，自然留下的印子。想上墙，就得先拿出一点自己的东西，还得有人接过去。这股劲，就是第 13 章说的吸引：看得见自己的一枝在别人那里变了形还长着，才会被这张网吸引。

当然，墙上也有底座的规矩。名字条只贴来路，不贴分数；没有人的名字可以被撕下来，吵了架也不行；一条枝如果后来发现是抄来的，名字条换成灰色，枝留着，标上「来路待查」。这几条，许老师在开学第一周就写在了墙的右下角。

许老师后来跟同事说，那一页她写了三遍。第一遍她把「意思」写成了课本上的话，魏晨阳看了说「这不是我们说的那个」；第二遍她只写了魏晨阳的原话，马骁说「那边数减三去哪了」；第三遍才写成现在的样子。一条词条写三

遍，本身就是一次小小的谱系：老师的写法在孩子那里被改了两次，最后的样子她自己也认得出。

带走的话

- **开学选根，先问它当初回答的是哪一个「对不上」；打不开对不上的化石，只能背，不能当根。**
- **好根门槛低、勾得出孩子们手边的预备 E、底座和根分得开、长出的东西写得回去；第一个根宁可小，要紧的是一个月内合上一次闭环。**
- **午饭桌、同路、同兴趣是现成的缠绕，是候选，不是类我；类我只看有没有互相改写。**
- **《班级词典》每一条都写「来自谁、经过谁、原主认出」；原样搬来的再对也不收，碰到底座的要改或退。**
- **开学时的「同」只是此刻相似；认出图上第一根真实的线，才是谱系之同的开头。**

小　账

本章承重说法：一学年的第一轮谱系，从一块能打开对不上的小化石开始，以第一批过了「互相改写」门槛的类我和第一条四关都过的词典条目为起点，认出图从第一根真实的线开始长。

在什么局面下算错：如果按这四条选根、按类我定义筛组、按格式写词典的班，开学后一个月内谱系事件数并不多于随手选根、按成绩分组、记普通笔记的班，本章选根与开学做法就错了。

明天可以试的一件小事

明天找一张纸，把班里现有的小组一个一个过一遍，只问一句：「这个组里，有没有谁的做法被另一个人改过一处，而且两个人都说得出改在哪？」能答「有」的打勾，不能答的先空着，看看勾有几个。

◆

27

第 27 章

一个孩子一条谱系：刺头、沉默者、转学生与家长

三月里一个周五下午，初二（3）班开家长会。

家长们进教室时，许老师没有先讲成绩，她请大家先去后墙看一看。半年下来，谱系墙已经不是开学时那张白纸了。最底下一条横线写着「底座：课本」，横线上长出七八根粗细不一的根，根上分出几十条枝，枝和枝之间用彩色毛线连着，每一个交点都贴着小小的名字条。

赵磊的爸爸来得晚，工作服还没换。他站在墙前找了好一会儿，才找到儿子的名字。他原以为会找到一两个，结果找到了九个：在一根写着「旋转」的枝底下，在一根写着「传动」的枝底下，在一个叫「卡齿」的词旁边，还有几根毛线从「卡齿」连出去，一直连到陈一诺的名字上。

他转头问旁边的一诺妈妈：「这是什么意思？我家那小子，在这儿还挺忙？」

一诺妈妈看着自己女儿名字旁边的一行小字：「倒查法：来自赵磊『卡齿』，一诺改成倒着查」，没有马上回答。她这半年在家长群里说得最多的一句话是「要统一管严」。现在她看见，女儿最拿手的一个查错办法，是从班里那个最让老师头疼的孩子那里长出来的。

> **这一章的问题**
>
> 一个班的谱系，落到每一个孩子身上是什么样子？刺头、沉默者、转学生，各自带着怎样的「我的知识」进来，又怎样在别人那里长着、被认出？班级之外的家长，是这张谱系的哪一部分？

◆ 27.1　赵磊的齿轮与苏小禾的图

先说赵磊。

赵磊是全班公认的刺头。开学头几周，他最常说的话是「凭什么」「这有什么用」「我不会，也不想会」。第 2 章说过两种假乖：会复述的班长挤进公共知识的中心，什么都反对的刺头跳到反向的中心。两种都不是真的在长自己的东西，一个在背，一个在顶。

赵磊顶的东西里，其实藏着他自己的知识。他从小看爸爸修东西，自己会修自行车，懂齿轮。在他那里，「懂」的意思就是：一个东西转不动了，你要能一颗齿一颗齿地找到是哪一颗坏了。他对课本的反感，很大一部分来自这里：课本告诉他「这样做是对的」，却从不告诉他「坏了的时候怎么找」。

他在班里的第一条谱系，大家都知道，是第 11 章那条「赵苏旋转对称法」；第二条是第 19 章说的，齿轮法把物理课的传动比提前接上。这两条这里不再重讲。我们想讲第三条，它最不起眼，却最能说明一个刺头的知识怎样在别人那里长着。

十一月的一次单元测，陈一诺错了一道很长的几何证明。一诺的习惯是从头再写一遍，写了两遍，还是那个结论，还是被扣分，一诺想不通错在哪。赵磊路过，瞄了一眼，说了一句：「你这个是卡齿了，有一颗齿没咬上，后面全白转。」

一诺不服：「哪一颗？」

赵磊说：「你一步一步往下摸，每一步都问：上一步交给我的东西，够不够让我这一步转起来。不够的那一步，就是卡齿。」

一诺照着从头摸，摸到第五步，发现自己用了「两条边相等」，可前面只证明了一条。卡齿找到了。

如果故事停在这里，这只是一次同学之间的帮忙。一诺原样用了赵磊的办法，按变形收受律，这还不算收下。接下来发生的事才是关键。一诺后来又用了几次「卡齿」，发现从头摸太慢，一道证明十几步，摸到后面就乱了。于是一诺

倒过来：从结论往回问，「我要得到这一步，上一步必须给我什么？」一步一步往回追，追到哪一步给不出来，那里就是卡齿。一诺把这个办法写进了自己的错题本，起名叫「倒查」。

一个多月后，许老师在收词时间问一诺，倒查是从哪来的。一诺说：「从赵磊的卡齿来的。他是从头往后摸，我是从后往前追。」许老师又去问赵磊认不认。赵磊看了一诺的错题本，看了很久，说：「我修车也是这样。车不走，我先看后轮转不转，后轮不转再看链条，链条不动再看牙盘。原来我也是倒着查的，我自己没发现。」

这一句话，比任何表扬都重。原主认出了借用者改了哪里（从头摸改成倒着追），借用者标出了来源（来自赵磊的卡齿），而且原主从别人的变形里，反过来看清了自己原来的东西。这就是双向认得。「卡齿」和「倒查」一起写进了《班级词典》，开学时那条没签成的「卡齿」，这一次赵磊签了名。

一个刺头在班里的位置，从这里开始变了。他不再需要靠「凭什么」站在反向的中心，因为他有了一个真正的位置：他的一枝在别人那里长着，被认出来了。这个位置不是老师发给他的，老师给他贴一个「你很有动手能力」的标签，那是单向的归属；这个位置是一诺用了、改了、标了来源，他自己又认了，才长出来的。

这里有一个新的危险，许老师很快就看到了。「卡齿」进了词典以后，有一阵子，全班作业一卡住，就去找赵磊：「你帮我看看卡在哪颗齿。」赵磊开始很得意，后来就烦了，再后来，他说话的口气越来越像一个裁判：「你这个不行，你这个也不行。」一个刺头从反向的中心出来，转眼又可能被推到另一个中心，成了一个新的答案位。第 22 章说过，学霸会被固化成答案位，刺头一样会。

许老师的办法不是让赵磊少说，而是让「卡齿」从赵磊身上分出去。她在班里定了一个小做法：谁请别人帮忙查卡齿，查完以后要自己用倒查再走一遍，并且在本子上写一句「这颗齿是谁帮我找到的，我自己是怎么倒回去确认的」。这样，赵磊的那一份仍然被认出，可答案位不再长在他一个人身上，每个借用的人

都要自己改一步。认出图上，从赵磊出去的线越来越多，可每一根线的另一头，都长出了一点别人自己的东西。

一个孩子一条谱系，意思不是这个孩子独占一条线，而是他的那一份在很多人那里分出去、各长各的，又都认得回他。

再说苏小禾。

苏小禾很少开口，爱画画，用图想问题。对一个沉默的孩子，课堂常见的两种做法都不太对。一种是逼她开口，点名、鼓励她「大胆说」；另一种是放过她，反正她作业做得不错，不打扰就好。前一种把她的知识翻译成别人的方式才肯收，后一种干脆不收。

第 23 章说过，对沉默的孩子，美是让她的作品第一次被全班读到并被认出。苏小禾的谱系，就是从她的图被读到开始的。

第二学期语文课学《桃花源记》，大家都在找渔人进桃花源那一段写得好在哪里。苏小禾没写赏析，她画了一张图：一条溪，溪边一片桃林，林子尽头一座山，山脚一个小洞口，洞口那边是田地房屋。一条虚线从渔人的小船出发，沿溪往上，穿过桃林，钻进洞口，再走出来，虚线上标着几个小箭头。语文老师把这张图投到了屏幕上。

江雨萱看了这张图，没有照着再画一张路线图，她做了一件不一样的事：她在苏小禾的虚线上，每走一段就画一个小扇形，表示渔人眼前能看多宽，然后列了一张小表：「宽——溪边桃林，落英缤纷；窄——洞口初极狭，才通人；最宽——复行数十步，豁然开朗。」她说，这一段好，是因为渔人眼前一放一收再一放，读的人跟着他憋了一口气，到「豁然开朗」才一下子吐出来。

苏小禾看了江雨萱的表，在自己的图边上用铅笔写了一行字，推给江雨萱看：「我画的是他走的路，你画的是他眼前有多宽。」

这一行字，就是一次认出。苏小禾没有站起来说话，她用自己的方式指出了江雨萱改在哪里；江雨萱在表的上方写着「从苏小禾的路线图改来」，标出了来源。沉默的孩子，一样可以完成双向认得。认出不等于发言，它要的是「指

出」：原主指得出改了哪一处，借用者指得出原形在哪里。指，可以用嘴，也可以用一支铅笔。

这条后来写进了《班级定理册》的语文页，叫「走路图与眼前的宽窄」。语文老师说，这是她教《桃花源记》这么多年，第一次在黑板上留下一个学生起的名字。

赵磊和苏小禾，一个吵，一个静，处境正好相反。可他们的谱系是同一种走法：自己带来的那一份，被别人接过去、变了形；自己又认出了变在哪里。至于每个孩子在树上的位置怎样给家长看，第 21 章讲过个人谱系档案，这里不重复。

◆ 27.2　林朵的童谣与马骁的记分表

林朵是期中从外省转来的。她带来了家乡的算法、童谣、方言。她的算法在 36 与 38 那道题里怎样引出了一场争论、又怎样被一诺改写，第 13、14 章已经讲过。这一节讲她的童谣，和马骁的记分表碰在一起的那一次。

马骁腿受过伤，跑不了步。这一点在本书里只是背景，我们不讲它对他意味着什么，只讲他会做的事：他会记分，会统计，会看比赛的门道。每次运动会，他都是班里的记分员，他的本子上记着这个班两年来每一场比赛、每一个人的成绩。

四月运动会前，班里练四乘一百米接力。一次训练后，马骁翻着本子提了一个问题：「我们这四个人，单跑一百米的成绩加起来，比接力的成绩慢了将近三秒。为什么接力比个人跑的总和还快？」

这个问题一提出来，全班分成了几派。有人说接力的时候大家更拼命；有人说是马骁记错了；赵磊说，肯定是棒子在跑，人在后面换，棒子不停，所以快。许老师没有裁定，她把这个问题当成一个根，挂在了黑板角上。

最后把问题拆开的，是马骁自己的本子。他把每一棒的成绩单列，发现第一棒的那个人，接力时跑一百米的时间和他单跑差不多；后面三棒，每一个人都比自己单跑快了将近一秒。为什么偏偏后三棒快？全班想了一会儿，体育委员说出

了答案：单跑的时候，每个人都是从站着不动起跑的；接力的时候，只有第一棒是从不动起跑，后面三棒在接力区里已经跑起来了，接棒时已经是在跑着的。起跑那一下最费时间，接力把它省掉了三次。

问题到这里，只是一个公共知识被重新发现了。接下来的事，才让它成了一条谱系。

既然快就快在「接棒时已经在跑」，那么接棒的人什么时候起跑，就成了关键。起早了，交棒的人追不上；起晚了，又浪费了。练了几次，总是有人起早、有人起晚。这时林朵说，她家乡小时候玩一种拍手传东西的游戏，有一首童谣，拍到哪一句，东西就传到下一个人手上，谁也不会抢早，谁也不会落后。她当场念了一遍，七拍一换。

接棒的同学试着用这首童谣，可七拍太长了，等念完，交棒的人早到了。马骁拿出秒表，量交棒的人从某一个标志点跑到接力区要几秒，一次一次地试，最后把标志点挪到了一个位置：交棒的人一踩上这个标志，接棒的人开始默念，念到第四拍起跑。童谣被砍成了四拍，只留了前一半的词。

运动会那天，他们这一组接力比训练时又快了。比赛完，许老师请林朵和马骁各说一句。

林朵说：「我们那里是拍到第七下才换，你们砍成了四下，因为跑步比拍手快多了。可那个调子还是我们那里的。」

马骁说：「标志点放在哪，是我的表算出来的；可念几拍起跑，是林朵的童谣定的。没有童谣，大家每次起跑都差一点。」

我们想在这里替林朵这样的转学生多说两句。一个孩子期中从外省转来，摆在她面前常常只有两条路。一条是赶紧学会这里的做法，把家乡那一套收起来，越快越好，考试不吃亏。另一条是被当成「外地来的」，她的口音、算法、童谣偶尔被拿出来展示一下，大家觉得新鲜，过几天也就忘了。前一条路，她带来的东西死在她自己身上；后一条路，她带来的东西被当成了标本，摆着，不长。

这两条路，正好是统一和散开两端各自的样子。统一要她变得跟大家一样；散开让她保持不一样，但不一样的东西和别人不发生关系。林朵在这个班走的是第三条路：她家乡的东西没有原样留着，也没有被换掉，它们在别人那里变了形、长着，她还认得出。36 与 38 那一次是她的算法，这一次是她的童谣，后来还有她的方言词被赵磊拿去给一个齿轮零件起了名。一个转学生在一个班里扎下根，不是靠「融入」，是靠这一根根认出的线。

原主认出了变形（七拍改成四拍，因为跑比拍快），借用者标出了来源（念拍起跑来自林朵的童谣）；另一头，马骁的表也一样：林朵认得出起跑的位置是马骁量出来的。两个孩子各自带来的那一份，在对方那里都变了形，又都被认了出来。这条写进定理册的体育页，叫「四拍接棒」。

这里我们要和一种很有影响的教育思路划一条界线。人类学和教育学里有一种「知识储备」的说法（莫尔等人提出），大意是：每个孩子的家庭和社区里，都有大量课本外的知识，老师应该看见它们、请进课堂，当作教学的资源。这个说法很好，林朵的童谣、赵磊家的修车、马骁的记分本，都是它说的那种储备。

可本书多要一点。只把储备带进来，还不够。设想另一种做法：开学时让林朵在班会上念一遍家乡童谣，大家鼓掌，老师夸她「我们班多了一份文化」。童谣被看见了，被尊重了，可是没有人用它做任何事，它原样进来，原样留在那一次班会里。按变形收受律，这等于没有被收下。

本书要的是第二步和第三步：带进来的东西，要在别人那里长着，变了形；原主还要认得出它在别人那里变成了什么。林朵的童谣变成了「四拍接棒」，在全班的接力里长着；林朵认得出变在哪里。储备只说到「带进来」，谱系要说到「长着、被认出」。这是两种不同的尊重：前一种尊重的是这个孩子的来处，后一种尊重的是这个孩子的知识还活着。

◆ 27.3　家长：班级的外部根系

一个班的谱系，不只长在教室里。孩子带进来的每一份「我的知识」，大多有一个更早的来处：家里。赵磊的齿轮来自爸爸修东西，魏晨阳的「一撑」来自

爷爷的豆角架，林朵的童谣来自家乡的长辈。这些来处，本书叫班级的外部根系。

根系有一个特点：它在地下，平时看不见，可树长多大，跟它有很大关系。家长就是这样一种存在。可家长和班级的关系，常常只剩两样东西：一样是成绩，一样是家长群。家长群里聊得最多的，是作业、考试和纪律。外部根系一直在，却很少被当成根系用过。

先说那堂「家里的电路」。

物理课后面要学到串联和并联。许老师和物理老师商量，提前请赵磊的爸爸来上了一节课。赵磊爸爸是电工，干了二十年。他没有讲公式，他带来了一个旧的插线板、一串过年挂的老式小彩灯，还有一张他自己画的家里电路的草图。

他先把彩灯接上电池，亮了；拧下其中一个灯泡，整串全灭。他说：「这种老彩灯，一个坏了全不亮，过年最烦人，得一个一个试。」然后他指着自己画的草图说：「可你们家里，客厅灯坏了，厨房灯照样亮。为什么？因为家里的线不是一串穿下来的，是一条条分出去的。」

课本上，这叫串联和并联。底座很清楚：电路图的符号、串联和并联的定义、安全用电的规矩。安全这一条，那节课说得最重：孩子们不许自己拆家里的插座、不许碰带电的线，课上做实验只用电池和小灯泡。这一层是底座，零容忍。

那节课上真正长出来的东西，在后半节。

赵磊爸爸顺口讲了一句行内的老规矩：「电饭锅、电暖器这种大功率的，千万别插在同一个插线板上。」大家问为什么，他说：「会烫，会烧，干我们这行的都知道。」

马骁举手问：「插线板上每多插一个电器，是不是就多分走一份？那插线板那根总线，是不是要把所有的份都加起来扛着？」

这个问题，把一条行内经验接到了并联电路的道理上：并联的每一条支路各走各的，总线上的电流是各支路加起来的。插的大电器越多，总线扛的越多，所

以发烫。苏小禾在本子上画了一张图，画的是一条大河分成好几条小河，大河的河道就是插线板的那根总线，小河越多、越宽，大河里要过的水就越多。

赵磊爸爸看了苏小禾的图，又听了马骁那句「总线要把所有的份加起来扛着」，愣了一下，说：「我干了二十年，只知道不能这么插。今天才知道，原来是加起来的。」

这句话，是一次认出。原主是赵磊爸爸：他的那句老规矩，在孩子们那里变了形，变成了「并联支路电流相加」的一个生活里的例子；他认得出这是自己那句话长出来的，也看得清变在哪里，从「会烫」变成了「为什么会烫」。借用者是马骁和苏小禾：他们在定理册物理页上写的这一条，标题叫「插线板为什么会烫」，下面写着「来自赵磊爸爸的电工老规矩；马骁改成电流相加，苏小禾画成大河分小河」。

