

错误的两副面孔

——必要错误与脱轨误差的判别

一、一个被断言、却从未被推导的判别

《SDE 教育发生学导论》在讲教学工艺与运行动力时,反复依赖一对区分:有些错误是必要错误——它们是发生的材料,是不该被消灭的;有些错误是脱轨误差——它们是偏离在轨的损耗,是该被修正的。“必要错误”与“脱轨误差”在全书出现近三十次,支撑着 D2 发生链、动力学乃至第八大编的课堂编码。然而,恰恰是这对承重的区分,全书只把结论摆了出来,却从未单独停下来推导:凭什么这个错误是必要的、那个错误是脱轨的?判别的标准究竟是什么?

这不是一个学究式的追问。它是全书教学工艺能否落地的关键。因为如果“必要”与“脱轨”没有一条可辨别的判别线,那么“保护必要错误、修正脱轨误差”这条工艺原则,就是一句无法执行的口号——教师在课堂现场面对一个具体的错误时,根本无从判断该保护它还是该纠正它。断言两种错误的存在是容易的,给出区分它们的可操作标准,才是真正的难处。本文的任务,就是把这条被全书默默依赖、却从未明说的判别线,单独推导清楚。

二、为什么“错误”不是一个东西

先破除一个根深蒂固的直觉:错误是一个东西,凡错皆同。

在表层上,一切错误看起来确实一样:一个错的答案就是一个错的答案,一步错的推导就是一步错的推导。判分时,它们被同等对待——错就是错,扣分就是扣分。这种“凡错皆同”的看法,把错误压成了一个单一的、负面的东西,其唯一的命运就是被消灭。绝大多数教育实践,正是建立在这个直觉上:错误是缺陷,教育的任务是减少乃至清除它。

但只要真正进入学习的现场,就会发现错误远非一个东西。一个学生大胆提出一个猜想,结果猜错了——这个错,是他思考向前推进的一步,是通往正解的必经之路;没有这个错,后面的修正无从发生。另一个学生因为走神、因为套用了一个毫不相干的套路、因为根本没在思考,而错了——这个错,不通向任何修正,它只是一次偏离,重复几次仍是同样的偏离。这两个错,在判分表上都记一个叉,在学习的发生上却是天壤之别:前者是发生的燃料,后者是发生的空转。把它们当作同一个东西同等消灭,等于在清除缺陷的同时,也清除了学习赖以发生的燃料。可见,“错误”不是一个东西,而是至少两副面孔;分不清这两副面孔,是许多教育在最细微处的失败之源。

三、传统教育的双重误判

面对错误,传统教育往往落入两种相反、却同样错误的处置。

第一种是全灭错。它把一切错误都当作缺陷,教育的目标是让错误尽可能少、尽可能快地消失。在这种处置下,教师一见学生要错,就赶紧纠正、赶紧给出正确步骤,不让错误有发生的机会。它的代价是:在消灭脱轨误差的同时,也消灭了必要错误——学生没有机会猜错、试错、并从错中修正,D2 发生链里最关键的“猜想—修正”环节被抽掉了。全灭错培养出的,往往是不敢犯错、因而也不敢真正思考的学生:他们学会了规避错误,却没学会通过错误而发生。

第二种是全赞错,是对第一种的天真反动。它听说了“错误是有价值的”,于是走向另一极端,把一切错误都当作宝贵的、值得赞美的,不加区分地鼓励。在这种处置下,脱轨误差也被当作“多元的探索”而放任,重复的、无效的偏离不被修正,只被一味肯定。它的代价是:在保护必要错误的名义下,纵容了脱轨误差——学生在无效的空转里原地打转,却被告知这是可贵的尝试。全赞错培养出的,是分不清方向的漫游:一切偏离都被祝福,于是没有任何偏离得到修正。

两种误判的共同根源,恰恰是本文开头所破的那个直觉:把错误当作一个东西。全灭错把这个东西判为纯粹的坏,全赞错把它判为纯粹的好;而真相是,错误有两副面孔,既不能一概消灭,也不能一概赞美。走出双重误判的唯一出路,是找到区分两副面孔的判别线。

