

差一条边

论课堂的接手关系构成一张图，学习能否自持取决于这张图是否闭合，及为什么修好任意一条边可能毫无效果而补上某一条会突然全通

教育学 × 化学反应网络 × 管理学

作者 王德生 + Claude

栏目 学科通融 · 站外碰撞

篇幅 约1.2万字 · 22页

发表 2026年8月3日

摘 要

课堂上真正的学习为什么很少发生，三家给出三条不能同时为真的答案：教育学答承接者没有接，故要提高教师的注意与回应；管理学答每个局部都合法地关掉了自己的账，故要重配责任；化学答中间态没有被后续接住，故要保住那条通路。三条处方彼此正是对方诊断出的病因。而三家共有一个没说出口的前提——**每一条断掉的边都有一个可指认的理由，修好它就少一处损失**。推翻它的材料来自化学自己，且不是速率那一支，是网络那一支：**集体自催化集**。它的定义只有一句——集合内每一个反应都被集合内某成员所催化——而后果是刚性的：**自持是集合的性质，不是任何单个反应的性质**；而集合能否自持是**阈值现象**：催化密度低于临界值，无论修好多少条单边都不形成自持集；高于临界值，自持集突然出现。据此本文把课堂写成一张**接手图**，命名它的**闭合**，给出三个可从既有录像与教案算出的读数——催化覆盖率、闭合度、催化源分散度，并推出五条结论，其中三条方向违反通行判断：**局部改善在阈值以下无效**；**星形闭合最脆**，而「**教师注意并跟随每一个学生**」**恰恰把图推向星形**；**任务越容易，无主的那一次越不可观察**。文中另论证回应式教学与教师注意研究同持两条在闭合条件下不能同真的处方，并从化学借来一条少见的正面判据——**加边实验**：两个平行班、一节课、一条额外规则即可跑。文末走查一节真实结构的数学课：覆盖率 0.56、分散度 1.0，而**闭合度为零**；补上一条回边，闭合度从 0 跳到 5/9。

这一篇由哪三个学科的理论体系撞成

第一家主张差异之所以没有延续是因为承接者没有接，故应提高教师注意学生想法实质并据此调整的质量；第二家主张是因为每个局部环节都合法地关掉了自己的账、整体目标无人持有，故应重新配置责任与指标，别让局部闭账；第三家主张是因为不稳定的中间态在被后续利用之前已经消失，故应保住那条通路。三条不能同时为真，且各自的日课正是另一家诊断出的病：第一家要教师更密地注意与回应，而第二家指出这恰把承接责任压在一个可被考核的可见动作上，一旦被记录就会被做成表演；第二家要重配责任让信号上行，而第一家指出责任配置改不了教师听不听得懂学生；第三家要保住中间态，而前两家都追问「由谁来保」——而第三家的回答是：不由任何人保，由网络的结构保。三家均为站外的公开文献，链接直达原始出处，可自行核对。

化学 · 集体自催化集与自持性的网络条件

[Kauffman, Autocatalytic Sets of Proteins \(<i>J. Theor. Biol.</i> 119:1, 1986\)](#); [形式化与多项式时间判定算法见 Hordijk & Steel, Detecting Autocatalytic, Self-Sustaining Sets in Chemical Reaction Systems \(<i>J. Theor. Biol.</i> 227:4, 2004\)](#)

定义只有一句：集合内每一个反应都被集合内某成员所催化。而它所定义的自持性不属于任何单个反应——把每一个反应单独拿出来检查都正常，集合仍可能不自持。这是本文推翻共有前提所用的全部材料。

<https://doi.org/10.1016/j.jtbi.2003.11.020>

化学 · 自持集涌现所需的催化水平（阈值）

[Hordijk, Kauffman & Steel, Required Levels of Catalysis for Emergence of Autocatalytic Sets in Models of Chemical Reaction Systems \(*Int. J. Mol. Sci.* 12:5, 2011\); 另见 Mossel & Steel, Random Biochemical Networks \(*J. Theor. Biol.* 233:3, 2005\)](#)