这里还有一个很少被说到的方向。一般说家长资源，都是家长给孩子；这一次，孩子也给了家长一样东西。一个干了二十年电工的人，在一群初二孩子那里，第一次看清了自己经验背后的那一层道理。外部根系不只是往树上送养分，树长出来的东西，也会回到根上。

赵磊爸爸在家长群里一向是那句话：「孩子开心就好。」这句话在这之前，常常被当成不管。这一回，大家看到的是另一个样子：他没有给孩子们讲成绩，却给了全班一条根。

再说一诺妈妈。

一诺妈妈是会计，在家长群里的立场和赵磊爸爸正好相反：要统一，要管严，要多刷题。底座删薄以后，班里争论一下子多了起来，家长群里最着急的就是她。她担心的东西不是没有道理：孩子们吵来吵去，基础会不会松了？

许老师没有跟她辩论「统一好还是多样好」。那样辩下去，只会变成第 3 章说的调和：各退一步，下学期再吵。她去找了一诺妈妈，问了一个问题：「您做会计，账对不上的时候，怎么办？」

一诺妈妈说：「两个人分开算，算完对账。对得上，过；对不上，一笔一笔往回找，找到差在哪一笔。」

许老师请她把这套对账的办法，在一次班会上讲给孩子们听。孩子们接过去以后，改了一处：会计对账，对出差额是为了找错，找到了就改成一样；班里对作业，两个人分开做，对出不一样的地方，先不急着改成一样，而是先问一句「差在哪一步，为什么差」。有时候是一个人错了，那就改；有时候两个人都没错，是各自把题目里的一个条件理解得不一样，那就是一个「对不上」，可以挂到黑板角上当根。36 与 38 那一次，就是这样的对不上，这里不重讲。

这个办法在班里叫「对账」。一诺妈妈后来看了定理册上的那一条，说了一句：「我们对账，差了就是有人错了；你们对账，差了还可能是题目没说清楚。这一点，比我们那套多。」借用者在条目下面写着：「来自一诺妈妈的会计对账；改成先问差在哪、再决定改不改。」

一诺妈妈的「严」，在这里找到了它真正该在的地方。两个人分开算、不许抄对方的、对不上必须一笔一笔找，这几条是诚信，是底座，越严越好。她原来想把「严」铺到整块化石上，每题统一步骤、统一答案；现在，她的严落在了底座上，她的对账办法落在了根上，长出了一枝。

两位家长，一个说「开心就好」，一个说「统一管严」，正好是家长里的多样与统一。本书不打算调和他们，也不打算判谁对。他们各自的那一份，都在这个班的谱系里找到了位置：一个成了一条根，一个守住了底座，又成了另一条根。

外部根系还不只是父母。开学时那条「一撑」，来自魏晨阳的爷爷。那次家长会，来的正是爷爷。魏晨阳把他领到后墙前，指着最底下那根枝给他看：「一撑：把一个会晃的形状切出一个三角形的那一根线；边数减三，就是要的撑数。」爷爷看了半天，说：「我就知道斜着绑一根。五根竹竿围一圈要绑两根，我是试出来的，不知道还有个数。」又说：「你们这个线，画在纸上也算一撑？」魏晨阳说算。爷爷笑了，说那以后搭架子就按你们这个数来。

一个老人在孙子的教室里，认出了自己一辈子的手艺在孩子们那里变成了什么。这一刻，他也成了这张谱系图上的一个点。外部根系就是这样被接进来的：不是请家长来听汇报，而是让家长在墙上认出自己那一份。

最后说家长群。

家长群是外部根系和班级接上的地方，也是最容易出事的地方。第 6 章把「家长群深夜爆发」列为阈值的四个信号之一。许老师在下学期把家长群的规矩重写了一遍，只留了几条，全部属于底座：不在群里发作业答案，不替孩子写作业；不晒成绩排名，不点名说别人家的孩子；晚上九点以后不在群里找老师，急事打电话；涉及安全和欺凌的事，私下直接找老师。

这几条之外，群里不再规定大家该怎么想。家长们对教育的看法可以很不一样，可以有人主张多刷题、有人主张多玩，这些是家长自己的枝，班级不去统一。底座薄而硬，枝宽而活，这条在班里管用的道理，在家长群里一样管用。

我们想补一句提醒。家长是根系，不是指挥。根系供养分，不替树长。一个家长如果把自己的经验当作班级的标准答案，要求老师照做、要求孩子照背，那他就从根系变成了第 22 章说的指挥，占住了答案位。赵磊爸爸那节课好，好在他讲完就退到了旁边，后面的东西是孩子们长的；一诺妈妈的对账好，好在她让孩子们改了它，而且她认得出改在哪。

这一章从后墙上的几根毛线讲起。毛线一头连着一个孩子，另一头连着别的孩子，有几根，一直连到了教室外面的家里。一个孩子一条谱系，说的不是每个孩子各长各的，而是每一条谱系都长在别人那里，被认出来，又连回了全班。

带走的话

- **刺头的「凭什么」里，常常藏着他自己的知识；给他的不是标签，是一个让他的一枝在别人那里长着、被他认出的位置。**
- **沉默的孩子一样能完成双向认得：认出要的是「指出」，可以用嘴，也可以用一支铅笔。**
- **知识储备说到「带进来」，谱系要说到「在别人那里长着、被认出」；原样请进来、鼓完掌就收起来，等于没有收下。**
- **家长是班级的外部根系：根系供养分，树长出来的东西也会回到根上；但根系不是指挥，不占答案位。**
- **家长的「严」放在底座上，家长的经验放在根上；家长群的规矩只留几条底座，看法不去统一。**

小　账

本章承重说法：每个孩子（包括家长）带进来的「我的知识」，只有在别人那里变了形、原主认得出变在哪里、借用者标得出来源时，才成为一条谱系；刺头、沉默者、转学生的位置由此长出来，不由老师发给。

在什么局面下算错：如果只把孩子和家长的知识「请进来展示」、不要求变形与双向认出的班，刺头和沉默者在认出图上的连线数、留恋感，不低于要求双向认出的班，本章就错了。

明天可以试的一件小事

明天挑一个平时最让你头疼、或者最不说话的孩子，回想他最近说过、画过、做过的一样东西，找一个机会请另一个同学用一用它、改一处，再把改过的样子拿给原来那个孩子看，只问一句：「你认得出他改了哪里吗？」

◆

28

第 28 章

饱和与换根：让谱系好好地死

五月中旬的一个周四，数学课的最后十分钟，照例是「搭桥记谱」。陈一诺举手，说她又找到一条可以写进《班级定理册》的：等边三角形里有一个点，到三个顶点的距离分别是 3、4、5，问这个点看两个顶点张开的角有多大——把其中一个小三角形绕顶点转 60°，就拼出一个小等边三角形和一个三边是 3、4、5 的直角三角形，两个角一加，就是 150°。她讲得很顺，板书也漂亮。几个同学点头，有人小声说「又是旋转对称」。

许老师在定理册的草稿页上写下第四十三条的编号，正要让一诺签名，坐在窗边的苏小禾轻轻说了一句：「这个跟第三十八条差不多，第三十八条跟第三十四条也差不多。」

教室里静了一下。没有人反驳，因为大家都知道她说得对。从三月底到现在，定理册里新添的条目，十条里有七条是「赵苏旋转对称法」的变体：换一个图形，换一个角度，转一下，折一下。写这些条目的，翻来覆去就是一诺、赵磊、苏小禾三个人，最多再加上他们组里的一两个。

这一年，初二（3）班看上去正是最好的时候。流动红旗又回来了，月考数学平均分比上学期高，一诺妈妈在家长群里说「这个班终于稳了」。许老师自己也觉得顺手：每节课都有人上来讲新解法，定理册一页一页地厚起来。

可就在这个周四晚上，班里用的谱系发生智能体照例推来一份周报，最上面一行写着：三个饱和信号已同时出现，第三周。

马骁一直帮着记谱，他把自己手上的那张表也拿来对了一下：三月份，每两周有十来次谱系事件；四月份降到六七次；五月这两周，只有三次，三次都和旋转有关。

许老师对着那份周报坐了很久。班里明明好好的，为什么说它该死了？

> **这一章的问题**
>
> 一轮谱系长得正好的时候，凭什么判断它已经饱和？判断出来以后，怎样让它好好地死，又从哪里找下一轮的根？这和生态学里讲的「适应性循环」到底有什么不同？

先说一句全书的总口径，免得读到这一章的人误会。本书说的「生死节律」，不是另一个和判词并列的中心说法。班级之美只有一个本体：双向认出的谱系闭环。生和死，只是这个闭环在时间里展开的样子：闭环一次次合上，认出图越长越密；密到新枝越来越像，就是饱和；这一轮压实成下一轮最薄的底座，再从最意外的一枝里立新根。所以这一章讲的，仍然是闭环，只是把镜头拉长到一整个学年。

◆ 28.1　饱和的可计算判据

先把话说死：饱和不靠感觉判断。

为什么？因为饱和的时候，老师的感觉恰恰最好。课堂有人讲，定理册在变厚，红旗回来了，家长放心了。这时候凭感觉，老师只会觉得「终于走上正轨」。第 6 章讲阈值时也说过，判断统一性撑不住了不能靠感觉；饱和比阈值更难凭感觉，因为阈值来的时候吵吵闹闹，饱和来的时候安安静静，甚至热热闹闹。

本书给饱和三条判据，三条要同时出现，才算饱和。

先用一件家里的事把三条判据说明白。设想一户人家，有一年春天，爸爸带全家去城郊一个农家乐摘草莓，吃了一顿土灶饭，全家都说好玩。接下来几个月，周末的去处陆续多了：摘樱桃的、钓鱼的、挖红薯的、住一晚农家小院的。每一趟都挺开心，每一趟都比上一趟安排得顺，全家都夸爸爸会找地方。可是细看会发现三件事：一个月里去过的新地方，从三四处变成一处，有时一处也没有；新去处几乎都是爸爸找的，妈妈和孩子原来偶尔也提一个，比如去博物馆、

去爬山，现在不提了；新去处和老去处越来越像，换的只是地里种的东西，玩法还是那一套：开车出城、摘一筐、吃一顿土灶饭。这三件事同时出现，就是这户人家的周末饱和了。没有谁做错了什么，农家乐也没有变得不好玩，只是这一套玩法能长出来的花样，差不多都长出来了。

班级里的三条判据，就是这三件事。

第一条，谱系事件率连续下降。谱系事件就是四关都过的那一次：别人的知识在我这里出现（在场），被我改写了（有差），原主认出我改了哪一处、我标得出它从哪里来（双向认得），改出来的东西写进了全班的定理册或词典（回流）。把每两周发生的谱系事件数一数，连成一条线。偶尔掉一次不算，期中考那两周大家都在复习，掉下来很正常。要连续几个统计期都在往下走，才算这一条亮了。初二（3）班从三月的每两周十来次，到四月的六七次，到五月的三次，就是连续下降。

第二条，新枝集中来自少数孩子。看最近一段时间写进定理册的新条目，第一个写它的人是谁。上学期，一个月里写过新条目的孩子有二十多个，有刺头，有转学生，有平时不吭声的；到了五月，十二条新条目里，有九条出自三个人。这不是那三个孩子的错，他们恰恰是最用功的。问题在于，别的孩子的枝不再长出来了，或者长出来也接不上这轮的根。

第三条，新条目与旧条目的相似度升高。新写进来的东西，越来越像已经有的东西。苏小禾那句「这个跟第三十八条差不多」，说的就是这一条。人力也能做个粗略的版本：每写进一条新的，让作者自己说「它最像定理册里哪一条，差在哪里」，如果「差在哪里」越来越说不出来，只能说「换了一个图形」，这一条就在亮。但一个四十八人的班，一学年下来几十上百条，靠人力两两比，比不过来。这正是发生智能体做得了的事：它把每条新条目和旧条目逐一比对，给出一个相似的程度（第 24 章讲过它怎样算，这里不重复）。周报里那条「三个信号同时出现」，就是它算出来的。

没有智能体的班，也可以做一个粗一点的版本。每两周的周五，让记谱的同学把这两周的谱系事件数写在后墙一角，连成一条折线；同时在每条新条目后面

用小字写上第一作者和「最像第几条」。一个月翻一次，看三样东西：折线是不是一直往下走；新条目的第一作者是不是总是那几个名字；「最像第几条」后面是不是越来越多地写着「只换了图形」。人力版不精确，但三条往同一个方向走的时候，它看得出来。

「持续几周」怎么定？本书的口径是：三条同时亮，连续两到三个统计期（比如每两周一期，就是一个月到一个半月）都没有回落，就开始准备合谱仪式。这个周数不是定死的，一个学期短的学校、一轮根本来就小的班，可以短一些。要紧的是事先定好，写在班里，不要等到亮了以后才临时决定「再看看」。临时决定，往往就是舍不得。

为什么非要三条同时出现？因为单独一条，往往是别的事。

只有事件率下降，可能是考试周、运动会，也可能是这轮的根本来就不够好，要回头看第 26 章怎样选根。只有新枝集中，而事件率没降、新条目也不相似，可能是某个孩子正在爆发，这是好事。只有相似度升高，可能是全班在消化、在巩固，过两周会自己散开。

如果是事件率下降、新枝集中，但新条目并不相似，那往往是另一种病：班里结成了几个小圈子，圈子里还在长，圈子之间不再搭桥。这要看的是认出图的连通度（第 24 章），要做的是搭桥，不是换根。

只有三条一起亮，而且亮了不止一两周，才说明一件事：这一轮的根，能长的枝已经差不多长完了。认出图很密，线很多，可新长出来的都是老枝的影子。就像一棵树，枝叶还在冒，冒出来的都是同一个形状的叶子。

饱和和第 6 章的阈值，都是「该死了」的信号，但它们是两回事，最好放在一起看一眼：

	阈值（第 6 章）	饱和（本章）
死的是什么	统一性，也就是靠整齐维持「同」的方式	一轮活的谱系，也就是这一轮的根

	阈值（第 6 章）	饱和（本章）
来的时候什么样	吵：抄成一片、没人愿当班干部、家长群爆发	静：课堂顺、红旗回来、家长放心
老师的感觉	很糟，想赶紧泄压	很好，舍不得动
看的是什么	四个可观测信号	三个可计算读数
接下来	混沌，靠预备 E 长出第一次谱系事件	合谱仪式，从最意外的一枝立新根

一句话：阈值是旧框架撑不住了，饱和是新框架长满了。

这里有一个最容易犯的错：把饱和当成成功，接着往下长。不去管它会怎样？「赵苏旋转对称法」会慢慢变成新的标准步骤。过一阵子，就会有孩子说「几何题先转一下再说」，就会有家长问「旋转法是不是必考」，就会有老师在黑板上写「此类题统一用旋转法」。这一轮活的谱系，自己压成了一块新的统一，而且是把整块都当成底座的那种。然后第 6 章那几个阈值信号会再一次出现：抄成一片、步骤题错得更多。也就是说，饱和不处理，活谱会自己变回化石，只是这一次的化石是本班自己的。

所以饱和不是失败，是熟了。熟了的东西要收，不收，就烂在地里。

◆ 28.2　让它死：合谱仪式

判断出饱和以后，许老师做的第一件事，是告诉全班：这一轮快结束了，我们要给它办一个仪式。

最先不答应的是赵磊。他站起来问：「旋转法要死了？那是我们想出来的。」一诺也有点着急：「我的第四十三条还写不写？」

许老师没有回避。她说，第四十三条照样写进去，名字照样签，只是在编号旁边加一个小记号，表示这是饱和期写的。旋转法不会被扔掉，它会和这一年所有的条目一起装订成册，你们的名字一个都不会少。要变的只是一件事：下一轮，班里不再围着它长了。

赵磊想了想，又问：「那下一轮围着什么长？」许老师说：「这个要大家一起选，而且多半不是你们想的那个。」

这段对话里有一个要紧的地方：孩子们害怕的不是「这一轮结束」，而是「我的东西没了」。合谱仪式要回答的，正是这个害怕。

为什么要办仪式，而不是悄悄换一个话题？第 7 章讲过两种失败的死：一个班散了，一个班被拉回整齐。那是统一性死的时候没有接住。一轮谱系的死，同样可能散、可能退。悄悄换话题，孩子们不知道自己这一年长出来的东西去了哪里，那些写进定理册的名字，就像被收进了抽屉。仪式的用处，是让这一轮死得看得见：哪些留下、哪些压实、哪些成为下一轮的根，全班当面说清楚。

本书把这个仪式叫「合谱仪式」。初二（3）班用了两节课，一节班会、一节数学课，大致走了四步。

第一步，最后一轮认出。后墙的谱系墙上贴着这一年所有的条目，每一条都有来自谁、经过谁。许老师请每个孩子去墙上找一条：我的哪一枝，在别人那里长着，长成了什么样。找到了，在那条旁边贴一张自己的名字贴，再说一句「我原来是什么样，在他那里变成了什么样」；借用的那个人站在旁边，说一句「我是从你这里拿的，改了这一处」。四十八个人，一个一个来，比想象的慢，也比想象的热闹。

有几个孩子在墙前站了很久找不到。许老师没有让他们难堪，而是请全班帮着找：谁记得用过他的东西？马骁记得，有个同学某次跑接力时说过一句话，被他用进了记分表；赵磊记得，林朵的方言词被他拿去给一个齿轮零件起了名。有的找出来了，有的到最后也没找到。找不到的那几个名字，不贴出来，不点名，只记成全班的一个数，留给下一轮的老师去搭桥。

这一步其实就是这一轮的最后一批闭环。仪式不是给闭环送葬，而是让闭环最后合上一次。

第二步，压实。全班一起过一遍定理册，问每一条一个问题：下一轮还要不要全班都一样地用它？绝大多数条目的答案是不用，它们是这一轮长出来的枝，

好好存着就行。只有极少数几条，被全班认为下一轮必须人人守住：比如「看着不算，要说出理由」——这是许老师第一次立根时守的底线，一年下来被孩子们说成了自己的话；比如「每写进一条，要写来自谁、经过谁」。这几条从「我的知识」变成了下一轮最薄的底座。本书判词里说「这一轮压实成下一轮最薄的底座」，落到地上就是这几行字。

第三步，选根。这一步下一节细说。

第四步，揭墙。谱系墙上的纸条一条一条揭下来，按顺序装进定理册的活页夹，墙先拍一张全景照片。揭完以后，后墙只留下两样东西：新压实的那几行底座，和下一轮的根。空出来的大片地方，等着下一轮去长。

有家长听说要揭墙，在群里问：「好好的墙，为什么要拆？」许老师的回答很朴素：墙不拆，下一轮的东西就没地方贴；拆下来的不扔，都装订成册，谁的名字都在。

这里要防两个偏向。一是把仪式办成表彰会：评「最佳条目」「谱系之星」，那就又回到积分榜（第 21 章），孩子们记住的是名次，不是自己的一枝在谁那里长着。二是把仪式办成老师的总结报告：老师站在讲台上把这一年讲一遍，孩子们坐着听。合谱仪式的每一步，都是孩子自己去墙上找、自己说、自己认。老师起音，不指挥。