四、判别的正式表述

现在可以把这条判别线正式说出来了。

一个错误是必要错误,当且仅当它被回应时,喂养了发生链的下一步修正;一个错误是脱轨误差,当且仅当它不喂养任何修正,只作为无效损耗被重复或累积。

这条判别的要害,在于它不看错误本身“错得对不对”,而看错误“之后发生了什么”。同一个错误的答案,若它成为学生下一步修正的入口——学生因这个错而调整、而逼近、而修正,那么它是必要错误;若它只是被重复、被搁置、被累积,没有引出任何修正,那么它是脱轨误差。判别的标准落在“是否喂养修正”上,而非落在错误的表面形态上。这也意味着,必要与脱轨不是错误的固有属性,而是错误与后续发生之间关系的属性:同一个错,若被恰当地回应而引出修正,是必要的;若被无视或纵容而只是重复,就沦为脱轨。

这条判别,正是 D2 发生链的内在要求。D2 讲的是问题—猜想—执行—评估—反馈—修正—自组织的完整链条;而“猜想”必然伴随“猜错”,“执行”必然伴随“试错”。这些错,是链条向前运转的必经环节——它们是必要错误,因为正是它们喂养了后面的“评估—反馈—修正”。反之,若一个错误游离于这个链条之外,不进入评估、不引出修正、只是空转,它就是脱轨误差。所以,判别两种错误,本质上就是判别一个错误是否嵌在 D2 发生链之中:嵌在链中、喂养修正的,是必要错误;游离链外、只是损耗的,是脱轨误差。

五、从 D 看:必要错误是路径的一个项,脱轨是路径的中断

从差异序列 D 的角度,这条判别有更精确的表述。

D 是意义在通往结构的过程中所组织的路径。一条真实的学习路径,从不是一条笔直的、无错的直线;它是由猜想、尝试、偏差、修正交织而成的曲折推进。在这条路径上,必要错误是路径的一个内在的项——它是一次猜想或尝试,是路径向前延伸时必然产生的分叉与偏差,而正是对这个偏差的评估与修正,构成了路径的下一段。没有这些偏差,路径就没有可供修正的对象,也就无法真正地组织与推进。必要错误因此不是路径的敌人,而是路径的组成部分:它是 D 在运行时必然、且必需的产物。

脱轨误差则不同:它不是路径的一个项,而是路径的中断或脱离。它或者是路径根本没有在运行(学生没在思考,随手一填),或者是路径偏离到了一个与目标毫无关联的方向且不折返(套用了一个毫不相干的套路,并反复套用)。脱轨误差的特征,是它不参与路径的组织与推进——它既不喂养修正,也不延伸路径,只是路径之外的空转或偏离。用一个比喻:必要错误是登山者在探路时走的、随后被修正的弯路,弯路本身是找到正路的必经;脱轨误差是登山者根本没在往山上走,或朝着相反方向一去不返。前者是路径的一部分,后者是路径的失效。

这个从 D 出发的区分,也解释了为什么必要错误不可被事先消灭:你无法在保留一条真实路径的同时,抹去它必然产生的偏差与猜想——抹去偏差,就是抹去路径本身。要求学习无错,等于要求学习不组织任何真实的路径,只照抄一条外部给定的直线;而照抄直线,恰恰不是学习的发生,而是 D2 发生链的关闭。

六、从 D3 看:优化不是消灭必要错误,而是减少无效损耗

这条判别,还澄清了 D3 优化约束一个极易被误解的地方。

D3 讲的是优化——用最小的代价、最少的损耗,达成意义目标。一个常见的误解是:优化就是减少错误,越少错越优化。但按前面的判别,这个理解是错的。优化要减少的,是无效损耗,也就是脱轨误差——那些不喂养任何修正、只是空转或偏离的损耗。而必要错误根本不是无效损耗:它是发生的必要成本,是路径推进必须付出的代价。把必要错误也当作要被优化掉的损耗,恰恰是对优化的误解——它会以“减少错误”之名,抽掉学习赖以发生的燃料,结果是把一个高效发生的系统,优化成一个不再发生的系统。

因此,D3 的优化,不是“错误最小化”,而是“无效损耗最小化,同时保护必要错误”。这是一个精细得多、也难得多的目标:它要求在减少脱轨的空转的同时,不去触碰那些喂养修正的必要错误。一个真正优化的学习过程,不是一个没有错误的过程,而是一个几乎没有无效损耗、却充满被良好修正的必要错误的过程——它的错误都在做功,没有一个错误是白错的。这也给教师一个精确的指针:当你想“减少学生的错误”时,先分清你要减的是哪一种。减无效损耗,是优化;减必要错误,是在关闭发生。