自持集的出现随催化密度变化不是平缓上升，而是在临界值附近突然发生，与随机图中巨连通分支的涌现同类。本文的核心推论——局部改善在阈值以下无效——直接来自这一条。

<https://doi.org/10.3390/ijms12053085>

教育学 · 形成性评价、主动学习与教师注意

[Black & Wiliam, Developing the Theory of Formative Assessment \(*Educ. Assess. Eval. Account.* 21:1, 2009\); 另见 Freeman 等, Active Learning Increases Student Performance in STEM \(*PNAS* 111:23, 2014\); Chi & Wylie, The ICAP Framework \(*Educational Psychologist* 49:4, 2014\)](#)

把「证据被用于决定后续步骤」写进形成性的构成条件，并要求教师注意学生想法的实质。本文第十一节所打的强制不一致正在这一支：它同时要求教师成为承接者、又以学生在教师不在场时的后续表现为证据。

<https://doi.org/10.1007/s11092-008-9068-5>

管理学 · 正式结构与实际工作过程的脱耦

[Meyer & Rowan, Institutionalized Organizations: Formal Structure as Myth and Ceremony \(*American Journal of Sociology* 83:2, 1977\); 另见 Edmondson, Psychological Safety and Learning Behavior in Work Teams \(*ASQ* 44:2, 1999\)](#)

正式结构可作为合法性仪式与实际工作脱耦，而心理安全让差异能够出现却不保证它进入下一轮。这一支反过来限制本文：无指标的课堂同样可能接不上，故压力不是原因、安全不是充分条件。

<https://doi.org/10.1086/226550>

化学 · 过渡态位置（本文推论四所据）

[Hammond, A Correlation of Reaction Rates \(<i>J. Am. Chem. Soc.</i> 77:2, 1955\)](#)

放能反应的过渡态在结构上更接近反应物。课堂版本：任务越容易，那个不稳定的中间态越像旧规则本身，因而越不可能被观察者辨认为一次差异——简单任务上的无主轮次被系统性低估。

<https://doi.org/10.1021/ja01607a027>

目 录

摘 要.....	6
关 键 词.....	6
一、问题不在哪一条断了	6
二、三条决定性的驱动，任意两条不能同真.....	7
三、教育学这一家，与它自己承认的那处反例.....	8
四、化学这一家：从速率到网络	8
五、管理学这一家，与它自己承认的那处反例.....	9
六、三家共同站着的那块地	9
七、推翻它的材料来自化学自己：自持是集合的性质	9
八、命名：接手图与它的闭合	10
九、三个可以从既有记录算出来的读数.....	11
十、形式部分：闭合是阈值现象	11
十一、强制不一致：回应式教学守不住的两条.....	12
十二、辨别格：催化覆盖率 × 催化源分散度.....	13
十三、六个场景	14
十四、与站内同题诸篇的划界：种与属.....	15
十五、与站外相邻概念的分离线	16
十六、三家为何各自到不了这一条	16
十七、三处反向约束：三家各削本文一次.....	17
十八、可裁决假设	17
十九、研究设计：加边实验	18

二十、写死日期的赌注	18
二十一、适用边界与指标反噬	19
二十二、自反检验	19
二十三、结论	20
注 释	20
参 考 文 献	21

摘要

课堂上真正的学习为什么很少发生，目前有三条互不相容的回答。教育学说，学生暴露出的差异没有被注意、跟随并用于决定下一步，因此要提高教师的注意与回应质量；管理学说，每个局部环节都合格地关掉了自己的账，整体目标无人持有，因此要重新配置责任；化学说，大量接触不等于转化，中间态必须被后续过程接住，因此要保住那条通路。三条处方彼此正是对方诊断出的病因。

三家争的是"哪一条接不上的边该由谁负责"，而它们共同站在一个没说出口的前提上：**每一条断掉的边都有一个可指认的理由，修好它就少一处损失**。三家都把接手当作**可加的局部性质**。