一轮谱系好好地死，意思就是：死得看得见，留下的有地方放，下一轮的根有名有姓。

仪式放在什么时候办，也有讲究。不要放在期末考试那一周，那时候孩子们只想着分数，最后一轮认出会草草了事；也不要拖到三条信号亮了好几个月以后，那时候旋转法多半已经被当成标准步骤用开了，再去「死」它，就要硬拆。初二（3）班是在三条信号同时亮起后的第五周办的，离期末还有一个多月，留出了时间让新根先冒一点芽。

◆ 28.3　立新根

下一轮的根从哪里来？本书的说法是：从上一轮最意外的一枝里选。

什么叫最意外？不是最受欢迎的那一枝。「赵苏旋转对称法」是这一年最红的一枝，可正是它长到了饱和。再拿它当根，只是把这一轮往下拖，相当于第 3 章说的「升级」：三档变五档，旋转变更花的旋转，形状没变。最意外的一枝，是和这一轮主干最不像、却又真真切切过了四关的那一枝。

两个条件缺一不可。只是「不像」不够：一条谁也没接、谁也没认的怪想法，再新奇也只是一个孩子自己的念头，没有进入谱系。要不像，还要至少有一次双向认得、写进过定理册，才说明它在这个班里活过，能接得上。

发生智能体在合谱仪式前推来一张候选名单：过了四关的条目里，和其余条目最不相似的五条。许老师把这五条念给全班听。第三条让很多人愣了一下，因为大家几乎忘了它：定理册第三十一条，「等车比想的久」，作者邓果，经过林朵。

邓果是个坐在中间排的男生，成绩中等，很少在数学课上讲题。三月份，他交过一份没人布置的东西：他每天放学在校门口等公交，站牌上写「每十分钟一班」，他想，那平均等五分钟就该来车了。可他觉得自己总在等，于是记了四十天，每天等了几分钟。算下来，平均要等八分钟出头，比五分钟多得多。他想不通：车明明说是十分钟一班，怎么平均要等这么久？

这是一个真正的「对不上」。当时班里正热着旋转法，没几个人接这个话茬。只有林朵接了。她老家去县城的中巴车，站牌上也写着半小时一班，可实际上常常是两辆前后脚到，然后隔很久才来下一辆。她请邓果再记几天每辆车到站的时刻，把邓果的表改成了一张图：不画每天等了多久，而是画每两辆车之间隔了多久。图一画出来，就看得见了：车与车之间的空当，平均下来确实差不多十分钟，可是有短有长，有的两三分钟，有的十七八分钟。人随便什么时候走到站台，落进长空当的机会更大，因为长空当本来就占了更多的时间；落进长空当的人，要等的也更久。短空当里等得少的那几回，补不回长空当里等得多的那几回。所以平均等的时间，要比「十分钟的一半」长；车来得越不匀，多等的就越多。只有车真的准点、一辆隔十分钟一辆，平均才是五分钟。

邓果看了林朵的图，说了一句：「我只记了自己等多久，你把它改成了车隔多久。」林朵说：「对，是从你那张表来的，我只是换了一个东西来量。」原主认得出改在哪里，借用者说得出从哪里来，第三十一条就这样写进了定理册。它后来再没有人接，在一年的条目里孤零零地站着。

许老师选它，是因为它背后连着一块下一轮正好要复活的化石：初三要学的概率。课本上的概率，是一行一行的定义和公式，来路被磨平了。而第三十一条，恰好把概率当初要回答的一种对不上，重新打开在全班面前：凭什么说「平均」？「随便什么时候去」到底是什么意思？这就是复活的第一条判据——说得出这块化石当初回答的是哪一个矛盾。至于第二条判据，要在下一轮里长出至少一枝原化石里没有、写回底座的东西，那是下一轮的事，现在只能等。

选根还要过一关：原主要认。许老师在仪式上问邓果，愿不愿意让第三十一条做下一轮的根。邓果有点不好意思，但点了头，又补了一句：「林朵那张图也得算上。」于是新根的来路写成：本班上一轮第三十一条，邓果的等车记录，经过林朵的空当图。

这就是本书说的，新根可以追溯到上一轮具体的某一枝、具体的某一个孩子。不是「从上一轮的经验中总结」，不是「在反思中涌现」，而是有页码、有名字、有一来一回两次认出。

也会遇到候选名单上一条合格的都没有的情况：和主干最不像的那几条，要么没人接过，要么只是借了没有认。这本身就是一个读数，说明这一轮的枝都长在同一个方向上，各走各的路那股劲（自由律）太弱。这时候不要硬选一条怪想法当根，也不要偷偷把最红的那一枝再用一轮。比较老实的做法是：下一轮从课程里下一块化石起根，老师照样说出它当初的对不上，同时在定理册上写明「上一轮没有长出可做根的意外枝」，留给下一轮在开头几周有意多放开一些。说清楚缺了什么，比假装有，更像一个谱系。

学年末，定理册装订成册，最后定在四十七条。许老师把它交给教研组，下一届初二的孩子会看到它。对那些孩子来说，册子里每一条都有名字、有来路，可那些名字只是名字，他们没有经历过那场吵、那四十天的等车。来路写在纸

上，却已经不在任何一个孩子的认出里了。这就是化石的意思：来路从活人的认出里抹掉了。只是这块化石比课本温和一点，它的来路还写在纸面上，下一届要复活它，比复活课本容易得多。

写到这里，这一轮生死的节律就闭合了：上一轮的化石被复活成根，根上长出枝，枝在别人那里变形、被认出、回流，长到饱和；饱和以后好好地死，压实成薄薄的底座，最意外的一枝成为新根，整本册子成为下一届的化石。孩子们第一次从里面看懂了课本是怎么来的：课本上的公共知识，也是从前某一轮这样的闭环压实以后留下的。再说一遍，这个节律不是另一个中心，它只是一次次闭环在时间里排开的样子。没有闭环，就没有可以压实的东西，也没有可以追溯的根。

◆ 28.4　与适应性循环的分界

读到这里，熟悉复杂性教育学的读者可能会说：这不就是适应性循环吗？

适应性循环是生态学家霍林等人研究森林、草原、湖泊时提出的一个说法，大意是：一个生态系统会反复走过四个时相——先是快速生长，各种物种抢着占地方；然后是保守期，资源越积越多，系统越来越紧密，也越来越僵；然后是释放，一场山火、一场虫害，把积累下来的东西一下子放掉；最后是重组，烧过的地上，残留的种子、根系和土壤重新长出东西，开始下一轮。后来不少研究者把这个说法借到组织、社会和教育里，讲涌现、讲韧性、讲释放与重组。复杂性教育学讲课堂，也常用这一套。

两者确实很像。本章的饱和，很像保守期：系统越来越密，越来越僵。合谱仪式很像释放。立新根很像重组。本书不回避这个相似，也承认适应性循环在这里是好用的脚手架：它提醒老师，一个班不会永远处在长得最好的状态，紧密到一定程度，就要准备释放。

但本书多出来三点，这三点也是本章存在的理由。

第一，新根有地址。森林烧过以后，第一批长出来的幼苗，是哪一棵树哪一年落下的种子？在适应性循环的描述里，这不重要。重组靠的是系统的「记

忆」：种子库、残根、土壤，它们是匿名的。班级换根不一样。新根是第三十一条，作者邓果，经过林朵，原主认、借用者认。如果一位老师说「我们班换根了」，却说不出新根来自上一轮哪一枝、哪个孩子、经过了谁，那他做的只是一次适应性循环，不是本书说的换根。这一条可以直接拿来检验：说不出地址，就不算。

第二，涌现物的来路可读。适应性循环关心的是系统的状态：长得快不快、紧不紧、有没有韧性。一个班可以一遍一遍地走生长、僵化、崩散、重组，每一轮都热热闹闹，却从来没有一枝知识被原主认出、被借用者标出、写回底座。按适应性循环的眼光，这个班挺有韧性；按本书的眼光，它一次闭环也没有合上，不美。反过来，本书数的不是系统经过了几个时相，而是这一轮里合上了多少次闭环，每一次闭环的两端是谁。时相只是闭环在时间里的排列。

第三，饱和算得出来，死是选出来的。生态系统的释放，往往是从外面来的：一场火、一场旱。保守期到了什么程度会释放，事先说不准。班级不能等一场火。如果等，来的就是第 6 章那几个信号：作业抄成一片、家长群半夜爆发，那时候死的是整个班的「同的方式」，代价大得多。本书要求饱和有三条算得出的判据，到了就由全班一起办一场合谱仪式，让它在可控的时候、以看得见的方式死。这个死不是灾难，是收割。

把这三点合起来，可以说得更简单一点：适应性循环讲的是一个系统怎样活过一轮又一轮；本书讲的是，一轮又一轮里，每个孩子的那一枝在谁那里长着、谁认得它。前者看森林，后者还要看每一棵苗是谁的种子。

举一个班级里的反例，说明这三点不是咬文嚼字。设想另一所学校有个班，班主任很有想法，每个月换一个主题：九月搞「校园植物地图」，十月搞「家乡美食节」，十一月搞「桥梁模型赛」。每个主题开头都很冷，第二周就热起来，第三周到顶，第四周大家开始腻，月底收场，下个月换新的。一年下来，十个主题，十次从冷到热、从热到散、再起新的。按适应性循环的眼光，这个班长得快、放得开、重组得也快，很有韧性。

可是问一句：十一月的桥梁模型，是从十月美食节里哪个孩子的哪一枝长出来的？没有人说得出。十月和十一月之间没有一根线，每个月都是从老师的新点子起头。再问一句：植物地图里谁的画法被谁改了，原主认不认得？也没有人说得出，作品交上去，评了奖，挂在走廊，月底收走。这个班一年走了十轮「循环」，却没有一次换根，也几乎没有一次闭环。它不是不好，它有活动之美（第 2 章），但按本书的判词，它不美。

把这个班和初二（3）班放在一起，差别就清楚了：初二（3）班一年只换了一次根，可新根有地址；那个班换了十次「主题」，每一次都没有地址。换得多，不等于换得对。

还要补一句和第 7 章的分界。第 7 章讲的死，是统一性之死：一个班原来靠整齐、统一步骤维持「同」，到了阈值撑不住，死的是那种「同的方式」，然后进入混沌，靠预备 E 长出第一次谱系事件。本章讲的死，是一轮活谱系的饱和之死：这个班已经在靠双向认出维持「同」，只是这一轮的根长尽了。前一种死是从统一走向谱系，后一种死是从一轮谱系走向下一轮谱系。一个班第一次走进谱系，多半要经过前一种；走进来以后，一年一年遇到的，就是后一种。

最后，说一下这一章自己会在哪里出错。如果一个班认真算了三条判据、办了合谱仪式、从最意外的一枝立了新根，下一轮却在开头几周里迟迟没有第一次谱系事件，而且比那些不换根、接着往下长的班还慢，那就说明本章对饱和与换根的说法有问题。这个局面，本书只按看得见的口径记账：换根后多少周内出现第一次谱系事件；到了约定的周数还没有，就判这一轮发生失败，不另找说法去圆。

带走的话

- **饱和不靠感觉判断。谱系事件率连续下降、新枝集中来自少数孩子、新条目与旧条目越来越像，三条同时亮、连续两到三个统计期不回落，才算饱和。**
- **饱和不是失败，是熟了；不收，活的谱系就会自己压成一块新的统一。**
- **合谱仪式让这一轮死得看得见：最后一轮认出、压实成最薄的底座、选根、揭墙，每一步都由孩子自己认。**
- **新根要从上一轮最意外、又真过了四关的那一枝里选，说得出它来自哪一条、哪个孩子、经过了谁。说不出地址，就只是适应性循环，不是换根。**
- **生死节律只是双向认出的闭环在时间里的展开，不是另一个中心。**

小　账

本章承重说法：一轮谱系的死要按三条可计算的饱和判据来定；换根的新根必须能追溯到上一轮具体某一枝、某个孩子，这是本书与适应性循环的分界。

在什么局面下算错：如果按三条判据办合谱仪式、立新根的班，换根后迟迟没有第一次谱系事件，且不比不换根、接着往下长的班更快长出新枝；或者三条判据亮起之后不换根的班，并没有出现新条目越来越像、旧法变成标准步骤的情况，本章就错了。

明天可以试的一件小事

翻开你班上的定理册、积累本或任何一份「我们班自己的东西」，看最近十条，数一数它们出自几个孩子，再问问作者「它最像前面哪一条，差在哪里」——说不出差在哪里的有几条，记下来。

◆



第　八　编

读数与可错

导　语

前七编讲的，都可以归成一句话：班级之美是双向认出的谱系闭环，美在闭环合上的一刻发生。一句话说得再好，也要能落到看得见、数得出的东西上，否则它只是又一种好听的「班级理念」。

这一编做两件事。第 29 章把闭环落成四个读数：谱系事件率、「我的知识」指认率、互相查错率、分歧化解匹配度，并说明它们在小学、中学、大学、职校，在理科、文科、艺体各是什么样子。第 30 章把全书摆到可以被推翻的位置上：出现哪些大局面，本书哪一编就算错了。

先立一条规矩，整编都守着：读数只给班级自看，不进考核，不给学校排名。读数是一个班照自己的镜子，不是别人量这个班的尺子。镜子一旦拿去评比，孩子们就会对着镜子做表情。

还有一条要先说：这些读数本身也可能错。哪一天它们和孩子们真实的感受对不上，该改的是读数和本书，不是孩子。

29

第 29 章

班级之美的四个读数与不同学段

六月初，年级组开期末总结会。教导主任来初二（3）班转了一圈，在后墙前站了很久。墙角贴着一张手绘的折线图，四条线，标着四个名字：谱系事件率、指认率、互相查错率、分歧化解匹配度。旁边还有一行小字：「本表只给本班看。」

教导主任很高兴，回到会上就说：「三班这个办法好，数字清楚。下学期全年级都这么记，期末按谱系事件率评优秀班集体，跟流动红旗一起算。」

几个班主任已经开始记笔记了。许老师犹豫了一下，还是站起来说了几句。她说，这几条线是孩子们自己记的，一次谱系事件要两个孩子当面签字，一个说「这是我的，你改了这里」，一个说「我是从你那里拿的」。如果这个数要拿去评优，她能想到下学期会发生什么：好朋友之间互相签字，一天签十次；不愿意签的孩子会被说成「不给班级挣分」；记谱的同学会被催着多记几条。到那时候，墙上的线会越来越漂亮，班里却再也没有一次真的认出。

教导主任沉默了一会儿，说：「那你说这个数有什么用？」

> **这一章的问题**
>
> 班级之美能不能读出来？读出来的数字是什么、怎样数、在不同学段和学科里各是什么样子？以及，为什么这些数只能给班级自己看？

◆ 29.1　谱系事件率与「我的知识」指认率

先说第一个读数：谱系事件率。

它数的就是全书反复说的那个单位，四关都过的一次谱系事件。在场：别人的知识在我这里出现了。有差：我把它改了。双向认得：原主指得出我改了哪一处，我指得出它原来在哪里。回流：改出来的东西写进了全班的定理册、词典，或者别的全班认得的地方。四关都过，记一次。在一段时间里（初二（3）班用的是两周）记了多少次，就是这段时间的谱系事件率。

怎么数才不出错？最容易混进来的是三样东西，每一样都卡在某一关上。

一是只改进、不认出。一个想法在班里传来传去，越改越好，可最后谁也说不清它最早是谁的。这在知识建构的眼光里算成功，在本书里过不了「双向认得」那一关，不记。

二是原样接过。一个孩子把别人的解法一字不差地抄进自己的作业，还认认真真写上「参考某某」。来源是标了，可东西没变形，过不了「有差」那一关。变形收受律说得很清楚：原样接过去，等于没有收下。

三是老师署名。老师在黑板上写「这是小明的方法」，全班鼓掌。这是好事，但它是老师给的单向归属，原主没有指认别人怎样改了他的东西，借用者也没有出场，不记。

所以每记一次，初二（3）班都要两个孩子在记谱单上签名，一个签「原主」，一个签「借用」，再写上定理册的条目编号。没有两个签名，没有编号，就不算。这样数，数字会比老师凭印象估的少得多。九月份，全班两周只有一两次；到了三月，最多的两周有十一次。少，才是真的。

记谱单由谁来记？初二（3）班是轮流的，每周换一个记谱员，每节课最后十分钟「搭桥记谱」时，记谱员把当堂发生的事件写下来，让两个当事人签字。发生智能体在后面做两件事：把记谱单上的条目和定理册对上号，提醒哪些事件还缺一个签名。

记的时候会遇到两种卡住的情况，都很有意思。

一种是借用者说「我是从你那里拿的」，原主却说「我没看出来哪里是我的」。这时候不能替原主认。可以让借用者把自己改的那一步讲一遍，讲完以后，如果原主自己说得出「哦，这一步原来是我那个，只是你把它倒过来了」，就算；如果讲完了原主还是认不出，就不记。认不出本身也是信息：要么改得太远，已经是一枝新东西，可以另起一条；要么借用者其实没读懂原来那一枝，要回头再读。

另一种反过来，原主说「这都是我的」，借用者却指不出到底借了哪一处。这也不记。认出要两头都成立，哪一头说得太满都不行。一个孩子说「全是我的」，往往说明他很想被看见，这个愿望要接住，但接住的办法是下一次帮他的东西真的被人用上，而不是替他记一笔。

谱系事件率说的是：这段时间，闭环合上了多少次。可是它不说是谁的闭环。一个班可以一个月二十次谱系事件，二十次都发生在那三四个最活跃的孩子之间。上一章说的饱和第二条判据，就是从这里看出来的。所以还要第二个读数。

第二个读数：「我的知识」指认率。

它问的是每一个孩子：你有没有一枝知识，正在别人那里长着，而且你指得出它变成了什么样？每隔一段时间（初二（3）班是每月最后一个周五，花一节班会课的一半），每个孩子在谱系墙或定理册里找一处，指出来，借用的那个同学点头确认。找得到、对方也认的孩子占全班的比例，就是指认率。

初二（3）班这条线大致是这样走的：九月几乎是零，没有人的东西在别人那里长着；十一月，赵苏旋转对称法出来以后，四十八人里有九个人找得到；第二学期三月，三十一个；学年末合谱仪式上，在同学帮着找以后，四十三个。

这个数为什么要紧？因为一个班「同」不「同」，看的不是此刻像不像，而是认出图连不连得起来。指认率低，说明认出图上有很多孤零零的点，这些孩子

在班里，却不在谱系里。第 8 章说的「人人都是成员、认出图却断成几块」，在这个数上一眼就看得出来。

指认率怎么用？只有一个用法：给老师和全班找搭桥的地方。哪几个孩子还找不到自己的一枝，老师心里有数，下一周就有意让他们的东西被人接过去，比如苏小禾当初那张画，就是这样第一次被全班读到的（第 9 章）。名字不贴出来，不点名，不在家长会上说。这个数是全班的，不是某一个孩子的。

两个读数要一起看。谱系事件率高、指认率低：闭环很多，却集中在少数人身上，要小心饱和，或者小心小圈子。谱系事件率低、指认率高：大家都有一枝在别人那里，只是长得慢，往往是底座刚删薄、孩子们还在试，可以等一等。两个都低，回头看第 6、7 章：这个班多半还没走出统一性。两个都高，这就是一个班最好看的样子。