七、一节课的慢镜头:两副面孔在同一节课

抽象的判别,须放进一节真实的课里才看得清。

课题是分数的加法。学生甲把二分之一加三分之一,算成了五分之二(分子加分子、分母加分母)。这是一个错误。它是必要错误还是脱轨误差?按判别,要看之后发生了什么。老师没有直接纠正,而是问:“二分之一比五分之二大还是小?”甲一想,二分之一是一半,五分之二不到一半——他自己发现结果不对了。这个错误因此喂养了下一步:甲开始追问“那到底该怎么加”,从而进入通分。甲的错,是必要错误——它是一次真实的猜想(基于“加法就是对应位置相加”的合理迁移),而对这个错的评估,引出了修正。

同一节课上,学生乙也把二分之一加三分之一算错了,但乙的错源于他全程在走神、随手写了一个数;当老师问他“这个结果合理吗”,他茫然,因为他根本没在这个问题上思考。若不加干预,乙下一题还会以同样的方式随手写错——他的错不喂养任何修正,只是重复的空转。乙的错,是脱轨误差——它游离于 D2 发生链之外,不是路径上的偏差,而是路径根本没在运行。

关键在于:甲和乙表面上犯了“同一个”错(分数加法算错),在判分表上都是一个叉;但一个是必要错误、一个是脱轨误差,处置截然不同。对甲,教师要做的是保护这个错、并引导他从错中修正(而非直接给答案,那会剥夺修正的发生);对乙,教师要做的是先把带他带回 D2 发生链——让路径重新运行起来(而非赞美这个“探索”,那会纵容空转)。同一个表面错误,两副面孔,两种处置;分不清,就会对甲全灭错(剥夺了必要错误)、对乙全赞错(纵容了脱轨误差)——两头都错。

八、判别的操作化:三个可观察的信号

要让这条判别在课堂现场可用,须把它落到可观察的信号上。三个信号,帮助教师(以及第八大编的编码员)在现场区分两副面孔。

信号一,是否转化。必要错误在被回应后会转化——它变成下一个猜想、下一次尝试、下一步逼近;脱轨误差在被回应后不转化,它以同样的形态被重复。观察一个错误,若它在后续中改变了形态、向目标推进,是必要的;若它原样重复、原地不动,是脱轨。信号二,是否引出修正。必要错误引出修正——学生因这个错而调整了什么;脱轨误差不引出修正——错之后什么也没调整,或只是被搁置。信号三,是否嵌在思考中。必要错误是思考在运行时产生的(它源于一个真实的猜想或迁移,哪怕猜错了);脱轨误差往往是思考没在运行时产生的(走神、随手、套用无关套路)。观察错误背后有没有真实的思考在运行,是区分两者的深层信号。

这三个信号,不是三条独立的标准,而是同一条判别线的三个可观察面:转化、修正、思考,分别对应“错误是否推进了路径”“是否喂养了下一步”“是否嵌在发生之中”。三者常常一致——一个真正的必要错误,通常同时表现出转化、引出修正、嵌在思考中;一个脱轨误差,通常同时表现为重复、不引出修正、游离于思考之外。教师在现场,不必做复杂的判断,只需问:这个错,之后转化了吗?引出修正了吗?背后有思考吗?三问之下,两副面孔往往就分开了。

九、必要错误的保护:替学生消灭错误,就是杀死 D2

判别既明,处置的原则也随之清晰。对必要错误,原则是保护。

保护必要错误,意味着教师要忍住那个几乎本能的冲动——一见学生要错,就赶紧纠正、赶紧给出正确步骤。这个冲动看似负责,实则危险:它在错误尚未喂养修正之前,就把错误连同它的营养一起消灭了。学生失去的,不只是一个错误,而是一次本可以从错中自己修正、从而真正发生的机会。替学生消灭必要错误,等于替他走完了本该由他自己走的那段路径——而 D2 发生链的核心,恰恰是这段“猜想—评估—修正”必须由学习者自己经历。剥夺了它,学生得到了正确的结果,却失去了发生的过程;他学会了正确答案,却没学会如何从错误中逼近正确。