推翻这个前提的材料来自化学自己，而且不是速率那一支，是**网络拓扑**那一支：集体自催化集。它的形式定义只有一句——集合内每一个反应都被集合内某个成员（或外部食物集）所催化——而由此得到的结果是刚性的：**自持性是集合的性质，不是任何单个反应的性质**；一个反应网络能否自持，由整张催化图是否闭合决定，而**闭合是阈值现象**：催化密度低于临界值，无论修好多少条单边都不形成自持集；高于临界值，自持集突然出现。

据此本文把课堂的接手关系写成一张**接手图**：节点是本轮产出的可转化物，边是"甲被用作乙的输入"。命名的对象不是某一条断边，是**这张图的闭合**。三个可从既有记录算出的读数：**催化覆盖率**（有多少产物被图内某成员当作输入）、**闭合度**（最大自持子图占全部节点的比例）、**催化源分散度**（充当催化者的不同节点数与催化边数之比）。

形式部分给出五条推论，其中三条方向违反通行判断：**修好任意一条边与网络能否自持之间没有单调关系**；**星形图是最脆的闭合**，而"教师注意并跟随每一个学生的想法"恰恰把图推向星形；**任务越容易，无主的那一次越不可观察**。文中另论证回应式教学与教师注意研究同持两条在闭合条件下不能同真的处方，并给出一条化学自己提供的正面判据：**加边实验**。

本文与站内八篇同题文章的关系被明确写成种与属：**那些文章各自指认了一条边为什么断，本文问的是整张图在什么条件下闭合**；而闭合的阈值性使属层做出种层做不出的预测。

关键词

接手图；闭合阈值；集体自催化集；催化源分散度；课堂动力

一、问题不在哪一条断了

一节被评为高质量的公开课：十几个提问，三轮小组讨论，答案分布即时投屏，结尾一张退出卡。第二周把题目换一个表面情境，许多学生仍沿用原来的错误规则。

对这件事，现有的解释都从“哪一条接不上”入手。有人说是教师没有注意到那个学生真正说了什么；有人说是反馈只标了对错没有改变下一步；有人说是进度压力让意外解释成了风险；有人说是平台只记录正确率。

这些说法各自都对。而它们全都在修边。

本文要问的是一个更靠前的问题：假设你把这些边一条一条都修好，学习就会自持吗？

这个问题听起来像是抬杠，而它有一个具体的形态。课堂上每一轮都会产出一些东西——一个解释、一条规则、一次表征、一个问题。这些东西中的一部分会被后面用作输入，另一部分不会。把“甲被用作乙的输入”画成一条边，一节课就是一张图。

于是问题变成：这张图要满足什么条件，学习才不需要每一轮都由外部重新点火？

而一旦这样问，“修好任意一条边”就不再自动是好事——因为一张图能不能自持，不由任何单条边决定。

二、三条决定性的驱动，任意两条不能同真

本文取三家最强的单因主张，不取温和的多因素版本。只有当三种解释各自把自己的机制当作决定性机制，它们之间的冲突才会暴露。

教育学：差异之所以没有延续，是因为**承接者没有接**。形成性评价的定义把“证据被用于决定后续步骤”当作形成性的核心；回应式教学与教师注意研究进一步要求教师听懂学生想法的实质并据此调整。处方：提高注意与回应的质量。

管理学：差异之所以没有延续，是因为**每个局部都合法地关掉了自己的账**。正式结构可以作为合法性仪式与实际工作过程脱耦；公开指标不会被动描述对象，而会重塑对象的行为。处方：重新配置责任与指标，别让局部闭账。

化学：差异之所以没有延续，是因为**中间态没有被后续过程接住**。大量接触不等于转化；不稳定的中间产物若在被利用之前消失，反应网络得不到延续。处方：保住那条通路，让中间态活到被接手。