顺带说一句和第 12 章的关系。第 12 章从意义三律推出了三个读数：类我率、枝分化数、双向认得率。那三个说的是「为什么」：创造律、自由律、幸福律各在班里留下什么痕迹。本章这四个说的是「每天看什么」，是班级的体温计。两套数都由同一张认出图算出来（第 24 章），并不打架：谱系事件率里包着类我率和双向认得率，指认率看的是枝有没有分到更多孩子身上。老师不必两套都记，记这四个就够了。

还要说一句孩子那一头。指认率是一个冷冰冰的比例，可在每一个孩子身上，它是一个很具体的时刻。三月那次指认，有个平时几乎不举手的女生，在定理册第二十几条里找到了自己的一句话：她在一次小组讨论里说过「先把不变的那条边找出来」，被同组的人用进了一个新解法里。她指着那一行，声音很小，借用的同学在旁边说「对，就是你那句」。那天她没有被表扬，也没有加分，可第二个月，她在小组里开口的次数多了起来。读数只是把这样的时刻数一数，它不能代替这样的时刻。

◆ 29.2　互相查错率与分歧化解匹配度

第三个读数：互相查错率。

它数的是：班里出现的错，有多少是同学先查出来的，而不是老师先查出来的。范围就定在两样东西上：要写进定理册的草稿，和全班交上来的作业。每两周，记谱的同学把被指出的错误数一数，分成两堆，一堆是同学先指出的，一堆是老师先指出的。同学那一堆占的比例，就是互相查错率。

九月份，初二（3）班这个数几乎是零。错误都是老师红笔圈出来的，孩子们也习惯了：错不错，等老师判。到了第二学期，要写进定理册的条目，十个错误里有六个是同学先指出来的。有一次，一诺写了一条，把「相似」写成了「全等」，第一个指出来的是赵磊，他说：「你这两个三角形一大一小，怎么全等？」一诺脸红了一下，改了，在条目底下加了一行「赵磊校」。

老师自己的错也算在里面。有一回许老师在黑板上推一个式子，把一个负号丢了，第一个举手的是马骁。许老师没有说「我是故意的，看你们发现没有」，而是说「对，我丢了，谢谢」，然后把这一处也记进了互相查错的那一堆。老师的错能被孩子先查出来，而且老师认，这对答案位的松动，比十次「大家要敢于质疑」的号召都管用。

互相查错也有一条底线：指错不指人。错的是这一步，不是这个人。定理册草稿上被指出的错，只写改了什么、谁校的，不写「某某又错了」；作业上的错，同学之间互相看，不在全班念名字。查错一旦变成挑刺、起哄、看笑话，它就碰到了底座里的「不欺凌」，那就不是读数的问题，是底座的问题，零容忍。

为什么要数这个？有两个理由。

第一个理由在第 22 章讲过：一个班的答案位如果只在老师手里，或者只在学霸手里，谱系就长不起来。互相查错率低，说明班里还有一个常设、独占、不可被校对的答案位。这个数升起来，说明校对的权力分到了孩子们手里。

第二个理由更要紧：认出和查错用的是同一种读法。你要认出自己的一枝在别人那里变了形，就得把别人的东西读得很细，细到看得出哪一步改了。同样细的读法，也正好看得出哪一步错了。一个班互相查错率很低，几乎可以肯定它的双向认得也做不深：孩子们看别人的东西，只看结论对不对，不看路径。

这里借第 402 号《新文明诞生》里的一个意思：思想的生产不像物的生产，没有一把握在一个人手里的统一尺子，校对要在生产者之间互相做。一个班一旦开始生产「我的知识」，校对就不能再全靠老师一个人。

第四个读数：分歧化解匹配度。

第 16 章讲过两个速度：分歧产生的速度，和分歧化成谱系事件的速度。这个读数就是把两个速度放在一起比。一段时间里，班里冒出了多少次分歧（为一道题、一个说法、一件班务吵起来，而且吵得有内容），其中有多少次在这段时间里化成了谱系事件（拆开、筛过、重做，双方认出自己那一份，写进定理册或班规）。后者除以前者，就是匹配度。

这个数两头都有毛病。太低，说明分歧冒得太快，化不过来，第 14 章底座删薄以后的第二个月就是这样：每周七次争论，化开的只有一两次，许老师几乎撑不住。一直这样下去，第 6 章的阈值信号就会出来。可是匹配度高也不一定好，要看分子分母本身：如果一个月只冒出一次分歧，化开了，匹配度是百分之百，这个班其实是在熄火，第 16 章八周零扣分的红旗就是这样。所以看这个数的时候，要同时看分歧本身有多少。

初二（3）班这一年的数，正好把这几种样子都走了一遍。九月份，两周里只冒出一两次分歧，没人敢在课上和老师、和班长不一样。十一月底座删薄以后，两周冒出十几次，化成谱系事件的只有三次左右，匹配度很低，许老师那段时间最累。第二学期三四月，两周七八次分歧，化开五次上下，这是全年最好的一段。到了五月，两周只有两次分歧，两次都化开了，匹配度看起来满分，可分

歧本身少了——这恰好和上一章的饱和对得上：根长尽了，连能吵的东西都少了。

什么样的分歧才数进去？要「吵得有内容」：两边都说得出自己的理由，而且理由是关于这道题、这件事的。为了谁先用水房吵起来，算不算？如果吵到最后说出了「水房的时间不对等」，拆开来、重做出一个新的轮值办法，算；如果只是互相骂几句，不算，那是另一回事。人身攻击、羞辱，归底座管，不进这个读数。

四个读数说完，回到章首那场会。许老师后来跟教导主任单独谈了一次，说了三条，这三条也是本书对读数的规矩。

第一条，读数只给班级自看。很多人家里的门框上，都有一道道铅笔刻的线，每年孩子生日量一次身高，刻一道，写上日期。这几道线是给这一家人看的：看孩子长了多少，看这一年长得快还是慢。没有人会把各家门框上的线拿去比，更没有人会因为别家孩子长得快而去评「优秀家庭」。四个读数，就是班级门框上的那几道线。

第二条，读数不进考核。不进班级考核，不进老师的绩效，也不进孩子的评优。一个数一旦被拿去排名、拿去奖惩，大家就会去做这个数，而不是做这个数原本要看的事。谱系事件靠两个孩子当面签字，最容易被做出来：好朋友互签，签得越多越「光荣」。到那时候，四个读数全都会变得很漂亮，也全都失去了意义。

第三条，读数是可错的。这几个数，是本书用来检验自己说法的工具（第 30 章的八条可错预言，都要用到它们），不是用来检验老师的工具。如果一个班四个数都很高，孩子们却觉得这个班没意思、不想待，那该怀疑的是本书，不是这个班。

教导主任最后没有把读数放进评优，只说了一句：「那你们自己记着吧。」许老师觉得这样最好。

◆ 29.3　小学、中学、大学与职校

这本书的陪读班级是初二。换一个学段，闭环还是那个闭环，四关还是那四关，但每一关长什么样、底座有多厚、谁来记，都不一样。

先说小学，尤其是低年级。小学的底座要厚一些：识字、写数、安全、排队、不打人，这些都要全班一样，而且比初中多。七八岁的孩子，也说不出「你把我的乘法改成了减法」这样的话。可是认出这件事，小孩子一点都不陌生。设想一年级的积木角，一个孩子用两块长积木搭了一座桥，另一个孩子在桥上加了一个顶，变成了一座有屋顶的桥。第一个孩子跑过来，指着说：「这是我的桥，你给它加了房子！」第二个孩子说：「对，是你的桥。」这就是一次双向认得。老师把这座桥拍下来，贴在教室的「我们班发明的东西」那面墙上，写上两个名字，就回流了。

小学的读数以指认率为主：一学期里，有多少孩子的东西被别人接过去、改了，自己还认得。谱系事件率不必细算，记谱由老师代劳。到了小学高年级，孩子们已经能说出「你把我的方法反过来用了」这样的话，可以像初中一样开始两人签字，只是一次签字的事件不必一定写进全班的册子，写进小组的本子也算回流。要防的是把认出变成「告状」——「他学我！」——这时候老师接一句「他学了你哪里？又变了哪里？」，告状就变成了认出。

中学是这本书主讲的学段，不再多说。只补一句高中。高中的化石最厚，考试的压力最重，根往往只能从考点里选。可是越是考点，越有当初的对不上可以复活；错题汇成的「对不上集」（第 20 章），就是高中最好用的根。高中的谱系事件少一点没关系，要紧的是每一次都真。

初中和高中还有一处不同。初中的孩子换班少，一个班三年在一起，一轮根可以长一学年，饱和、合谱、换根都在本班里完成。高中常常分科、走班，一个孩子一周要在好几个「班」里待。这时候认出图就不只画在一个教室里，而是画在一个年级里，一个孩子的一枝可能在化学走班里被另一个班的同学接过去。记

谱的单位要跟着变，读数的范围也要跟着变，但规矩不变：两个人当面认，写回双方都认得的地方。

再说大学。大学里有一种现成的「认出」，就是引用：写论文要注明借了谁的。可是引用只做了一半，它是借用者标出来源，原主并不知道自己的东西在别人那里长成了什么样，更不用说指出改在哪里。所以一个满是引用的学术圈，按本书的标准，闭环大多是开着的。大学里最接近本书说的闭环的，是讨论课和课题组：一个同学在组会上讲了一个做法，下一次另一个同学在它上面改了一步，原主在下面说「你这一步是从我那里来的，但你把条件放宽了」，然后写进组里的共享笔记。大学的底座是学术诚信，零容忍；大学的读数可以由课题组自己记，同样不进任何考核。

大学还有一处特别的地方：原主常常就在门外。一篇本科生的课程论文借了老师上学期讲的一个想法，改了一步，老师作为原主，其实最有能力指认「我原来是这么讲的，你把它用到了另一个地方」。可大多数时候，老师只是打一个分数，从来不说这句话。大学课堂里一个最便宜的改动，就是批改时多写这一句。

最后说职校。职校的知识很多不在纸上，在手上、在工位上。这里借第 335 号讲职教工位的意思：一个工位就是一处谱系发生的地方。设想一个汽修班，师傅教了拧某个螺栓的标准手法；一个学生发现，换一种握法，在发动机舱里狭窄的位置更好用力；旁边工位的同学学过去，又按自己的手型改了一点。第一个学生看了，说「这是我那个握法，你把手腕的角度变了」。这个改法最后写进了班里的工艺卡，标上两个人的名字。职校的底座比哪个学段都硬：安全规程、标准扭矩、电气规范，一个字都不能变。可正因为底座清楚，手上的枝反而好长。

职校要特别分清一件事：改了底座，不叫「有差」，叫违规。把标准扭矩拧小一点、把绝缘少包一圈，就算原主认得出、借用者说得出来路，也不是一枝新知识，是踩出了底座，当场纠正。能长枝的，是底座之上的那一层：手法、顺

序、工具的用法、排查故障的路子。职校的读数，也最好在一个工位、一个实训小组里记，而不是把一个专业几百人放在一起算。

四个学段放在一起看：越往低，底座越厚、认出越朴素、老师代记越多；越往高，底座越薄、认出越细、孩子自己记得越多。闭环本身不变。

◆ 29.4　理科、文科、艺体

学科不同，变的是两样东西：底座有多厚，「有差」看起来是什么样。

先说理科。数学、物理、化学、生物的底座最清楚：定义、符号、单位、定理、实验安全、数据诚实。这些不复活，零容忍。枝主要长在路径上：同一个结论，不同的证法、不同的解法、不同的实验设计、不同的解释方式。理科的好处是变形很容易看清楚，一诺把乘法改成减法，一眼就看得出改在哪里；理科的毛病是太容易把整块化石都当底座，觉得「答案只有一个，路径也只有一个」。前面二十几章大多是理科的例子，这里不再展开。只说一句：理科的谱系事件，最好以「这一步」为单位来认，不要以「这道题」为单位。

举一个化学实验的例子。设想做收集氧气的实验，课本上的装置是一套标准的。一个小组发现，试管口的棉花塞得太紧，气流会断断续续，于是改成先松后紧；隔壁小组借过去，又把集气瓶倒放的时间提前了一点。前一个小组看了说：「棉花那一步是我们的，你们把它和换瓶的时机连在一起了。」这一句，就可以写进实验记录本里，作为本班的一条操作心得。装置的安全要求、药品的用量，那是底座，一点不改。

再说文科。语文、历史、道德与法治这些科目，枝长得最容易，一首诗四十八个孩子能读出四十八种意思。可是文科的毛病，恰恰是太容易停在「都有道理」（第 2 章）。四十八种读法摆在那里，谁也没有接谁的，各说各的，热闹过后什么也没留下。文科的闭环要多做一步：要求孩子在自己的读法里接过一位同学的读法，改一处，写明借了谁、改了哪里，而原主读了以后要说得出「我原来

是这么读的，他往前推了一步」。设想一堂读古诗的语文课，一个孩子说某一句写的是送别时的冷，另一个孩子接过来，说不只是冷，是从冷里看出了不舍；前一个孩子说「冷是我说的，不舍是他加的」。这一句，就可以写进班里的《班级词典》，作为这首诗的一个本班读法。文科的底座是什么？引文准确，史实不编，观点不抄，讨论不人身攻击。

外语课也一样。一个孩子在口语练习里用了一个很地道的说法，同桌下一次在另一个场景里用了它，还换了一个词。前一个孩子听出来了：「那是我那句，你把动词换了。」词汇和语法的规则是底座，怎样在不同场景里用、怎样改着用，是枝。

最后说艺体。音乐、美术、体育，变形是家常便饭，每个孩子唱出来、画出来、跑出来，都和别人不一样。艺体的认出，往往不用嘴，用耳朵、眼睛和身体。设想一堂音乐课，几个孩子给一首歌编节奏，一个孩子拍出了一个切分，另一个孩子把它放慢一半，放进了副歌。前一个孩子一听就笑了：「那是我的拍子，你把它拉长了。」这就是认出。体育也一样，一个战术、一个传接的小动作，被别人改了还认得出，就是一枝。马骁接力赛的那条门道（第 27 章），就是体育里的例子。艺体的底座是安全、不伤人、守比赛规则；艺体的回流，可以是一段录像、一张谱、一套班里的口令。

艺体还给全书提了一个醒：认出不一定要说出道理，「那是我的拍子」也是认出。只要原主指得出改在哪里，借用者指得出来自哪里，就算数。

学科之间还有一个容易被忽视的地方：不同学科的读数，本来就不该放在一起比。艺体课上变形是常态，谱系事件率天然就高；理科的一次谱系事件，往往要一整节课才能合上，数字天然就低。如果拿美术课的谱系事件率去要求数学课，或者反过来，结果只会是数学课去凑数字、美术课觉得自己什么都不用改。这也是读数只给班级自看的又一个理由：它只和自己的过去比，不和别的班、别的学科比。

最后说一句跨学科。最意外的枝，往往长在学科的缝里。赵磊的齿轮法从数学课跑到物理课的传动比（第 19 章），邓果的等车记录要在初三的概率里做根（第 28 章）。四个读数是按班级算的，不按学科分开算，就是为了让这些跨过学科的线也被数进去。

带走的话

- **班级之美可以读出来：谱系事件率、「我的知识」指认率、互相查错率、分歧化解匹配度，四个读数都从「两个孩子当面签字」这一件事算起。**
- **原样接过、只改进不认出、老师单向署名，都不是谱系事件，都不记。**
- **认出和查错是同一种细读；一个班不会互相查错，也就认不深。**
- **读数是班级门框上的身高线，只给班级自己看，不进考核、不评比、不排名。**
- **学段和学科变的是底座的厚薄和「有差」的样子，四关不变。**

小　账

本章承重说法：班级之美可以落成四个只给班级自看的读数，它们由双向签字的谱系事件算起，在各学段、各学科里四关不变，只是底座厚薄与变形的样子不同。

在什么局面下算错：如果四个读数长期都高的班级，孩子们的同班感、留恋感和自主解题并不比读数低的班级好；或者读数一旦只在班里自看、不进考核，就没人愿意认真记，只有拿去评比才记得下去，本章就错了。

明天可以试的一件小事

下一次有孩子说「他学我」或「这是我先想的」时，不要急着判谁对，接一句：「他学了你哪里？又变了哪里？」然后请被说的那个孩子也说一句「我是从你那里拿的哪一点」。

◆

30

第 30 章

本书怎样算错

学年快结束的一个下午，马骁抱着他的记分本来找许老师。这个本子原本是记运动会成绩的，后来记的东西越来越多：每周进了《班级定理册》几条，每条经过几个人，谁认出了谁。他翻到最后一页，那里画着两条线，一条是本班的，一条是他从隔壁班借来对着记的。

「许老师，」他说，「我们班这学期一共四十多条，隔壁班没有定理册，我就按他们黑板报上写的『同学妙解』来数，也有三十来条。差得不算多。」

许老师说：「黑板报上的妙解，是老师挑出来贴的，原主认不认得出、有没有人改过，你记了吗？」

「没记。我记不了。」马骁挠挠头，「可我就想问一句：要是哪天真有人认真比一比，发现我们折腾了一年，跟隔壁班一个样，那怎么办？」

许老师没有马上回答。她想起这一年里自己也问过好几次同样的话，在第二个月争论变成每周七次的时候，在家长群半夜炸开的时候。每一次，她都靠一句「再看看」撑过去。可「再看看」不是答案。一个说法如果永远可以「再看看」，那它就永远不会错，也就什么都没说。

她最后说：「那就是这套办法错了。错在哪里，得说得出来。」

这一章就是替许老师、也替这本书，把「错在哪里」提前说出来。

> **这一章的问题**
>
> 出现什么样的大局面，本书就算错了？错了改哪里？这本书自己会不会饱和、会不会死？

◆ 30.1　八条可错预言

先说一句为什么要写这一章。

前面二十九章，讲了化石、阈值、死亡、预备 E、谱系事件、双向认得、类我、起音、发生智能体。这些说法讲得再顺，也可能是错的。一本讲「班级怎样发生新知识」的书，如果自己说不出什么局面下会被推翻，它就和自己批评的东西一样了：成了一块不许别人碰的化石。

所以下面八条，每一条都按同一个样子写：先说本书预言会看到什么，再说出现什么大局面就算错，最后说错了要改哪一编。

这里的「错」只按粗的层级说。本书不给精确的实验方案，不规定样本多少个班、比多少周、用什么统计。那是愿意动手检验的人的事。本书只负责一件：把「什么局面一出现，我就错了」说清楚，说到普通老师看一眼就能明白。还要先立一条规矩：这八条里任何一条被撞上，都不许事后改口说「那个班不算真正的谱系化」「那个老师没做到位」。判据是在出事之前写下的，出事之后不改。

再说清这八条要用到哪些量。一类是第 29 章那四个读数：谱系事件率、「我的知识」指认率、互相查错率、分歧化解匹配度。它们都从「两个孩子当面签字」算起，是本书自己的尺子。可一本书只用自己的尺子量自己，量出来总是好看的。所以八条里还要用到三样不归本书管的东西，它们来自孩子那一头的感受，第 29 章的「小账」里已经提过前两样：