这也是为什么,一个好教师面对学生的必要错误时,常常是“忍住不说”的。他不是不知道答案,而是知道:此刻替学生把错误消灭掉,就是此刻把 D2 发生链关掉。保护必要错误,是一种克制的功夫——它要求教师容忍暂时的“不正确”,为的是保住那个更根本的东西:学习者自己从错中修正的发生。第八大编把“教师是否保护了学生的猜想与必要错误、而未过早替代”列为实施忠实度的一项,正是要把这种克制的功夫,变成一个可被观察、可被检验的指标。

十、脱轨误差的处置:放任脱轨,也是一种失败

对必要错误是保护,但这绝不意味着对一切错误都放任。对脱轨误差,原则是修正——而放任脱轨,同样是失败。

全赞错的天真,正在于它把“保护必要错误”错误地推广成了“保护一切错误”,于是脱轨误差也在“尊重探索”的名义下被放任。但脱轨误差不喂养任何修正,它只是无效损耗;放任它,就是任由学生在空转里消耗时间与信心,却美其名曰多元与自由。一个反复以同样方式脱轨、却从未被带回路径的学生,不是在自由地探索,而是在无人过问的失效里越陷越深。放任脱轨,表面上宽容,实则是一种更深的放弃——它放弃了帮学生把失效的路径重新运行起来的责任。

对脱轨误差的正确处置,也不是简单粗暴地纠正、扣分、批评(那会连带压制学生犯必要错误的勇气),而是把学生带回 D2 发生链——用第三项(改变结构、行动或环境)让失效的路径重新运行。例如,面对一个走神而反复出错的学生,不是罚他,而是给他一个能重新抓住他的问题、一个真实的任务,让思考重新启动。处置脱轨误差的目标,不是消灭错误,而是修复发生:让那条中断的、失效的路径,重新运转起来。分清必要与脱轨,并非为了对错误分出好坏、赏罚分明,而是为了对每一种错误,施以能促成发生的、恰当的处置。

十一、判别与评价:即时正确率惩罚必要错误

这条判别,对教育评价有一个尖锐的含义:以即时正确率为核心的评价,系统性地惩罚必要错误。

即时正确率,测的是学生在当下答对了多少。但一个正在经历必要错误的学生——他大胆猜想、勇于试错、从错中修正——在当下的正确率,往往低于一个规避一切错误、只照抄安全步骤的学生。前者在真实地发生,却因暂时的“不正确”而被扣分;后者没有真正发生,却因表面的“正确”而得分。于是,即时正确率这把尺,恰恰奖励了全灭错的规避,惩罚了必要错误的冒险——它把学习的燃料判为缺陷,把发生的回避判为优秀。长期在这把尺下,学生学会的是:不要犯错,哪怕代价是不要真正思考。

这正是第八大编坚持“主要结局在无辅助条件下、延迟测量”的深层理由。即时正确率被必要错误“拖累”,无法反映真实的学习;而撤除辅助、延迟一段时间之后的迁移与保持,才能显现出谁真正通过必要错误而发生了学习、谁只是靠规避错误维持了表面的正确。一套尊重必要错误的评价,不能只看当下对不对,而要看学生是否经历了真实的“猜想—修正”,是否在延迟的、陌生的情境中仍能迁移。把评价的重心从“即时正确”移到“延迟迁移”,本质上就是不再惩罚必要错误——让那些勇于犯必要错误、并从中修正的学生,不再因暂时的不正确而被误判为落后。

十二、判别与 AI:该保护的错与该纠的错

在 AI 进入教育之后,这条判别成了区分两种 AI 的又一条分水岭。

答案型 AI 对错误的处置是“全灭”:学生一出错,它立刻给出正确答案与步骤,错误在喂养任何修正之前就被消灭。这看似高效地“纠正”了学生,实则连必要错误一起消灭了——学生失去了从错中自己修正的机会,D2 发生链被 AI 替他关闭。答案型 AI 最深的危害,不在于它给错答案(它往往给对),而在于它不加区分地消灭一切错误,包括那些本该被保护、本该喂养修正的必要错误。

SDE 型 AI 则须做到答案型 AI 做不到的事:区分该保护的错与该纠的错。面对一个必要错误(学生的一个合理猜想虽错、但可喂养修正),SDE 型 AI 不给答案,而是给一个能引出学生自己修正的线索、反例或追问——保护这个错,让修正由学生自己发生。面对一个脱轨误差(学生游离于思考之外的空转),SDE 型 AI 则用第三项把学生带回发生——给一个能重新抓住他的问题,让失效的路径重启。能否在现场区分两种错误、并施以不同处置,是 SDE 型 AI 远比答案型 AI 困难、也远比它有价值的地方。第八大编的 AI-D2 保护随机试验,以撤除 AI 后的延迟迁移为结局,测的正是这个:一个保护了必要错误、让学生自己修正的 AI,其增益会在撤除后依然存在;一个把一切错误都替学生消灭的 AI,撤除后只剩下什么也没内化的空。