三条不能同时为真，且各自的日课正是另一家诊断出的病：

教育学要教师更密地注意与回应，而管理学指出这恰恰把整个承接责任压在一个可被考核的可见动作上，一旦被记录就会被做成表演；管理学要重新配置责任让信号上行，而教育学指出责任配置改不了教师听不听得懂学生这一件事；化学要保住中间态，而前两家都会立刻追问“由谁来保”——而化学的回答是：**由任何人保，由网络的结构保**。

第三条回答听起来像回避，而它正是本文的入口。

三、教育学这一家，与它自己承认的那处反例

这一家的强主张可以压成一句：决定学习是否延续的，不是信息是否到达，而是学习者暴露出的差异有没有被用于决定下一步。

它的证据线很扎实。形成性评价的定义明确把"用于决定后续步骤"写进构成条件；主动学习的大规模综述显示要求学生参与解释与讨论能提高表现；ICAP 把"动手"与"生成新推论"分开，说明圈画与点击属于主动却未必建构。

而这一家自己承认了一处反例，且承认得很清楚：**证据可以被看见、被记录、被正确解释，却没有进入下一步**。形成性评价的定义之所以要把"用于决定"写进去，正是因为"被看见"不蕴含"被使用"。

问题在于，这一家把这处反例放在"反馈质量""教师回应""评价使用"之下处理——也就是说，它把它读成**承接者的失职**。而一旦读成失职，处方就只能让承接者做得更好。

这一步是本文要拦下的。因为**失职是节点的属性，而接不上是边的属性**；把边的问题读成节点的问题，会得到一整类方向正确而无效的处方。

四、化学这一家：从速率到网络

化学能给课堂的不是修辞，是一种严格的区分：系统内部发生了大量接触，不等于发生了转化。碰撞理论指出反应物即使频繁相遇，也只有在能量与取向满足条件时才可能反应；过渡态理论把速率与活化复合体联系起来，强调必须进入一个高能、短寿命、结构尚未稳定的状态才可能越过势垒。

这一支已经被反复借用，而它借出去的东西都是**速率**层面的：能垒多高、中间体活多久、催化剂如何降低阈值。

本文要借的是另一支，而且是同一门学科里方法论上更硬的一支：**反应网络的自持性**。

这一支问的不是"这一个反应快不快"，而是"这一整套反应能不能在没有外部逐步投料的情况下继续下去"。它的核心对象是**集体自催化集**：一个反应集合，其中每一个反应都被集合内某个成员所催化。

这个定义的分量在它的量词位置上。它没有说"大部分反应被催化"，也没有说"关键反应被催化"，它说的是**每一个**。而它所定义的性质——自持——**不属于任何单个反应**：你可以把每一个反应单独拿出来看，看不出这个集合能不能自持。

这一支后来被形式化为可判定的对象：给定分子集、反应集与催化关系，存在多项式时间的算法判定其中有没有自持子集，并在有的情况下返回**唯一的最大自持子集**；若没有，算法返回空集。同一套工作还给出了**不可再约的自持子集**——不能再删任何一个反应而仍保持自持的最小核。

对课堂来说，最要紧的不是这些名词，是它们带来的一个提问方式的改变：**从"这一条为什么断"改成"这张图有没有一个自持核，它有多大"**。

五、管理学这一家，与它自己承认的那处反例

这一家把问题从个体移到结构。学校公开希望学生理解、迁移与自主，而日常系统必须处理课时、进度、作业、考试与考核。越难即时观察的目标，越容易被可记录的代理指标替代。

它的强主张是：可见绩效与规定流程共同重塑奖励、注意与责任的分配环境；新的环境再选择下一轮行为。据此，学校并非因为不知道深度学习重要才生产表面学习，而是因为可见绩效与标准流程构成了生存环境。

而这一家自己也承认一处反例：**制度并非只会压制**。组织可以设计允许提问、承认错误与试验的环境，而心理安全与团队学习行为相关。

关键在于这处反例的边界：**安全让差异能够出现，却不保证差异进入下一轮**。一个学生可以安全地说出不同意见，教师也可以友善回应，然后按原教案继续。

于是管理学反过来限制本文：不能把所有学习失败归因于高压评价，也不能认为取消指标就会自然出现学习。**无指标的课堂同样可能接不上**——而这一句恰好指向本文：如果压力不是原因，安全不是充分条件，那么剩下的变量在哪里？