同班感，就是孩子心里觉得「我们是一个班」的那份感觉。粗粗地问，可以问：「班里遇到难题，你会想到去找哪几个人？」「换一个班，你觉得自己会少了什么？」说得出班里具体的人、具体的东西，就是有；只说得出「都一样」，就是淡。

留恋感，就是到分班、毕业、转学的时候，舍不得这个班的那份感觉。它比同班感更晚才看得出来，往往要等到要分开的那一刻。

互读率，就是孩子们不靠老师布置、自己主动去读同学作品的多少。比如一个月里，有多少孩子翻过不是自己写的定理册条目、看过别人的作业、借过别人的草稿去看。

这三样都只是粗量，问卷也好，老师留心也好，只要在比较的两边用同一个问法就行。第 29 章说过：一个班四个读数都很高，孩子们却觉得这个班没意思、不想待，该怀疑的是本书。下面几条，就是把这句话写成了可以撞上的样子。

还要说什么叫「撞上」。一个班的一次反例不算大局面：一个班可能遇上了特别的老师、特别的孩子、特别的一年。大局面是：条件相近的一批班，比了足够长的时间，结果都往一个方向走。另外，比较之前要先说好，这些量都只在班里自记、没有拿去考核；被拿去评比过的读数，是造出来的，不能拿来证明本书，也不能拿来推翻本书。这一条同样是事先写下的。

第一条：定理册不比对照班多长东西。

本书预言：一个班设立了类我小组、有了《班级定理册》，认真做一学年，谱系事件率和「我的知识」指认率，都会明显高于条件相近、只按统一方式上课的对照班。谱系事件率是一段时间里四关都过的事件有多少；指认率是孩子能不能指着某一条说「这里有我的一份」。

算错的大局面：一学年下来，这两个读数都不比对照班高。定理册写满了，墙上也贴满了，可数一数四关都过的事件，和隔壁班差不多；问孩子「哪一条里有你」，答得出的人也差不多。

错了改哪里：第三编整个要改。第三编说班级之美的本体是谱系性知识，类我是它的中间一层，定理册是回流的去处。如果这些装置立起来了，读数却不动，那就说明谱系性知识这个东西，要么不是本书说的那个样子，要么根本不靠这些装置长。

第二条：零分歧的班反而更会长。

本书预言：分歧是燃料。一个班如果长期没有分歧，安静、整齐、零扣分，它的谱系事件率会低；分歧率中等的班，谱系事件率会高。这里说「中等」，是因为分歧太多、化不过来，会触发阈值，那是另一回事（第 16 章讲两个速度）。

算错的大局面：长期几乎没有分歧的班，谱系事件率不低于分歧中等的班。也就是说，八周零扣分、八周拿流动红旗的那种班，定理册里新长出来的东西，并不比天天吵 36 还是 38 的班少。

错了改哪里：第四编要改。第四编说冲突是燃料，说八周零扣分可能是熄火不是美。如果安静的班照样长，那冲突就不是燃料，至少不是必需的燃料，第 14 到 16 章的主张都得收回来重写。

第三条：不死也能生。

本书预言：统一性要撑到阈值、经过死亡和一段混沌，新的谱系才长得出来。一个班如果只靠一点一点调和，今天分层、明天加个才艺周、后天开个班会摆平，它的谱系事件率上不去。

算错的大局面：有一批班，从来没有出现过阈值的四个信号，没有经过统一作业取消后那种乱哄哄的两周，一直是温和地、逐步地调整，结果它们的谱系事件率和经过阈值的班一样高，甚至更高。

错了改哪里：第二编「死亡是复活的前提」这一说要改。这里特别提醒一句：第二编已经立过规矩，不许用「死得不彻底」来解释失败。同样，这一条被撞上时，也不许说「那些班其实悄悄死过」。没有看得见的阈值信号，就是没有死过。这条判据是给本书自己定的。

第四条：单向署名和双向认得一样好。

本书预言：班级之美要双向认出，原主认出变形，借用者标出来源，缺一方不算。老师给学生的想法命名、贴名字，或者只记想法有没有改进、不问原主认

不认得出，这样的班，孩子之间互相去读对方作品的比例会低一些，到分班、毕业时舍不得这个班的感觉也会淡一些。这就是前面说的互读率和留恋感。

算错的大局面：只做单向署名、只量想法改进的班，互读率和留恋感都不低于做双向认得的班。也就是说，老师在黑板上写「这是小禾的方法」，效果和小禾自己指着别人的作业说「这里是我的图，你把它翻过来了」一样。

错了改哪里：第 12 章和第 13 章要改。第 12 章说幸福律落成双向认得率，第 13 章说认出不是承认、不是复述确认，还和署名式课堂、知识建构划了界。如果单向的就够，那「双向」这一要求就是多余的，划界也就划不住了。第 12 章还说过，三律缺一能被这一条检出来，这个说法也一并作废。

第五条：老师一走，谱系化的班照样塌。

本书预言：老师从指挥退到起音，答案位不再被一个人独占，小组就能自己往下长。老师离开一周，谱系化的班级小组自主解出难题的数量会下降，但下降得比统一班少。

算错的大局面：老师外出一周，谱系化班级小组自己解题的数量，掉得和统一班一样多，或者掉得更多。许老师外出三天、数学小组自己做出难题的那一幕（第 22 章），换到很多班去看，并不成立。

错了改哪里：第 22 章要改。起音与指挥的分别、无指挥律的借用，都要重新想：也许老师在场时的起音，本身就是另一种指挥，只是换了说法。

第六条：四十八个人的班，人力也画得出认出图。

本书预言：一个老师、四十八个孩子，谁认出了谁、谁借了谁，靠人力是画不出来、也记不全的。不用同一性知识谱系发生智能体、全靠老师和孩子手记的四十八人班，谱系可读度会明显低于用智能体的班。谱系可读度，就是每一枝能不能认得出从哪个根来、经过了谁。

算错的大局面：全靠人力的四十八人班，谱系可读度和用智能体的班一样高。马骁那样的记分本，加上一面谱系墙，就够了。

错了改哪里：第 25 章要改，第六编编首那句「去掉 AI 这一层，第三编的判词只能在少数小班里成立」也要改。说实话，这条如果错了，对老师是好消息：不用等工具，今天就能做。本书错得起。

第七条：认出图断成几块，照样有同班感；原样接过的和变形接过的一样结晶。

这一条有两半，撞上任何一半都算错。

前一半。本书预言：一个班「同」不「同」，不看大家此刻像不像，也不看是不是听同一个老师讲同一本书，而看认出图连不连通。所以一个班哪怕想法接来接去很热闹，只要认出图断成几块，孩子们觉得「我们是一个班」的那种感觉，和留恋感，就会比认出图连通的班弱。

算错的大局面：想法接续很密、认出图却断成几块的班，同班感和留恋感不低于认出图连通的班。也就是说，只要大家都在接着说、接着改，认不认得出来路，对「我们是一个班」毫无影响。

后一半。本书预言：知识原样被接过去，等于没有收下；变了形、来路还认得出，才算收下，也才会在孩子身上结晶。

算错的大局面：原样接过的知识（抄的、背的、原样复述的）和变形接过的知识，过一段时间再看，一样扎根、一样会用、一样能迁到新题上。一诺原样背下林朵的算法，和她把乘法改成减法、林朵又认得出，效果没有分别。粗粗地看，办法很朴素：隔一个月，出一道换了样子的题，比如把晒谷子换成锯木头，看原样接过的孩子和变形接过的孩子，谁还认得出这是同一类损耗、谁还会用。如果两拨孩子一样会，这一半就撞上了。

错了改哪里：第 8 章的「认谱同一性」要改，变形收受律要改。这两样是本书最不随大流的地方，第 11、13、20、21 章都用了变形收受律，它一倒，这几章跟着要重写。

第八条：连通度不先掉。

本书预言：班级裂成小圈子之前，认出图的连通程度会先掉下来，而且比老师的感觉来得早。这里的「连通程度」，说法和第 8.2、24.3 节一致：最少要剪断几根线才能把全班分成两块，那叫边连通度，是最直观的一把尺子；本书这条预言押的是更细的一把，叫代数连通度，它说的是这张网织得有多匀、多紧——网里只要出现一处细细的颈口，两大片孩子之间只靠两三根线连着，它就会掉下来，哪怕这时一根线也还没断。正因为它在线断之前就掉，它才是类我固化成小圈子的预警，老师才来得及在圈子成型之前搭桥（第 24 章）。

算错的大局面：班里明明已经分成了几个互不往来的小圈子，午饭各吃各的，讨论各说各的，可回头去查，连通度在这之前并没有往下走；或者它往下走的时候，老师早就看出来了，它并没有更早。

错了改哪里：第 24 章的谱系计算和类我固化预警要改。智能体说能「提前看见」，如果看不见，那它在这件事上就只是一个事后记账的工具。

八条放在一起，是一张表：

预言	撞上什么大局面算错	改哪里
一	立了类我与定理册，一年后两个读数不高于对照班	第三编
二	长期零分歧的班长得不比中等分歧的班少	第四编
三	不经阈值、逐步调和的班长得一样多	第二编
四	单向署名、只量改进的班，互读与留恋不弱	第 12、13 章
五	老师离开一周，谱系班自主解题掉得不比统一班少	第 22 章
六	人力记谱的 48 人班，可读度和用智能体的一样	第 25 章
七	认出图断块不伤同班感；原样接过与变形接过一样结晶	第 8 章与变形收受律
八	小圈子成型前连通度没有先掉	第 24 章

这八条不是一样重的。读者看的时候，可以分三层看。

最重的是第一条和第七条。第一条问的是整套办法有没有用，第七条问的是本书最不随大流的两个说法站不站得住：「同」看认出图连不连通，知识要变形才算收下。这两条一倒，本书的判词就倒了，不是改几章能补的。尤其第七条，它要是被撞上，「双向认出的谱系闭环」这句判词就只剩一个好听的名字。

中间一层是第二、三、四条。它们管的是判词下面的几根柱子：冲突是燃料，死亡是复活的前提，认得要双向。这几条倒了，判词未必倒，可本书讲「怎样走到闭环」的那条路要重画。比如第三条倒了，就是说统一性可以不死、慢慢长出谱系来，那第二编就得从「死亡」改写成「转身」，许老师在第 6 章顶住检查压力那一段，也就不必那样顶了。

最轻的是第五、六、八条。它们管的是具体的装置：起音、智能体、连通度预警。装置错了换装置，判词不受伤。

我们还愿意老实说一句自己的猜测：八条里最可能先被撞上的，大概是第三条和第六条。第三条难在，有些老师天生会在班里一点一点松土，从来不需要一次崩塌；第六条难在，确有一些班，靠一个细心的孩子和一面墙，就把线记得清清楚楚。如果真是这样，本书就在这两处改，改完再看。

最后补两句要紧的话。

第一，这八条要检验，就得有人去数，可数出来的东西只给班级自己看、给愿意检验本书的人看，不进考核，不拿去给学校排名。一旦拿去排名，大家就会去造谱系事件，读数就不再是读数了，检验也就跟着坏了。

第二，八条里哪一条被撞上，本书就照上面说的去改，不绕。一本书被推翻一部分，不丢人。丢人的是它从一开始就让人推不翻。

◆ 30.2　本书最弱的三处

八条预言是别人来推翻本书的门。下面三处，是本书自己知道最容易漏风的墙。先说出来，省得读者替本书遮掩。

第一处：类我会固化成小圈子。

本书一路都在夸类我。四个人各用一种方法，互相改写，最后形成「我们组的解法」，这是全班的知识和我的知识之间那一层。可类我有一个天生的毛病：它好用，所以容易抱紧。

设想初二（3）班到了下学期。赵磊和苏小禾那一组配合得太顺了，齿轮加画图，什么题都能拆。慢慢地，他们组的东西只在组里转，别的组来借，他们嫌解释麻烦；别的组也觉得「反正他们最厉害」，干脆不来借。定理册上新写进去的条目，来路一栏总是那几个名字。表面看，这个班照样热闹，谱系事件也不少，可认出图上的线，越来越多地挤在几个小团里，团与团之间只剩一两根细线。

这就是类我固化成小圈子。它危险的地方在于，固化的那一段时间里，各项读数可能还挺好看。每个小圈子里面，互相改写、双向认得都在发生，只是不再跨出去。等到老师感觉出「这个班分成几拨了」，往往午饭桌已经分好了，讨论时的眼神也分好了。

本书对这一处的办法，是第 24 章那个连通度预警：连通度先掉，老师在圈子成型前搭桥，比如把两个小团里各自最意外的一枝放到一起做一道桥题。可这个办法本身就是第八条预言。如果第八条被推翻了，连通度并不先掉，那本书在这一处就没有招，只能回到凭感觉的老路上。所以这一处弱，弱在它的补丁也还没有被检验过。

第二处：应试评价不改。

本书第五编讲了根题、枝题、桥题，讲了三本账，讲了个人谱系档案。可一个县城中学初二的班，一年半以后要中考。中考考的大部分是根题，是统一的那一层。家长最在意的，也是这一层。

一诺妈妈就是这样想的：你们搞定理册我不反对，可期末排名掉了怎么办？她的担心不是没有道理。一个班每周花两节课搭桥记谱，刷题的时间就少了。哪

怕本书说「复活过的化石记得更牢」，这句话要真的在一张统一试卷上兑现，需要时间，也需要运气。

本书不对考试制度表态，也不打算表态。本书能说的只有两件事。一是第 20 章说的，谱系式的东西可以在本班的小测、作业、错题本里先用起来，大考照常备，不和大考硬顶。二是要老实承认：在评价只看统一那一层的地方，谱系发生的好处有很大一部分看不见，也就很难被学校、家长认下来。一个班可以很美，期末排名却平平，这种局面完全可能出现。本书说它美，有人说它误了孩子，两边的分歧，在大考不变的地方，很可能长期化不开。

这一处弱，不是本书论证上的漏洞，是本书所立足的那片地还没有长出相应的土。可本书不能拿「土不对」当借口。第一条预言要比的，正是同样大考压力下的班。

第三处：六十人以上的大班额。

本书的陪读班是四十八个人。第 17 章讲课桌，第 18 章讲四十五分钟，都按四十八人去设想：几张根桌、几个枝组、几个桥座，十分钟搭桥记谱。

可很多地方的班不止四十八人。六十个、七十个孩子挤在一间教室里，过道窄得只容一个人侧身走，分组岛屿摆不开，一节课里每个组讲三分钟都排不过来。老师批作业已经到深夜，再让她去看谁认出了谁，几乎是强人所难。

本书在这里押的宝是发生智能体：人数越多，人力越画不出认出图，越要靠它来记谱、算连通度、提示搭桥。这在逻辑上说得通，可大班额的难处不只是记不过来，还有说不上话。一个孩子在六十多人的班里，一学期能被全班读到几次作品？一次双向认得要原主当面指出「你改了哪一处」，人一多，这样的面对面就稀了。智能体能把线记下来，却不能替孩子开口。

所以我们要老实说：本书的判词在六十人以上的班里是否还站得住，我们没有把握。也许那里的谱系事件率会低到看不出和统一班的分别；也许那里最先长出来的会是类我，而全班的那一层很难连起来。真到了那样的班里，第一条和第六条预言都可能被撞上，我们愿意接受。

三处弱点放在一起看，有一个共同的地方：它们都是在本书的装置碰到现实界的硬东西时露出来的。小圈子是人的倾向，考试是制度，大班额是房子和编制。本书在理念界说得越顺，越要留神这三块硬东西。

◆ 30.3　若被推翻

先回到第 3 章那句话。本书指导老师王德生说过：「三视角，对比，变化，分布，无法解决自己如何死亡和如何产生全新的三视角。」

这句话当初是拿来批评三视角的。三视角能看班级，能把班级里的矛盾换个角度缓下来，可它说不清自己什么时候该退场，也说不清下一个看法从哪里来。它预设框架已经在那里，只在框架里面找解。

可这句话也是一面镜子。如果本书只会说别人怎样死，说不出自己怎样死，那本书就犯了和三视角一样的毛病，甚至更糟：它一边讲「统一是死去的谱系」，一边把自己摆成一块不会死的化石。

所以本书要按自己的判词来看自己。**本书自己也是一轮谱系。**　它的根，是从前很多人的化石：班级授课制、维果茨基、佐藤学、知识建构、莫斯的礼物、生物学里的两种分类，还有 2017 年起很多班主任用三视角看班级的那些年。它的枝，是这些化石在这里长出来的东西：双向认得、变形收受律、认出图、类我、起音。它要回流，回流到读这本书的班主任手里，在他们的班里变形，再被他们认出来路。

既然是一轮谱系，它就会饱和，会死。这不是谦虚，是本书自己的道理推出来的。

那么本书什么时候算饱和？照第 28 章那三个判据，换到本书自己身上来说：

第一，**用这本书的班里，谱系事件率连续往下走。**　刚开始照着做的班，定理册一条一条长；几年以后，同样照着做的班，长得越来越慢，一学年下来四关都过的事件越来越少。这说明本书这一轮的根，已经被用得差不多了。

第二，**新枝集中来自少数地方。**　关于「谱系化班级」的新做法、新故事、新装置，越来越只出自少数几个示范班、少数几位作者。大多数照着做的班，只是在搬，不再长出自己的一枝。这正是本书在班里最警惕的局面：新枝集中来自少数孩子。

第三，**新条目与旧条目越来越像。**　各地班级的定理册、谱系墙、词典第一页，越来越像同一个模板。来路一栏都写得整整齐齐，格式一样，连例题都一样。谱系墙成了新的流动红旗，大家比的是墙贴得满不满，不是线是不是两端都认过。

三样同时出现，持续几年，就是本书饱和了。到那时，「谱系事件」会变成一条要背的定义，「双向认得」会变成检查表上的一个勾，本书就从活的谱系，压成了化石。

这里要分清两种死。一种是好好地死：本书被用足了，根长尽了，三判据一起出现，于是该换根。另一种是被用歪了而死：读数被拿去考核、拿去评先进，谱系事件被造出来凑数，定理册写给检查的人看。后一种不是饱和，是本书一开始就立下的底座被踩破了。读数只给班级自看，这一条要是守不住，本书就不是在时间里展开它的闭环，而是在半路被做成了另一张积分榜。两种死看上去都像「不灵了」，可前一种该换根，后一种该先把底座补回来，不能混为一谈。

这一天来，不是坏事。本书自己说过：统一是死去的谱系，多样是复活的谱系，它们是同一条生命的两个时相。本书变成化石，正说明它曾经活过、长过、被很多人用过。可它不能赖着不死。

本书死了以后，留下什么？照换根的道理，有两样。

一样是底座，最薄的一层。本书希望能被压进底座的，大概只有很少几句：知识原样接过去不算收下；一枝知识的来路要两端都认得；班级的「同」可以按认出图来看。这几句如果经得起上面八条的检验，也许会像今天的「因材施教」一样，成为后来人不必再争的东西。如果经不起，就连这几句也不留。