十三、判别与号位:必要错误的形态随生命阶段变化

必要错误并非在每个生命阶段都长着同一副样子;它的形态,随号位轮换而变化。

在以现实、美、幸福为主的3号位阶段(如幼儿),必要错误更多地表现为身体的、探索的偏差——把积木搭歪了又重搭,把水洒了又调整,把游戏规则试错了又修改。这些具身的“错误”,是幼儿路径推进的必经环节;若因怕出错、怕弄脏、怕失败而剥夺这些探索性的偏差,就是在3号位上抽掉了必要错误。在以理念、真、创造为主的1号位侧重上,必要错误更多地表现为概念的、论证的偏差——一个错误的猜想、一个不成立的证明尝试、一个后来被推翻的假设。这些抽象的“错误”,是成熟学习者路径推进的必经环节;若因追求无错的严谨而不许猜、不许试错,就是在1号位上抽掉了必要错误。

因此,保护必要错误,不是用同一种方式对待所有阶段的错误,而是识别当令号位下必要错误的当令形态。号位轮换总原则在此有了错误论的含义:一个阶段的必要错误,在另一个阶段可能形态迥异;用一个阶段的标准去衡量另一个阶段的错误,容易把当令的必要错误误判为缺陷。尊重号位,就是尊重必要错误在不同生命阶段的不同样貌——幼儿的洒水打翻与学者的假设被推翻,是同一种必要错误在不同号位上的不同面容。

十四、这一判别如何可能被证伪

作为奠基版精神的延续,本文最后交出:必要错误与脱轨误差的判别,如何可能是错的。

其证伪条件,与全书F3(123 判别算子)、第八大编H4(第三项转化)与H5(D2 完整性)相通。若一套对一切错误一律纠正、不做必要与脱轨之分的教育,在延迟保持、远迁移与自我修正能力上,与一套精细区分并保护必要错误的教育毫无差异,那么这对判别就是多余的:错误的处置可以由“尽量减少错误”这一条更简单的原则独立解释,“必要错误”是一个不产生任何额外效果的命名。反之,若在控制了错误总量之后,“必要错误被保护并喂养了修正”的程度,仍能稳定预测更强的迁移与自我修正,那么这对判别才真正挣得了它的位置。

此外,这条判别还必须可被可靠地辨认——这是它区别于一句漂亮口号的关键。若两名独立的编码员,在同一段课堂录像上,无法就“这个错误是必要的还是脱轨的”达成足够一致的判断(κ 过低),那么这对判别就尚未真正操作化,需要重新界定它的可观察信号,而非直接宣称它成立。唯有当必要与脱轨可被不同的观察者一致地区分、且这种区分能预测学习的差异,把错误分为两副面孔,才是一个有根据、可检验的判断,而非一个只在原则上动听的说法。

十五、结语:分清两副面孔,是D2的守门功夫

一门教育发生学最见功夫的地方,有时不在它宏大的框架,而在它对最细微之处的分辨。错误,就是这样一处最细微、却最见功夫的地方。凡错皆同的直觉,把错误压成一个待消灭的缺陷,于是教育要么全灭错、要么全赞错,两头都错;而SDE教育发生学的分辨,是看穿错误的两副面孔——必要错误是发生的燃料,该保护;脱轨误差是发生的空转,该修复。

把这对判别单独推导清楚,不是给全书补一个细节,而是把D2发生链的守门功夫挑明。因为D2的核心,正是“猜想—评估—修正”这个必然伴随错误的环节;守住这个环节,就必须能在现场分清:哪个错该被保护(它正喂养修正),哪个错该被修复(它只是空转)。分不清,守门就成了乱来——要么把燃料当缺陷烧掉,要么把空转当探索供养。这门教育发生学交给每一位教育者的,正是这样一把在错误的现场分辨两副面孔的尺:它不问一个错误对不对,而问这个错误之后,发生有没有被喂养,还是被空转;而这一问,往往就是一堂课里,教育究竟在不在真正发生的分野所在。