在图上。

六、三家共同站着的那块地

三家争"哪一条边该由谁负责"，而它们共享一个没说出口的前提：

> **每一条断掉的边都有一个可指认的理由；修好它，就少一处损失。**

教育学要修的是承接者的注意；管理学要修的是责任与指标；化学要修的是中间态的存活。三条路径不同，而**加法结构相同**：接手被当作一个可以逐条改善、逐条累加的局部量。

这个前提有一个直接推论，三家都默认接受：**局部改善单调有效**。修好一条边不会使情况变坏，修好更多条边总体上更好。

正是这个推论，被化学自己的材料推翻。

七、推翻它的材料来自化学自己：自持是集合的性质

集体自催化集的定义只有一句话，而它的结构后果是刚性的。

其一，自持不是任何单个反应的性质。把集合里每一个反应单独拿出来检查，每一个都可能完全正常，而集合仍然不自持——因为自持的条件是"每一个反应都被集合内某成员催化"，这是一个关于**整张催化图**的

条件，不是关于任何一条边的条件。反过来，集合里可以有若干条边质量很差，而只要闭合条件满足，集合照样自持。

其二，也是更要紧的一条：闭合是阈值现象。在随机催化网络的模型研究里，自持集的出现随催化密度的变化不是平缓上升，而是在某个临界值附近突然发生——这与随机图中巨连通分支的涌现是同一类现象。低于临界密度，几乎必然不存在自持集；高于临界密度，几乎必然存在。后续工作专门处理了"需要多高的催化水平"这一问题，把这个阈值当作可计算的量。

把这两条合起来，那个共有前提就塌了：

> **修好一条边与"网络能否自持"之间没有单调关系。**

在临界值以下，你可以把很多条边修得很好，而自持集一个也不出现——所有的改善都被消耗在一张永远闭不上的图上。在临界值附近，修好一条边可能使整张图突然闭合。而三家的处方都建立在"逐条改善逐条累加"之上，因此它们在**临界值以下会系统性地失效，而失效的样子恰恰是"我们做了很多正确的事，没有效果"**。

这句话不是修辞。教育改革文献里那个反复出现的现象——单项干预效果显著而整体效果难以复现、方法平均有效而异质性极大——在阈值模型下不是噪声，是预期之内的形状。

八、命名：接手图与它的闭合

把课堂写成图。

节点：本轮产出的可转化物。它不是每一句话，是那些具有学习意义的差异——学生给出不同于预设的因果解释；两种策略对同一结果给出不同路径；一个会改变问题边界的疑问；一种暴露了此前未见关系的表征；对已有规则适用条件的质疑。口误、与目标无关的闲谈、重复标准答案不入图。

边：甲 $\rightarrow$ 乙，当且仅当乙这一轮的转化以甲为输入。可接受的证据是可追踪的：下一题的条件因甲而改变；追问要求学生处理甲中的具体缺口；同伴必须在自己的方案里引用、修改或反驳甲；学生在修订稿中重写了原有规则；评价标准因甲增加了一个维度。"我听到了""这个想法很好""大家注意一下"不构成边，因为它们不改变任何后续责任。

外部供给集：不需要本课堂产出、持续可得的东西——教师的讲授、教材、既有技能、平台题库。它相当于反应网络里的食物集：**边可以从它出发，但它自己不是本课堂的产物。**

闭合条件：一个节点子集是自持的，当且仅当其中每一个转化都被该子集内某个节点（或外部供给集）所催化，且该子集内所有转化的输入都能从外部供给集出发、只用该子集内的转化造出来。

于是**无主**在这套语言里有了精确形态：**某个转化不被子集内任何成员催化**。它不再是"没有人负责"这种带道德色彩的缺席，而是一个可以在图上指着看的条件不满足。