另一样是根，留给下一轮去复活的那一部分。下一轮的根，照本书的规矩，要从这一轮最意外的一枝里选。哪一枝最意外，我们现在说不出，也不该说。它应当出自某个读者的班，某个本书没写到的孩子，某个本书没想到的变形。到那时，那个班的老师能说得出「这是从那本书的哪一处长出来的，我改了哪里」，而我们如果还在，也认得出「这是我们的那一枝，可你把它改成了这样」。

那一刻，本书这一轮的闭环才算真正合上。

如果本书不是饱和而死，而是被上面的八条推翻呢？那也一样。被推翻的那一条，就是下一轮最好的「对不上」。一本书被证错的地方，往往正是下一本书的根。

带走的话

- **一个说法如果永远可以「再看看」，它就永远不会错，也就什么都没说。**
- **本书写下八条可错预言，每一条都说清撞上什么大局面算错、错了改哪一编；判据在出事前写下，出事后不改口。**
- **本书最弱的三处：类我固化成小圈子、应试评价不改、六十人以上的大班额；三处都是理念碰到现实界的硬东西时露出来的。**
- **三视角说不清自己怎样死；本书若也说不清，就犯了同样的毛病。所以本书自己也是一轮谱系，会饱和，会死。**
- **本书饱和的样子：照着做的班长得越来越慢，新做法只出自少数地方，各地的定理册越来越像一个模板。**

小　账

本章承重说法：本书的每一个承重主张都对应一个可被撞上的大局面；本书自己也是一轮谱系，按「谱系事件率连续下降、新枝集中于少数、新条目越来越像」三判据判定饱和。

在什么局面下算错：如果八条预言写下以后，任何一条被撞上时本书改口辩护而不改相应的编；或者用本书的班普遍模板化了，本书却仍被当作不许改的标准答案，本章就错了。

明天可以试的一件小事

在班里正在用的一条规矩或一个办法旁边，用一句话写下「如果出现什么情况，我们就承认这个办法不管用」，贴出来，过一个月和孩子们一起回头看一次。

◆

结语

一年以后的《班级定理册》

仍是那个构想的初二（3）班。学年最后一周的一个下午，期末考试已经考完，成绩还没出来，教室里有一种难得的松。许老师抱来一摞牛皮纸、一盒长尾夹和一把锥子，把讲台上那本被翻得起了毛边的《班级定理册》摊开，准备装订。

这本册子一开始只是一个普通的硬皮笔记本，摆上讲台以后，头几个星期几乎是空的。现在，它已经塞满了，夹着一些从作业本上撕下来的草稿、几张苏小禾画的图、一张马骁做的统计表，边上还用回形针别着一页林朵抄的家乡算法，后面跟着一个活页夹，装着一个多月前合谱仪式上从谱系墙揭下来的纸条。许老师数了一遍：四十七条。

这一章不讲新东西。全书三十章说过的话，到这里只做一件事：把这本册子从头到尾翻一遍，看看一年里到底发生了什么，再把开头那个问题问一次。

◆ 一、红旗不再连续

先说门框上那面流动红旗。

上学期开学的那八周，三班一次没丢过它。这一年后来的日子里，红旗来来去去。有一周因为两组在走廊上争一道题争到预备铃响还没进教室，扣了纪律分；有一周因为后墙谱系墙上的纸条贴得太满，掉了一地，被检查的人记成「卫生不合格」；还有一周，班会开成了「生成会」，吵得隔壁班来敲门。年级主任路过门口，不再点头，有时皱一下眉。

许老师有过动摇。第 14 章写过，底座删薄的第二个月，争论从每周两次变成每周七次，她夜里睡不着，想把三十二条班规重新贴回去。她最后没有贴，原因不是她突然相信了什么理论，而是她每周翻定理册，发现它在长，而且长出来的每一条，她都能在纸上指出是谁的、经过了谁。整齐的那八周，这本册子一条也没有。

这里要说清楚一件事，免得读者以为本书在跟红旗作对。红旗量的是秩序，秩序是底座的一部分。一年里三班丢红旗，从来不是因为欺凌、不是因为作弊、不是因为有人在课上被羞辱——这些触到底座的事，一年里只出过两回，两回都当场处理，零容忍。丢红旗的那些周，丢在吵、丢在乱、丢在纸条贴得太满。这些是谱系在长时留下的毛边。一个班如果为了不留任何毛边，宁可什么都不长，那它得到的只是熄火，不是美。第 16 章把这个叫做「留丑律」：丑只留在可以撤回、尺度很小的地方，轮着担，不让任何一个孩子长期替全班背。

所以一年以后的三班，不是一个更不整齐的班，而是一个整齐得「有地方」的班。该一样的地方，比以前更一样：定义、符号、安全、诚信、不欺凌，这几条全班没有人含糊。不该一样的地方，第一次被放开了：解法、画法、记法、讲法。红旗不再连续，是这条界线画清楚之后的一个副产品。它不值得骄傲，也不必羞愧。

◆ 二、许老师外出的那一周

第二学期期中前，许老师被抽去外地参加一周的培训。她走之前心里没底，给代课老师留了一张纸，上面写的不是「每天讲到第几页」，而是另外几句话：每节课开头，请一个孩子把今天要用的那条定理当初回答的「对不上」说一遍；然后就退到旁边；下课前十分钟，请各组把新做法和来路报给记谱员。

这一周里，三班遇上了单元里最难的一道综合题。代课老师没有讲。三个组卡了一节课，第二节课赵磊那组先拿出一个半成品，用的是他们在「赵苏旋转对称法」上又转了一步的思路；苏小禾那组看出这一步在某个位置上不成立，把图重画了一遍；一诺那组没有先去找答案，而是拿着前两组的草稿问：「你们这一步是从哪儿来的？」第三节课，题做出来了。记谱员马骁在定理册里写下这一条，后面标了三个组名、两个人名，还画了一个小箭头，指回第 11 章那节课上写进去的旋转对称法。

许老师回来，第一件事是翻册子。她看到那条记录时没有说话，只是把箭头又描了一遍。

这件事本书在第 22 章讲过一个更短的版本（外出三天），在第 30 章又把它写成一条可错的预言：老师离开一周，谱系化班级小组自主解题数的下降幅度，应当小于统一班级。如果将来有人认真去比，发现不是这样，那就是第 22 章错了。我们把这条预言再提一次，是想让读者看到：这里说的「老师不在也能做出来」，不是一个令人感动的故事，而是一个可以被现实推翻的说法。它之所以可能成立，不是因为孩子们突然变聪明了，而是因为一年里三班长出了一张认出图：谁的方法从哪来、到了谁那里、改成了什么样，全班都看得见。老师原来占着的那个答案位，被这张图分掉了。老师的位置变成了起音：拿出一块化石，说出它当初的对不上，退到旁边。

◆ 三、四十七条

现在一条一条翻那本册子。我们不把四十七条都抄出来，只说它们长什么样。

每一条都有三样东西。第一样，做法本身，用孩子自己的话写，有时候是一句，有时候是半页，有时候是一张图。第二样，根：它是从课本里哪一条公共知

识长出来的。第三样，来路：谁先有、经过谁、在哪一节课或哪一次争论里改了形，原主怎么说、借用者怎么说。第三样是这本册子和普通错题本、优秀解法集最大的不同。

前面几页，字迹还很拘谨，有一条是混沌那几周里冒出来的「天平翻面」（第 7 章），来路一栏写得歪歪扭扭，那是全班第一次学着写来路。翻到第八条，是「赵苏旋转对称法」，第 11 章的主例，后面已经别了好几张补页，每一张都是别人在它上面又改出的一步，第一张叫「不是正方形也能转」。再往后，是 36 与 38 那道题留下的「买料题三问」，下面是两派当时的写法，还有全班最后认下的那个做法，第 14、15 章讲过它的来龙去脉。

翻到第十九条，许老师停了一下。那是第 13 章那次谱系事件：「损耗两种」，林朵家乡按比例丢的用乘，一诺锯木头按次数丢的用减。下面一行小字：「林朵说，这里是我的损耗，可你把它从乘法改成了减法。」四关都过：在场、有差、双向认得、回流。这一条之所以让她停，是因为这一句把「认出」说得极准：不只说「这是我的」，还说出了变在哪里。全书讲了三十章的那个闭环，在这一行小字里一样不缺。

册子旁边还有一本薄一些的，是《班级词典》。值日吵架吵出来的「辛苦点数」（第 15 章）就在那里，下面已经添了好几行来路，有一个值日组加了「下雨天拖地加点」。它不是数学，可它也是一条在班里长出来、来路可读、双方认得的知识。

再往后，有马骁那张统计表引出的一条，问的是「为什么接力比个人跑的总和更快」；有赵磊爸爸那堂「家里的电路」之后，全班把串联、并联重新画了一遍的一条；有几条是苏小禾的图，原本只是她自己用来想问题的草稿，被别人拿去改了以后，她第一次在讲台上说「这条线原来是我画的，可它现在弯过去了」。

最后几条，许老师翻得很慢。因为它们越来越像。

◆ 四、饱和：一本册子怎样知道自己该死了

第二学期过了一大半，许老师注意到三件事。每两周记下的谱系事件在变少，三月还有十来次，四月六七次，五月只剩三次；新条目越来越集中地来自那几个人，五月的十二条新条目里，有九条出自三个孩子；新写进去的东西，和前面已有的条目越来越像，有时候只是换了一个图形。

这三件事同时出现，本书第 28 章把它们叫做饱和的三个判据。它们不是凭感觉，而是可以数的：谱系事件率连续下降，新枝集中在少数孩子，新条目与旧条目的相似度升高。在一个四十八人的班里，人工去数会很累，第 24 章说的那个发生智能体可以帮着数，数出来的东西只给班级自看，不进考核，不给学校排名，也不给家长比较。

饱和不是坏消息。它说明这一轮谱系已经长满了，再往里塞，也只能塞进去一些和已有的差不多的东西。这时候，最要紧的不是拼命往里塞，而是让这一轮好好地死。

三班的合谱仪式，在三条信号同时亮起后的第五周就办过了，离期末还有一个多月（第 28 章）。许老师没有把它弄得很隆重。她请每个孩子去谱系墙上找一条：我的哪一枝在别人那里长着，长成了什么样；借用的那个人站在旁边，说一句从哪里拿的、改了哪一处。一圈下来，在同学帮着找以后，四十八个孩子里有四十三个找到了。剩下五个，许老师记在心里，她知道，这几个孩子下一年最需要有人为他们搭桥。这几个名字她不公布，也不写进任何档案，只记成全班的一个数。

然后是压实：全班挑出极少几条下一轮必须人人守住的，比如「看着不算，要说出理由」「每写进一条，要写来自谁、经过谁」。再然后是选根，孩子们争

了半节课，最后选中的是第三十一条：邓果四十天的等车记录，经过林朵画成的「车距空当图」。这一枝谁也没想到，它不是全班最漂亮的一条，却是最意外的一条，而且来路清清楚楚：上一轮第三十一条，来自邓果，经过林朵。新根要能追溯到这一年具体的某一枝、某一个孩子，不能是凭空换一个新口号。这一点，是本书和「适应性循环」那类说法的分界：涌现出来的东西，来路要可读。

今天下午的装订，是合谱仪式的最后一道手续：把揭下来的纸条和这一年的条目缝在一起。

◆ 五、装订：一本活谱变成化石

锥子穿过牛皮纸，线拉紧，四十七条压在了一起。

这本册子明年会留给下一届初二（3）班。对下一届的孩子来说，它就是化石。

这句话要说得小心一点。化石在本书里不是贬义词。课本里的每一行，勾股定理也好，浮力公式也好，都曾经是某一群人在某一个时候吵出来、认出来的「我的知识」，后来被压实，名字和来路慢慢磨掉，变成一行谁都能用、谁也不必认的公共知识。三班这本册子，正处在这条路的起点。明年的孩子拿到它，名字都还在，来路都还写着，可是那些「对不上」已经不是他们的「对不上」了。他们会把其中几条压成自己班里最薄的底座，直接拿来用，不必再吵；会从中挑一两条当根，重新打开它当初回答的那个矛盾，在自己班里长出这一届没有过的枝。再过几届，册子上的名字会变成封面上的一行小字，再往后，也许连那一行小字都没人读了。

这就是本书说的生死节律。它不神秘，就是一本册子的一生：开学第三周的第一行字是它的生；一年里一次次闭环合上，是它的长；饱和是它的老；装订是

它好好地死；下一届把它当根，是它的复活。它死了，可是它压出来的那层东西，成了下一轮最薄的底座和最好的根。

所以我们在导论里说，统一与多样不是两种对立的班级，而是一条生命的两个时相。那八周的红旗之所以整齐，是因为那时候三班手里只有化石，没有活谱；这一年之所以乱，是因为活谱在长。等到这本册子装订好、交给下一届，三班自己也成了别人的「统一」。这两样东西不必调和，它们只是轮流上场。

◆ 六、一张认出图，和几个变了的人

装订之前，许老师让发生智能体把这一年的认出图打印了一张，准备夹在定理册的最后一页。四十八个点，点与点之间的线，只有两端的孩子都确认过才画上去：原主说得出被改在哪里，借用者说得出从哪里来。

开始记谱的头几周，这张图上只有寥寥几根线，大多数点孤零零的。第一学期期末，图上已经有了好几团，可是团与团之间几乎不连，像几个各自热闹的小岛。第二学期中段，有一阵子许老师很担心：图上有一团越来越密，几乎所有线都在那五六个孩子之间来回，外面的点慢慢接不进去。在这一班里，智能体给出的连通度读数先掉了下来，比她自己察觉要早两周。她没有去拆那个小团，而是在下一单元有意请团外的孩子起音，请团里的孩子去接他们的枝。三周以后，这团和别的团之间重新长出了几根桥。一个班里的一次先掉，证明不了什么；它只是让人看见第 30 章第八条预言说的是怎样一种局面，那条预言要靠很多班去检验。

这张图只给班级自看。它不进考核，不给学校排名，也不给家长拿去比自己的孩子有几根线。线少的孩子不是差，只是还没有被接上。

站在这张图前，能看见几个人这一年怎样变了。一诺还是成绩最好的那个，可她现在会在别人讲完以后先问一句「你这一步是从哪儿来的」，而不是先说出

标准答案；作业一卡住，全班先看她的，这件事少多了。赵磊的齿轮法让许老师改写了自己讲了八年的旋转那一课，这是第 23 章的事，她后来在自己的教案上也标了来路：「此处从赵磊组改出」。苏小禾在图上有十一根线，比一诺还多，她在班里说过的话，大概不到一诺的十分之一。马骁不能跑步，可接力赛那一条是他的。林朵来时是转学生，说话带着口音，现在她的名字在册子的第一页。

我们不想把这些写成一个个励志故事。它们只说明一件事：当一个班开始看「谁认出了谁」，而不只是看「谁对了」，那些原来在边上的孩子，就有了被接上的地方。一个孩子手里那份别人不当回事的知识，修车的齿轮、看比赛的门道、家乡的算法、画图的习惯，只要有一个同学接过去改了形，他自己又认得出，它就成了全班知识的一部分。这不是照顾，也不是给弱者加分，这是这个班长知识的方式。

还有一件事要说。没有那个智能体，这张图画不出来。四十八个孩子，一年下来认出与借用的线有几百根，一个班主任靠脑子记不住，靠表格也记不过来。第 25 章说，大数据 AI 一边让化石变得几乎免费，一边让认出图第一次算得出来，这是同一性谱系的历史条件。三班这一年的智能体做的事很少：守根、分枝、搭桥、记谱、提示换根。它不替孩子创造，不替孩子认，也不公开谁多谁少。每一根线，仍然要两个孩子亲口认过才算。

◆ 七、回到那堂数学课

再回到前言。上学期第十一周，那堂全等三角形的课，全班吵出五种证法，下课铃响了没有人走。邱田指着黑板上的图说，他那条线是从杜可那里学的，可他把它延长到外面去了；杜可凑过去看了半天，说，是我那条线，可你这么一延长，我原来那一步就不要了。

前言里我们写了一句「如果那天许老师把这种证法记进班里的本子」，又写到她在「班级风采」那页纸的背面，用铅笔加了一行小字。那一行小字后来真的抄进了班里的本子，成了册子里早早的一条，标题就叫「杜可的线，邱田延长」。下面两行小字：原主说的是「我原来那一步就不要了」，借用者说的是「这条线是从杜可那里学的」。

这个细节值得多说两句。那堂课本身就已经有美的种子：变形有了，双向认得也有了，差的只是最后一关——回流。如果那天下课以后没有人把它写下来，它就只是五团热闹，散在各自的草稿纸上，过两个星期，连杜可和邱田自己都说不清那条线是谁先画的。那一圈之所以合上，靠的不是什么了不起的设计，只是一个人在下课后顺手记了一笔，记的不只是证法，还有两个人的那两句话。

后来这一条又长了一次。第二学期有个孩子在一道圆的题里把邱田那条「延长到外面去」的线改成了「绕到外面去」，杜可和邱田都来认，两个人认出的地方还不一样：杜可认出的是「不连那条线」的起头，邱田认出的是「往外走」的那一步。一条线，两个原主，各认各的一段。这正是认出图从树变成网的样子。

那么，红旗和那堂课，哪一个是班级之美？

一年以后可以回答了。红旗是底座之美的一部分，它不坏，它托住了很多孩子，可它量不出知识在不在发生。那堂吵翻天的课也不天然就美，它的美要等到闭环合上——变形被原主认出、来路被借用者说出、变形后的东西写回全班——才真正发生。热闹和美之间，差的就是那一圈。

◆ 八、期末家长会上的一张纸

装订之后的第三天，开期末家长会。许老师这一次没有先念成绩表。成绩单照样发，分数一分不少地写着，那是底座账的一部分，中考不会因为这本书而改变，本书也不打算假装它会变。可是成绩单旁边，多了一张纸，第 21 章叫它个

人谱系档案：这个孩子这一年在那棵树上的位置，他的哪几枝被谁接过去、改成了什么样，他又从谁那里接过什么、改了哪里。

一诺妈妈拿到那张纸，看了很久。开学时她在家长群里说过，班里要统一管严、多刷题。她那天没有改口，只问了许老师一句：「她这一条，是从林朵那里来的？」许老师说是，又指给她看后面那一行：一诺自己说出了来路。一诺妈妈没再说什么，把纸折好放进包里。

赵磊爸爸那天来得最早。他是电工，第二学期来班里讲过一堂「家里的电路」，那一条在册子里也有他的名字，标的是「外部根系」。他原来的口头禅是「孩子开心就好」，那天他拿着儿子的那张纸，指着上面许老师改写旋转课的那一行，说的是：「这个我看得懂，就跟我们配线一样，接的地方要标清楚，不然下一个师傅不敢动。」

家长群在这一年里也有过一次深夜吵起来，第 6 章把它算作阈值的四个信号之一。后来许老师把群规重写了一遍，只留了最薄的几条（第 27 章）：不在群里发作业答案，不替孩子写作业；不晒成绩排名，不点名说别人家的孩子；晚上九点以后不在群里找老师，急事打电话；涉及安全和欺凌的事，私下直接找老师。规矩只有这几条，其余的，各家怎么想都可以。家长也是这张网的一部分，只是他们站在树根外面那一圈，把家里的电路、厨房里的分量、地里的节气，一根根递进来。

◆ 九、从调和到发生

2017 年起，很多班主任学着用三视角看班级：对比、变化、分布。这是一件好事，它让老师不再只盯着一个分数，学会了换个角度看一个孩子、一次冲突、一个班。矛盾总能换个角度缓下来。可是本书第 3 章也说了它的极限：三视角只是在看，它描述的是班里看得见的那一层知识样态；它能把矛盾调和下去，

却说不清旧的框架怎样死、新的框架怎样生。于是每个学期，同样的矛盾又回来：统一管严和放手让孩子长，在教研会上吵，在家长群里吵，在班主任自己心里吵。

SDE 给的不是第四个视角。它换了一个问题。不再问「怎样看这个矛盾才不那么扎眼」，而问「这个矛盾是从哪里来的，它要把班级推到哪里去」。往下挖，统一与多样，落到的是「我们的知识」和「我的知识」；往时间里看，它们是一条谱系的生和死。矛盾不是要被摆平的东西，而是燃料：让它积累到看得见的阈值，让旧的「同」的方式死掉，在预备好的东西上经过一段乱，长出一种新的「同」——不是此刻相似，也不是同出一源，而是双向认出的连通。

升级和升维的区别也在这里。分层作业从三档变五档，班规从三十二条改成四十条，是升级，还在同一条线上挪。升维是从线变成树，再从树变成网：每一枝都认得出从哪个根来、经过了谁，枝与枝之间有桥，桥两端的孩子都亲口认过。三班这一年做的，不过是这一件事。

我们也想提醒读者，本书在三件事上一直是克制的。它不贬低公共知识：没有化石，就没有根，也没有底座。它不鼓吹各学各的：隔壁班的「自由日」之所以不美，正因为各走各的，没有接力，也没有认出。它不把冲突和混沌浪漫化：阈值要看得见，底座要零容忍，失败要按可观测的口径判——死亡之后事先定下的那几周里（第 7 章推荐六周）没有出现第一次谱系事件，就判这一轮发生失败，不找别的借口。

本书也不是什么终点。第 30 章写了八条可以被现实推翻的预言，写了本书最弱的三处：类我会不会固化成小圈子，应试评价不改怎么办，六十人以上的大班额怎么办。这本书自己也是一轮谱系，它也会饱和、会死。到那一天，我们希望它被好好地装订起来，从它最意外的一枝里，长出下一本书的根。

◆ 十、判词再说一遍

最后，把全书唯一的那句判词，一字不改地再说一遍：

班级之美是双向认出的谱系闭环——一个孩子的知识在别人那里变了形，原主认得出它变在哪里，借用者说得出它从哪里来，变形后的东西回流进全班底座。美在闭环合上的一刻发生。所谓生死节律，只是这个闭环在时间里的展开：闭环一次次合上，认出图越长越密；密到新枝越来越像，就是饱和，这一轮压实成下一轮最薄的底座；课本里的公共知识，就是从前某一轮闭环压实后的化石。

装订好的定理册放在讲台上，牛皮纸封面，还没有写字。许老师问，封面写什么。有个孩子说，写「初二（3）班定理册」；有个孩子说，写上四十八个人的名字；最后是林朵说，把第十九条那行小字抄在封面上吧，就是「这里是我的损耗，可你把它从乘法改成了减法」。

大家想了一下，觉得可以。

于是封面上就写了这样一句话。明年的孩子拿到它，多半看不懂。看不懂没关系。他们会在自己的班里，吵出他们自己的那一句。

如果你是班主任，合上这本书以后，不必马上改什么。明天走进教室，只做一件小事：准备一个本子，等第一次有孩子说「这个是我的，可你改了」的时候，把这句话和两个人的名字记下来。那就是你们班定理册的第一页。

◆

参考书目

只收正文实际提到、且书名与出版信息经核对的著作。正文只述其大意，不引原话。出版年份或出版社拿不准的，只写作者与书名。

站内专著

- 王德生．AI时代教育的新典范：从因材施教到我材发生——为我的土壤专门创造一粒种子．新加坡：德麦国际出版社，2026．（德麦国际专著第400号）
- 王德生．技术的“我”——AI时代职业教育的典范转移．新加坡：德麦国际出版社，2026．（德麦国际专著第 329 号）
- 王德生．可以出错的工位——德国职业教育为什么成功．新加坡：德麦国际出版社，2026．（德麦国际专著第 335 号）
- 王德生．知识的谱系发生——从“我们的知识”到“我的知识”．新加坡：德麦国际出版社，2026．（德麦国际专著第 337 号）
- 王德生．新文明诞生——同一性谱系化．新加坡：德麦国际出版社，2026．（德麦国际专著第 402 号）
- 王德生．教育的产品是结晶——AI 时代，为什么学了却没学会．新加坡：德麦国际出版社，2026．（德麦国际专著第 409 号）
- 刘华杰．好老师为什么做不动——师德的精益求精．新加坡：德麦国际出版社，2026．（德麦国际专著第 436 号）
- 刘华杰．谁在给善记账——学校制度的道德发生学．新加坡：德麦国际出版社，2026．（德麦国际专著第 452 号）

· 王德生．爱在创造中成全——把忍耐变成创造，把统一性升维为同一性谱系．新加坡：德麦国际出版社，2026．（德麦国际专著第 453 号）
· 王德生．SDE平台：慧店的诞生——让天下没有难发生的知识．新加坡：德麦国际出版社，2026．（德麦国际专著第 491 号）
· 王德生．化冲突——谱系社会的新知识发生器．新加坡：德麦国际出版社，2026．（德麦国际专著第 496 号）
· 王德生．知识分子向何处去？——从公共知识的转译者到谱系知识的立谱者．新加坡：德麦国际出版社，2026．（德麦国际专著第 505 号）

中文文献

· 佐藤学．静悄悄的革命——课堂改变，学校就会改变．李季湄，译．长春：长春出版社，2003.

外文文献

教育学与学习科学

· Comenius J A. Didactica Magna（《大教学论》）. Amsterdam, 1657.
· Vygotsky L S. Mind in Society: The Development of Higher Psychological Processes（《社会中的心智》）. Cambridge, MA: Harvard University Press, 1978.
· Piaget J. L'équilibration des structures cognitives: problème central du développement（《认知结构的平衡化》）. Paris: Presses Universitaires de France, 1975.
· Whitehead A N. The Aims of Education and Other Essays（《教育的目的》）. New York: Macmillan, 1929.

· Freudenthal H. Mathematics as an Educational Task（《作为教育任务的数学》）. Dordrecht: Reidel, 1973.
· Doise W, Mugny G. The Social Development of the Intellect（《智力的社会发展》）. Oxford: Pergamon Press, 1984.
· Engeström Y. Learning by Expanding: An Activity-Theoretical Approach to Developmental Research（《拓展性学习》）. Helsinki: Orienta-Konsultit, 1987.
· Lave J, Wenger E. Situated Learning: Legitimate Peripheral Participation（《情境学习：合法的边缘性参与》）. Cambridge: Cambridge University Press, 1991.
· Moll L C, Amanti C, Neff D, González N. Funds of knowledge for teaching: Using a qualitative approach to connect homes and classrooms（《为教学所用的知识储备》）. Theory Into Practice, 1992, 31(2): 132–141.
· Ball D L. With an eye on the mathematical horizon: Dilemmas of teaching elementary school mathematics（《着眼于数学的地平线：小学数学教学的两难》）. The Elementary School Journal, 1993, 93(4): 373–397.
· Lampert M. Teaching Problems and the Problems of Teaching（《教学问题与教学中的问题》）. New Haven: Yale University Press, 2001.
· Engle R A, Conant F R. Guiding principles for fostering productive disciplinary engagement: Explaining an emergent argument in a

community of learners classroom（《促进有成效的学科投入的指导原则》）. Cognition and Instruction, 2002, 20(4): 399–483.

· Scardamalia M, Bereiter C. Knowledge building: Theory, pedagogy, and technology（《知识建构：理论、教学法与技术》）// Sawyer R K. The Cambridge Handbook of the Learning Sciences. New York: Cambridge University Press, 2006: 97–115.

· Davis B, Sumara D. Complexity and Education: Inquiries into Learning, Teaching, and Research（《复杂性与教育》）. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum, 2006.

· Kapur M. Productive failure（《有成效的失败》）. Cognition and Instruction, 2008, 26(3): 379–424.

哲学、语言与社会理论

· Mauss M. Essai sur le don（《礼物》）. L'Année sociologique, 1925.

· Husserl E. Die Frage nach dem Ursprung der Geometrie als intentional-historisches Problem（《几何学的起源》）. Revue internationale de philosophie, 1939.

· Wittgenstein L. Philosophische Untersuchungen（《哲学研究》）. Oxford: Blackwell, 1953.

· Kuhn T S. The Structure of Scientific Revolutions（《科学革命的结构》）. Chicago: University of Chicago Press, 1962.

· Bakhtin M M. The Dialogic Imagination: Four Essays（《对话的想象》）. Austin: University of Texas Press, 1981.

· Honneth A. Kampf um Anerkennung（《为承认而斗争》）. Frankfurt am Main: Suhrkamp，1992.
· Wertsch J V. Mind as Action（《行动中的心智》）. New York: Oxford University Press，1998.

生态学与图论

· Fiedler M. Algebraic connectivity of graphs（《图的代数连通度》）. Czechoslovak Mathematical Journal，1973，23(2)：298–305.
· Gunderson L H，Holling C S. Panarchy: Understanding Transformations in Human and Natural Systems（《扰沌：理解人类与自然系统中的转变》）. Washington，DC: Island Press，2002.

附录

以下六件是工具，不是正文。可以复印，可以改，可以只用其中一张。凡是附录里出现的读数、计数、打勾、连线，一律**只给班级自看，不进考核**：不进教师考评，不进学校排名，不给家长比较孩子，也不在班外公开。改了这一条，这些工具就会变成另一张积分榜，第 21 章已经讲过积分榜会把「帮同学讲题」变成没人做的事。

附录一

班级谱系诊断卡

用法：每月一次，班主任和两三个孩子（轮流）一起填，用时不超过二十分钟。填完贴在谱系墙背面，下个月对照。读数只给班级自看，不进考核。

第一部分：四个读数（第 29 章）

读数	怎样数	本月	上月	白话提醒
谱系事件率	每两周一期：四关都过、两人签字、有定理册或词典编号的事件次数			一期连一次都没有，先别急着下结论，看是不是底座太厚
「我的知识」指认率	每月最后一个周五，每个孩子在墙上或册子里找一处自己的一枝，借用的同学点头确认；找得到的人占全班的比例			说「好像有」不算，要能指出是哪一条、变在哪里
互相查错率	每两周一期：定理册草稿和作业里被指出的错，同学先指出的占几成			老师自己的错被孩子先查出，也算进同学那一堆；指错不指人
分歧化解匹配度	每两周一期：化成谱系事件的分歧数，除以「吵得有内容」的分歧数			太低是化不过来（第 16 章两个速度）；太高也要看分歧本身是不是少得可疑

第二部分：阈值四信号（第 6 章）

信号	本周有没有	已连续几周
作业抄成一片（同一题十份以上同一个错法）	□有 □无	
班干部没人愿意当（改选时冷场、推辞）	□有 □无	
按统一步骤教的题型，错误率不降反升	□有 □无	
家长群深夜爆发争吵	□有 □无	

判读：第 6 章的推荐值是四个里同时亮三个、连续三周，才算越过阈值；一个信号、一周的波动都不算。越过了，就说明统一的那套「同的方式」撑不住了。这时候先别急着开班会摆平（第 6.1 节），也别放任：底座照常零容忍。各班可以按自己的情况调这个数，但要在动手之前写在卡上，不要亮了以后再临时改。

第三部分：饱和三判据（第 28 章）

判据	怎样看	是否出现
谱系事件率连续下降	每两周一期的事件数连成折线，连续几期往下走（考试周那一期掉下来不算）	□是 □否
新枝集中来自少数孩子	新条目的第一作者，越来越总是那几个名字	□是 □否
新条目与旧条目越来越像	每条新条目后面写「最像第几条、差在哪里」，「差在哪里」越来越多地只能写「换了图形」	□是 □否

判读：三条同时亮，连续两到三个统计期（每两周一期，就是一个月到一个半月）没有回落，就是这一轮谱系长满了，该准备合谱仪式与换根（第 28 章）。只亮一两条，多半是别的事：只有事件率下降，可能是考试周或根不够好；事件率降、新枝集中而新条目并不相似，往往是小圈子，要看连通度、要搭桥，不是换根。

饱和以后：合谱仪式四步（第 28 章）

第一步，最后一轮认出。每个孩子去墙上或册子里找一条：我的哪一枝在别人那里长着，长成了什么样；借用的人站在旁边说一句从哪里拿的、改了哪一处。找不到的，请全班帮着找；最后仍找不到的名字，不贴出来、不点名，只记成全班的一个数，作为下一轮最先搭桥的地方。第二步，压实。全班问每一条：下一轮还要不要人人都一样地用它？绝大多数不用，好好存着；只有极少几条压进下一轮最薄的底座。第三步，选根。从这一轮最意外的一枝里选下一轮的根，

选的人要说得出这一枝来自哪个孩子、经过了谁；说不出来路的「新主题」不能做根。第四步，揭墙。墙上的纸条按顺序装进活页夹，先拍一张全景照片；后墙只留新压实的底座和下一轮的根。仪式不要放在期末考试那一周。

第四部分：发生失败的判定

统一性死亡（标准崩塌、统一作业取消等）之后，开始计周。若在事先定下的 N 周内（第 7 章推荐 N 等于六），班里没有出现第一次四关都过的谱系事件，即判这一轮发生失败，回头查预备 E 够不够（读书角、旧作品、友谊、孩子带来的经验）。中途恢复统一的，也记作失败，原因写「中途恢复统一」。失败记录只给班级和老师自己看，写五样：死亡日；这几周记下几条「借」、其中几条有原主认出、几条有来源标出；失败原因（没有线可接、没有东西可长、中途恢复统一）；底座有没有破、怎么处理；下一轮先补什么。不用任何看不见、数不出的说法去解释失败。

一张填好的示例（构想）

初二（3）班第二学期四月的那张卡，大致是这样填的：谱系事件率，每两周六七次，三月还是十来次，往下走了一期；指认率，月底那次三十多个孩子找得到，有一个说「好像那个接力的有我」，追问之后说不出变在哪里，不算；互相查错率，定理册草稿上十个错里有六个是同学先指出来的；分歧化解匹配度，两周七八次分歧，化开五次上下，是全年最好的一段。阈值四信号，一个也没有。饱和三判据，事件率只降了一期，还不算亮；新条目的第一作者开始老是那几个名字。

几个孩子看完这张卡，自己得出的结论是：分歧化得还算快，可新条目老是那几个人的。他们没有要求换根，而是提议下一单元请几个很少出现在册子上的同学先起音。一个月后，三条信号还是一起亮了，那是另一回事（第 28 章）。这就是这张卡最好的用法：读数不给谁打分，只给全班一个往哪里使劲的方向。

附录二

谱系事件四关速查卡

用法：一张卡片大小，可以发给记谱员，也可以贴在讲台上。四关都过，才算一次谱系事件，才写进定理册。只过三关的，写在谱系墙的「待合」栏，不进册。记下的次数只给班级自看，不进考核。

关	问一句	过	不过的样子
一、在场	别人的知识有没有在我这里出现？	一诺的新解法里，确实用到了林朵的算法	两人各做各的，碰巧相似
二、有差	它在我这里有没有被改写？	一诺把乘法改成了减法	原样背下、原样抄、原样复述（变形收受律：原样接过去，等于没有收下）
三、双向认得	原主能不能指出被改在哪里？借用者能不能指出原形在哪里？	林朵说「这里是我的损耗，可你把它从乘法改成了减法」；一诺说「这一步是从林朵那里来的」	只有老师说「这是林朵的方法」（单向署名）；或只有借用者自己说、原主认不出
四、回流	改出来的东西有没有写回全班？	写进《班级定理册》，标根、标来路、标经过谁	下课就散在各自草稿纸上

三个常见误判

1. 把「承认」当认出。说「你很棒」「你的想法很好」，对的是人，不是这一枝知识怎样变了形，不算第三关。
2. 把「复述确认」当认出。老师问「你是这个意思吗」，要的是原意不走样；认出要的是变形看得懂。两件事方向相反。
3. 把「想法改进」当谱系事件。一个想法可以被一轮轮改得越来越好，可是谁也说不清它从哪里来、原主也认不出它了。按本书的口径，这不算美。

过不了关怎么办

第一关不过，多半是根没立住：孩子们各做各的，彼此的知识没有在对方那里出现。办法是搭桥，让两组互讲，而不是直接宣布「你们其实想的是一样的」。第二关不过，多半是在抄、在背：一诺原样背下林朵的算法，就停在这里。不批评，请借用者回去在原形上改出一步，改了再来。第三关不过最常见，又分两种：原主认不出，常常是借用者改得太远，或者原主根本没看过对方的作品，办法是请两人当面对着草稿各指一次；借用者说不出来源，常常是他真的忘了，或者不愿意承认借过，办法是把「标出来源」变成班里的习惯动作，而不是道德要求，谁借了谁写在草稿角上，就像引号一样平常。第四关不过，往往是老师忙忘了，或者没人当记谱员。设一个轮值记谱员，下课前十分钟专门做这件事。

前言里那堂全等三角形的课，前三关当堂就过了；第四关，是许老师下课后把「杜可的线，邱田延长」和两个人的原话记下来才过的（见结语）。回流常常只差一个人顺手记一笔，最好当场记。

记谱格式（每条都写这四项）

做法（孩子自己的话或图）／根（来自课本哪一条）／来路（原主—借用者—经过谁）／两句原话（原主一句，借用者一句）。

附录三

两张工作单

工作单甲：一堂课的谱系发生（第 11、18 章）

用法：备课时填前两栏，下课前十分钟和记谱员一起填后两栏。一节 45 分钟的课按「立根 10 分钟、分枝 25 分钟、搭桥记谱 10 分钟」分段，是参考，不是硬规定。单上记下的事件次数只给班级自看，不进考核，也不作为评课依据。

环节	要填的	本课填写
分层·底座	这节课必须全班一样的是什么（定义、符号、必须用到的定理）	
分层·根	本课复活哪一块化石？它当初回答的「对不上」是什么？用一句孩子听得懂的话写	
立根（起音）	谁来起音？（老师或一个孩子）起完音退到哪里	
分枝·生成	预计会有几条路？留给哪几组？有没有平时很少开口的孩子可能有一条	
搭桥	让哪两组互讲？互讲后要求每组在对方的方法上改出一步	
记谱	本课出现的谱系事件：四关逐一打勾	☐在场 ☐有差 ☐双向认得 ☐回流
回流·结晶	写进定理册的条目名、根、来路	
三种假会自查	本课有没有只是看懂、背住、刷熟而没有结晶的地方	
下一课的根	本课最意外的一枝是什么？能不能做下一课或下一单元的根	