这一步正是本文与既有概念的分界所在。形成性评价、组织脱耦、反馈缺失都是**节点或边的性质**；而闭合是**图的性质**。用一句更硬的话说：

＞ 有一类学习后果发生在对象之间，而不在任何对象之内。

现有理论会把它拆回学生、教师、任务或制度，于是在每一本局部账上都找不到欠账。

九、三个可以从既有记录算出来的读数

三个读数都不要新建平台，只要求把已有的录像、教案版本、作业修订与平台日志重新编码。

其一，催化覆盖率 c 。在观察窗口内，具有学习意义的差异中，有多少实际被图内某个成员当作输入。分母不是所有发言，分子要求能在后续事件中找到具体痕迹。

其二，闭合度 κ 。把一节课的接手图跑一遍自持子集算法，取最大自持子集的节点数占全部节点数的比例。 $\kappa = 0$ 表示这节课没有任何一块能自持； $\kappa = 1$ 表示整节课闭合。**这个量是唯一确定的**——最大自持子集不依赖于计算顺序，这一点由该算法保证。

其三，催化源分散度 σ 。充当催化者的不同节点数，除以催化边的总数。 σ 接近 0 表示所有边都由极少数节点发出（星形）， σ 接近 1 表示催化源高度分散。

三个读数不是三个同义词。 c 高而 κ 低是完全可能的：每一个差异都被接了一次，而这些接手彼此不成环，于是整张图仍然要靠外部逐轮点火。这一格正是本文的靶格，下文第十三节会给它一个位置。

编码不能凭整体印象。差异事件清单、接手证据的可追踪标准、双编码者独立首轮编码、分歧回到录像时间戳与任务版本而不是“各退一步”、窗口须在看结果之前预先声明——这些程序不是谨慎的修辞，它们决定这三个数是不是可复核的。

十、形式部分：闭合是阈值现象

设一节课的接手图有 n 个节点，催化边的密度为 p （即任取一对节点，前者催化后者的概率）。

反应网络那一支给出的结果是：存在临界密度 p^* ，使得当 $p < p^*$ 时自持子集几乎必然不存在，当 $p > p^*$ 时几乎必然存在，且这个转变在 n 较大时非常陡。这一结果的结构来源与随机图中巨连通分支的涌现同类。

把它搬到课堂，得到本文的核心命题：

＞ 学习能否自持，不由接手的平均质量决定，由接手图的催化密度是否越过临界值决定。

由此有五条推论。

推论一：局部改善在阈值以下无效。 $p < p^*$ 时，提高任何单条边的质量都不产生自持子集。所有的努力都落在一张闭不上的图上。这条推论直接解释了一个长期被当作实施问题的现象：**大量教学干预在小规模试验中有效，在推广中效果消失**——试验班往往由自愿者实施，而自愿者恰是那些已经把 p 推到临界值以上的人。

推论二：阈值附近的效果是非线性的。 在 $p \approx p^*$ 处，增加一条边可能使 κ 从 0 跳到相当大的值。这意味着最省钱的干预不是普遍提高质量，而是精确地补上那几条使图闭合的边。而“哪几条”是可算的——不可再约的自持核给出了答案。

推论三（方向违反通行判断）：星形图是最脆的闭合。 当 σ 很低，即绝大多数催化边由同一个节点（教师）发出时，图确实可以闭合，而它只能靠那一个节点闭合：移除该节点，整张图立刻全开。而“教师注意并跟随每一个学生的想法”这条被广泛接受的处方，其直接后果正是把 σ 推低——它提高了 c ，同时降低了 σ 。**提高覆盖率与提高鲁棒性在这条处方下方向相反。**

推论四（方向违反通行判断）：任务越容易，无主的那一次越不可观察。 放能反应的过渡态在结构上更接近反应物——这是一条关于过渡态位置的经典判断。课堂版本是：任务越容易、旧规则与新规则的落差越小，那个不稳定的中间态就越像旧规则本身，因而越不可能被观察者辨认为一次差异。于是**简单任务上的无主轮次系统性地低估**，而多数课堂评价恰恰建立在简单任务上。

推论五（可用现有数据检验）：教学法标签不含 p 。 任何一种教学法的名称都不规定接手图的催化密度。故**同一种教学法内部的闭合度差异，可能大于不同教学法之间的差异**。第一步不需要新数据：回看已有元分析纳入研究的干预描述，编码其中的 p 代理量（是否有一条规则要求前一轮产物成为后一轮条件），看能否解释残差异质性。

十一、强制不一致：回应式教学守不住的两条

本节打的是本文最近的一位邻居，正因为它最近。

回应式教学与教师注意研究同时持有两条处方：

甲：教师应当注意学生想法的实质，并据此调整教学。这一支的全部实践建议都建立在这一条上。

乙：学习的证据是学生后续的表现——注意与回应之所以重要，是因为它们改变后续。

在闭合条件之下，这两条不能同时最大化。

因为甲要求教师成为催化者，而**教师是唯一一个在每一轮都在场的节点**。严格执行甲， σ 必然趋近于最低值：每一条催化边都从教师发出。而由推论三，这样的闭合是星形闭合，它只在教师在场且有余力时成立。乙所要的“后续表现”，恰恰要在教师不在场时被检验——迁移任务、独立作业、离开这门课之后。

于是这一支面对一个二选一：

要么承认承接者可以不是教师（同伴、任务环境、学生自己的修订都可以是催化者），而这时"教师注意并跟随"就从必要条件降为若干可选路径之一，该支整套 注意 → 回应 → 后果 的预设必然联系不再成立；

要么坚持教师是承接者，而这时它必须接受：它所优化的那个量，与它所承诺的那个结果，在结构上互相拉扯。

这一支已经有一条现成的退路：把"教师回应"解释为包括"安排同伴承担""改变任务结构"在内的广义调整。而这条退路的代价明确——一旦承接者可以是任务环境或同伴，该支就必须交出一个判据，说明在什么条件下教师应当退出催化位；而它目前不给这个判据，其全部实践建议都指向"更多地注意、更细地回应"。

这一处不一致已经在现行处方里发作：教师专业发展同时要求"更好地倾听学生"与"培养学生的独立迁移能力"，却从不给"什么时候不该回应"的判据。沉默不是疏忽，是这两条在同一框架内没有共存条件。

若该支采纳"承接者可为非教师"这一版并把注意降为可选路径，本节的强制不一致解除，本文此处增量归零。这一条列入证伪清单。

十二、辨别格：催化覆盖率 × 催化源分散度

两条轴，四格。

分散度低（星形）

覆盖率低 输送型：教师按计划推进，差异既少又只由教师处理。最容易被识别的坏课堂，不需要本文的理论就能发现。

覆盖率高 单点闭合型（本文靶格）：每个差异都被接住，而所有催化边由教师一人发出。 κ 可以很高，鲁棒性接近零。

分散度高（多源）

散点型：多方在接，而接得稀疏，图不闭合。常见于放手过早的探究课。

自持型：覆盖率高且催化源分散，移除任一节点图仍闭合。

靶格是右上而不是左下。左上那格谁都看得见；本文要指出的是，一间每个学生的想法都被认真接住、指标全线漂亮的课堂，可能处在最脆的一种闭合上——它的自持完全寄生在一个节点上，而那个节点在迁移场合按定义不在场。

这一格有三个自我加固的特征。它在短期看起来更好：课堂活跃、师生关系好、观察量表得分高。它的失效不产生明确信号：学生在原题型中表现正常，直到迁移任务才暴露，而迁移任务往往不在当堂评价里。它越正规化越严重：为了证明"关注学生生成"，学校增加更多回应环节，而每一个回应环节都由教师执行，于是 σ 进一步下降。