填写示例（构想）：「赵苏旋转对称法」那一节课

底座一栏，许老师写的是黑板竖线左边那三行定理：「这节课照用，谁用错了我要管。」根一栏写的是「截长补短」这块老化石当初回答的对不上：「分开的两段，怎么跟一整段比。」起音由许老师自己来，说完这一句就退到一边，给各组十二分钟。分枝一栏，她事先只猜到会有人用截长补短的标准做法，没有猜到赵磊组会用齿轮转动的想法把一个三角形转过去，也没有猜到苏小禾组会用画图找到对称。搭桥时让赵磊组和苏小禾组互讲，各自在对方方法上改出新的一步。记谱一栏四关都打了勾，回流一栏写的是「第八条，赵苏旋转对称法；根：截长补短；来路：赵磊组齿轮转动→苏小禾组画图对称→两组互改」。最后一栏「下一课的根」，她写了一个问号：赵磊说的齿轮转一圈和转半圈，能不能接到别的课上去。这个问号后来接上了物理课的传动比（第 19 章）。

这张单的空白比填满的地方更有用。分枝一栏猜错的那一格，就是下一次备课最该留余地的地方。

工作单乙：跨谱再现（第 15 章）

用法：班里出现「对不上」——两个答案、两种做法、两派吵起来——时用。可以在课上用，也可以在班会（生成会）上用。

步	做什么	填写
0 先挡住三种假接住	不由老师直接裁定；不说「两种都对」草草收场；不靠「这次听你的、下次听他的」轮流	☐已挡住
一 拆	把分歧拆开：两边各自算进了什么、没算进什么？（36 与 38：一边算了损耗，一边没算；值日吵架：扫地与擦黑板的辛苦不对等）	
二 筛	哪些部分属于底座，不讨论（概念、诚信、安全）？哪些部分可以重做？	
三 重做	双方一起做出一个新东西（新解法、新规则、新记法，如「辛苦点数」）	

步	做什么	填写
四 认	每一方指出新东西里哪一部分是自己那一份、被改成了什么样	甲方说： 乙方说：
退回条款	有任何一方认不出自己那一份，退回第三步重做	□通过 □退回
回流	写进定理册或班级词典，标出这次分歧的来路	

一句提醒：跨谱再现求的不是和解，是一样新知识。双方和好了、却什么也没长出来，这一单不算完成；双方还有点别扭、却都认得出新东西里自己那一份，这一单算完成。

附录四

谱系式试卷模板与三本账模板

谱系式试卷模板（第 20 章）

说明：用于班内单元测验，不替代统一考试。中考、高考照常准备（第 20.4 节），根题部分本来就是为它们打底的。成绩里属于本附录新增的部分，只给班级自看，不进考核。

占比只是起步的参考，没有标准数：初一、初二桥题和枝题可以多一些，初三下学期桥题可以少到一个月一次（第 20.4 节）。

题型	起步参考	考什么	示例写法
根题	约六成	底座与根：定义、符号、关键定理、基本运算，必须全班一样	按课本标准题型出，评分标准与平时一致
枝题	约三成	同一个根上，你自己的一条路	「用至少一种课本上没有讲过的方法证明……，并写出你的方法从哪条定理长出来」
桥题	约一成	借用并回应一位同学的作品	「从《班级定理册》中选一条不是你自己的条目，在它上面改出一步，注明借了谁、改在哪里」

桥题评分要点：注明出处（借了谁、哪一条）；改动处清楚（改在哪里、为什么改）；改后仍成立。阅卷后，把桥题答卷交给被借用的同学看一遍，请他写一句「认得出／认不出，改在了哪里」。这一句不计分，但能补上第三关。

不同学科怎样出根题、枝题、桥题：语文的根题考字词、文体常识与基本理解；枝题请孩子对同一篇课文写出自己的一种读法，注明从原文哪一处长出；桥题请他选一位同学的读法续写或反驳，注明借了谁、改在哪里。英语的根题考词汇与语法底座；枝题请他用同一组句型讲一件自己的事；桥题请他改写同学的一

段话。体育与艺术不必出卷，可以把「桥题」换成作品接力：一个孩子的动作、构图或旋律被另一个孩子改出一处，原主当场说出改在哪里。不同学段与学科的差别，第 29 章还有细说。

错题汇集：每次测验后，把全班的典型错误汇成一页「对不上集」，挑一两条作为下一课的根（第 20.3 节）。

桥题示例（构想）：「《班级词典》里有一条『辛苦点数』，原主是第四值日组。请把这套记法用到一件别的事上（比如小组分工、运动会后勤），说出你改了哪一处，为什么要改，并注明借自哪一条。」阅卷后，这道题的答卷交给第四值日组的同学看，他们在每份答卷下写一句：「认得出，你把扫地换成了搬器材，点数也跟着改了」，或者「认不出，这和我们原来那套已经没关系了」。后一种情况不扣分，但它说明那份答卷其实是另起了一套，而不是在桥上走。

三本账模板（第 21 章）

说明：三本账代替单一积分榜，每月合一次。账只给班级自看，不进考核。被记的人有权提议改账法，每学期至少开一次「改账会」。

账	记什么	怎样记	对应
底座账	底座有没有守住：概念、诚信、安全、不欺凌	只记全班层面的事件数，不在墙上点名；涉及个人的事私下处理	真（在轨）
生成账	本月班里长出了什么：新条目、新枝、新词	按条目记，每条带根与来路	善（效率：长出的枝被别人用上、替别人省下力气）
咬合账	谁的一枝被谁接上了，谁帮谁搭了桥	记连线，不记分数；一根线两端的人都确认才记	美（吸引：每一根两端认过的线，都是一次闭环合上）

三个指标有先后：真先于善、善先于美（第 21.3 节）。线再多，若建在出轨的东西上，错得越整齐。

个人谱系档案（给家长看的那一张）

栏目	写什么
这一年我在树上的位置	我的枝主要长在哪几个根上
我的一枝被谁接过	条目名／接的人／改成了什么样／我认出时说的一句话
我从谁那里接过什么	条目名／原主／我改了哪里
我还没有被接上的那一份	我带来的、还没进册的知识（老师与孩子一起写，不写缺点）

不写名次，不写和别的孩子比多比少。线少的孩子，档案的最后一栏往往最值得写。

三本账月度示例（构想）：底座账，本月全班层面事件两起（一次作业互抄、一次课间推搡），均已私下处理，墙上只写「两起，已处理」。生成账，本月新条目六条，新词三条，每条带根与来路。咬合账，本月新画上的线二十三根，其中九根连着上个月还一根线都没有的四个孩子。改账会上，有孩子提出「帮人讲题讲了三次对方都没改过来，算不算咬合」，全班讨论后定下：不算咬合，但记进生成账的「待合」一栏。这一条改账，本身也写进了班级词典，注明是谁提的。

附录五

同一性知识谱系发生智能体：功能清单与数据底座

说明：本附录写的是第 24 章那个智能体应当做什么、不做什么，不对应任何一个现成的产品。它算出的所有读数只给班级自看，不进考核。

功能清单

工作	对应	它做什么	它不做什么
守根	真	提醒本课的底座与根；孩子的枝偏离底座（概念错、数据错）时提示	不替孩子给出标准解法
分枝	自由	对一个根，提示还可能有哪些不同的路，供老师起音参考	不替孩子走路；提示给老师，不直接塞给孩子
搭桥	善	看出谁的枝和谁的枝可能接得上，建议互讲、换座、组队；每周给座位建议（第 17 章）	不强行分组；建议由老师和孩子决定用不用
记谱	可读	记下谁借了谁、改在哪里；请原主和借用者各自确认，两端都确认才画线	不凭文本相似自动认定「抄袭」或「借用」；没确认的线一律不画
提示换根	生死	按饱和三判据计算，提示「这一轮快长满了」；从本轮条目里列出最意外的几枝供选根	不替全班选根

它算的几个量

1. **认出图的连通度**：每根线两端都确认才算；全班有多「同」，看这张图连得有多匀、多紧：最少剪几根线能把全班分成两半，叫边连通度，剪一两根就分开，「同」就弱；更细的一把叫代数连通度，网里一出现细颈口它就掉，所以用作小圈子的预警（这里不写公式）。

2. **小圈子预警**：连通度下滑、某一团越来越密而与外面不连，提示老师在小圈子成型之前搭桥（第 30 章第 8 条预言检验它）。
3. **饱和读数**：新条目与旧条目的相似度、新枝原主的集中程度、谱系事件率的走势。
4. **变形收受比**：原样接过与变形接过的比例。原样接过的越多，越说明班里在抄、在背，不在收。
5. **四个读数**（附录一）由以上记录自动汇出。

数据底座（全部零容忍，归入班级底座）

条款	内容
不替孩子创造	枝必须是孩子自己长出来的；智能体只预备 E（第 24.1 节），孩子—AI 复合主体是「我」的延伸，不是替身
不公开排名	不生成任何个人排行；不向班外输出个人读数
最少采集	只记与谱系有关的条目、连线、确认记录；不采集与学习无关的个人信息，不做心理或医学判断
孩子有权看、有权改	孩子能看到自己的每一根线，能撤回自己的确认，能对记错的来路提出更正
家长只看自家	家长只能看到自己孩子的个人谱系档案
不进考核	任何读数不进入教师考评、学校排名、升学材料
学年末处理	合谱仪式后，班级层面的定理册与词典留给下一届；个人数据按学校规定处理，不随册流转

一周里它出现在哪几个时刻（构想）

周一早上，它给许老师一张座位建议：哪几张桥座这周值得换人，理由写的是「这两组上周的枝接近，还没互讲过」。备课时，它列出本单元的根可能对应的几个「对不上」，供老师挑一个起音。课上它不出声。下课前十分钟，记谱员把本课的新条目录进去，它给原主和借用者各发一条确认：「你认得出这一处改动吗？」「你记得这一步来自哪里吗？」两人都点了确认，墙上才多一根线。周

五，它把一周的连线汇成一张小图，交给班主任和轮值的孩子看；如果某一团连续三周只在内部连线，它会在小图边上标一个提醒。月末，它把四个读数填进附录一那张诊断卡，填完就停。至于怎么读、往哪里使劲，是全班的事。

老师常问的五个问题

一、没有这个智能体，能不能做？ 能做，但做不全。二三十人的小班，班主任和记谱员靠一本定理册、一面谱系墙，大致记得过来。四十八人的班，一年下来几百根线，靠人力只能记下最显眼的那些，安静的孩子那几根线最容易漏。第 30 章第 6 条预言说的就是这件事：如果全靠人力的 48 人班，谱系可读度和用智能体的一样高，第 25 章就错了。

二、孩子会不会为了多画线而互相「认」？ 会有，尤其是在读数被拿去比较的班里。所以本附录反复写「只给班级自看，不进考核」。线多不加分，线少不扣分，造假的动力就小了很多。第三关要两个人都说得出改在哪里、来自哪里，空口说「我认得」是过不了的。

三、智能体会不会替孩子写？ 按本附录的数据底座，它不替孩子创造。分枝的提示给老师看，不直接塞给孩子；孩子用别的 AI 写了作业，那是原样接过，过不了第二关「有差」。第 25 章说四十八份 AI 答案几乎一样，正是这个意思：化石免费了，谱系还得孩子自己长。

四、家长要看全班的图怎么办？ 不给。家长只看自家孩子的个人谱系档案。全班的认出图只在教室里贴，学年末随合谱仪式取下。

五、学校要把读数拿去评优怎么办？ 这是本书最担心的事。读数一进考核，老师就会去追读数，孩子就会去凑连线，这套东西会变成另一张积分榜。遇到这种要求，宁可停用读数，只保留定理册和谱系墙。没有读数，闭环照样能合上；读数被拿去排名，闭环就会被假线淹没。

附录六

三张对照表

表一　术语白话对照

本书术语	一句白话	别和它混
化石	课本里的公共知识，上一轮谱系压实后的样子，来路被磨掉了	不是贬义词
复活	把一条公共知识当初回答的那个「对不上」重新打开，让它在班里再长一次	要说得出当初的矛盾，并长出至少一枝原来没有、写回底座的东西，缺一不算
底座	必须全班一样、不复活的最薄一层：定义、符号、安全、诚信、不欺凌	和「根」不混用
根	本轮被复活来长枝的那一部分化石	不是底座
枝	从根上长出来的「我的知识」	
桥	枝与枝之间的借用和改写	
双向认得	原主认得出自己的一枝在别人那里长着，借用者标得出来源	只有一方，不算
认出图	全班谁认出谁、谁借了谁的连线图	不是座位表，不是关系好坏图
认谱同一性	班级的「同」：认出图连得通	不是此刻相似，不是同出一源，不是成员资格
类我	组里至少两人的不同做法被对方改写进自己的解法	分工拼好的小组不算
谱系事件	在场、有差、双向认得、回流四关都过，算一次	
谱系可读	每一枝都认得出从哪个根来、经过了谁	
变形收受律	原样接过去等于没收下；变了形、来路还认得出，才算收下	
阈值	四个可观测信号同时出现几个、持续几周	不靠感觉

本书术语	一句白话	别和它混
预备 E	死亡前已经纠缠在班里的东西：读书角、旧作品、友谊、孩子带来的经验	
饱和	三个读数同时出现：事件率连降、新枝集中、新旧相似	
换根	让这一轮好好地死（合谱仪式），从最意外的一枝里选下一轮的根	
起音／指挥	起音＝拿出一个化石、说出当初的对不上、退到旁边；指挥＝常设、独占、不可被校对的答案位	
显露（S）	看得见的样态。S1＝对比·变化·分布，即三视角所看的那一层	
差异序列（D）	推动变化的力。D1＝意义三律：创造律、自由律、幸福律（创造律，本书指导老师王德生口述时也称特征律）	
纠缠（E）	缠在一起的场。E1＝三界：理念界（课本化石）、现实界（课桌、课时、试卷）、自我界（每个孩子带着的那一份）	
真善美（S3）	真＝在轨，善＝效率，美＝吸引	

表二　站内同源专著对照

说明：下表只写书号、书名和借用点，不替这些书说话，借用不改本书判词。

书号与书名	本书在哪里借用	借用点
337《知识的谱系发生》	第 8 章	知识是在某个社区里对效的认识；「我」是最小的社区
491《SDE平台：慧店的诞生》	第 8 章	公共知识越来越对，也越来越用不上
409《教育的产品是结晶》	第 2、11 章	看懂、背住、刷熟三种假会；对不上、场、动能三条件
453《爱在创造中成全》	第 2、10 章	两种假乖；班规删薄

书号与书名	本书在哪里借用	借用点
496《化冲突》	第四编、第 22 章	新知识发生器；无指挥律
452《谁在给善记账》	第 21 章	积分榜让帮同学讲题变成没人做的事
402《新文明诞生》	第 29 章	思想的生产没有握在一个人手里的统一尺子，校对要在生产者之间互相做（互相查错率）
505《知识分子向何处去？》	第 22 章	从转译者到立谱者
329《技术的「我」》、400《我材发生》	第 24 章	孩子—AI 复合主体；AI 只预备 E
335（职教工位）	第 29 章	不同学段、职校的谱系发生
刘华杰《好老师为什么做不动——师德的精益求精》	第 23 章	老师自己的知识谱系与师德

表三　已有理论划界表

这些理论在本书里是脚手架，不是判词。每一行左边是它量什么，右边是本书多出的那一点。

已有理论	它量什么	本书多出的那一点
维果茨基内化	社会到个人一个方向	个人回流到底座、底座再死的反向与节律
知识建构（Scardamalia）	想法有没有改进	来路认不认得出；想法可以改进而来路全丢，本书算不美
学习共同体（佐藤学）	倾听、串联、反刍	一个班可以很会倾听而没有一枝回流
合作学习	分工、互赖	类我要求互相改写，分工拼好不算
知识储备（Moll）	孩子带进来的知识	在别人那里长着、被认出

已有理论	它量什么	本书多出的那一点
社会认知冲突／有成效的失败	冲突促进个人学习	冲突生出一条来路可读、双方认得的班级新知识
复杂性教育学／适应性循环	涌现、释放与重组	涌现物的来路可读；新根可追溯到上一轮具体某一枝某个孩子
家族相似；表征分类与支序分类	此刻相似；共同祖先	第三种同：双向认出的连通，后代认得来路
署名式课堂（Ball、Lampert 给学生想法命名；Engle 的作者身份）	老师赋予的单向归属	原主也要认出，双向闭环
分配权威（Engle）	分配答题权	起音分配提问权：谁能拿出一块化石、说出它当初的对不上
扩展性学习（Engeström）	矛盾推出集体新工具	每一方要认出自己那一份，没有「认」不算化开
胡塞尔「沉积—重新激活」；怀特海「惰性观念」；库恩「教科书抹去历史」；弗赖登塔尔「引导再创造」	原初意义再现；诊断知识僵死；诊断来路被抹；重走老路到同一终点	复活要到不同终点，并写回底座
巴赫金、沃茨「挪用」；皮亚杰同化与顺应	接的人有没有化为己有	变形收受律还要求原主认出变形
莫斯「礼物」	印记附着在物上	班级知识的印记不在形上，在双向认出里
霍耐特「相互承认」	人与人之间的承认	认出对的是一枝知识怎样变了形，不是对人

附表　三律到读数

意义律	它要什么	在班里留下的痕迹	读数	只讲这一律的课堂缺什么
创造律（王德生老师口述时也称特征律）	众人聚焦同一个问题，把力气拧进同一个解	互相改写	类我率：共同问题上互相改写的组数	只讲创造律：人人都朝一个解使劲，容易又挤回一个标准答案
自由律	各走各的路	同一根上分出不同的枝	枝分化数	只讲自由律：各学各的，像隔壁班的「自由日」，没有接力
幸福律	一个人的自由在共同创造里恰恰被用上	原主认出、借用者标出	双向认得率	前两律都在、缺幸福律：有合作、有分枝，却没有人认得出自己那一枝长在了哪里

三律在「积累—死亡—混沌—涌现」链上的分工，本书这样处理：创造律管积累，自由律管混沌，幸福律管涌现收场。

这张表里的三个读数和附录一的四个读数一样，只给班级自看，不进考核。

判　词

班级之美是双向认出的谱系闭环——
一个孩子的知识在别人那里变了形，
原主认得出它变在哪里，
借用者说得出它从哪里来，
变形后的东西回流进全班底座。

——本书判词

一间教室里，统一与多样为什么总也调和不了？本书说，统一不是多样的敌人，而是上一轮谱系死后留下的化石；班级之美，是双向认出的谱系闭环：一个孩子的那一枝在别人那里变了形，原主认得出，借用者说得出来路，变形后的东西写回全班底座。

课桌、课时、课程、考试、评估与师德，都可以从维持统一的装置，升维为谱系发生的创造。写给班主任、老师、家长与校长。

你的那一枝，在别人那里长成了什么？ ——本书

ISBN 979-8-90690-512-3

德麦国际出版社 · Demai International Press
德麦国际专著第 512 号
US$23.00