十三、六个场景

数学：学生把 $1/2+1/3$ 写成 $2/5$ ，理由是“分子加分子分母加分母”。教师用图示纠正本题，下一题仍由教师指定通分。边存在（教师催化了一次转化），而催化源只有教师，且该边不成环——学生的规则没有成为任何后续转化的输入。 c 高、 σ 低、 κ 为零。

科学：学生观察到两球近乎同时落地并能复述结论；下一次讨论空气阻力时教师又从定义讲起。上一轮的产物没有成为下一轮的输入，那条边根本不存在。

语文：一名学生对人物动机提出独特解释，教师高度评价，其他学生鼓掌，而下一篇文本仍回到固定答题模板。社会性可见度极高，图上无边。

合作学习：小组各提方案，汇报者选一个形成统一答案；被放弃的方案不必说明在何种条件下更优，也不进入其他组的比较任务。**汇总不是催化**——被汇总掉的节点没有出边。

人工智能辅助：学生把半成品问题交给模型，模型生成完整论证，学生据此修改作业。平台记录了长对话与高完成度。而在图上，催化者是模型，且模型不在本课堂的图里——**这条边指向图外**，它对本图的闭合没有贡献。模型越流畅，这类指向图外的边越多， κ 越低而所有可见指标越好。

教师专业发展：一次教研活动中，某位教师提出的困难被同事讨论、被记录进纪要，而下一次教研的议程由行政按年度计划确定。同一个形状在成人身上重演。

第七例·一次完整的走查。前六例只给形状，这一例把三个数算出来，因为一套读数如果没有人演示过一遍，它就只是一个说法。

设一节四十分钟的初中数学课，编码后得到九个具有学习意义的差异节点：

n1 学生甲把两个分数直接分子相加分母相加；n2 学生乙用面积图指出 n1 会得到小于两个加数之一的结果；n3 教师给出通分程序；n4 学生丙问“为什么分母不能加”；n5 学生丁提出“如果分母一样呢”；n6 小组 A 造出一个反例检验 n1；n7 教师宣布正确答案；n8 学生甲在修订稿中重写了自己的规则；n9 学生戊问“那乘法为什么可以直接乘”。

再编码催化边（甲被用作乙的输入，须有可追踪证据）：

n1→n2（乙明确针对甲的规则）；n2→n6（小组 A 的反例直接沿用乙的面积图）；n4→n3（教师因丙的提问才讲通分）；n6→n8（甲的修订稿引用了小组 A 的反例）；n3→n7；n5 无出边（“分母一样”这个条件没有进入任何后续任务）；n9 无出边（下课）。

催化覆盖率 c ：九个节点中有出边的是 n1、n2、n3、n4、n6，共五个， $c = 5/9 \approx 0.56$ 。这个数看起来不差。

闭合度 κ ：跑一遍最大自持子集。n3 由 n4 催化，n4 无入边——n4 是学生自发提问，其输入来自外部供给集（教材上的通分一节），故 n4 可以进；n7 由 n3 催化，n7 无出边，进不了自持子集（它不催化任

何东西)；n8 由 n6 催化，n8 无出边，同样出局。剩下 $n1 \rightarrow n2 \rightarrow n6$ 这一串，n6 不催化 n1，链不成环。最大自持子集为空， $\kappa = 0$ 。

一节 c 接近 0.56 的课， κ 是零。没有任何一块能在没有教师逐轮点火的情况下继续。

催化源分散度 σ ：催化边共五条 ($n1 \rightarrow n2$ 、 $n2 \rightarrow n6$ 、 $n4 \rightarrow n3$ 、 $n6 \rightarrow n8$ 、 $n3 \rightarrow n7$)，充当催化者的不同节点是 n1、n2、n4、n6、n3 五个， $\sigma = 5/5 = 1.0$ 。 σ 很高，因为这节课的学生确实在互相催化。

于是这节课落在辨别格的右上偏左：覆盖率中等、分散度高、而闭合为零。诊断因此非常具体，而且不是"教师要更注意学生"：

这节课缺的是一条回边。若把 n8 (甲的修订稿) 作为下一轮任务的条件——例如要求全班用甲修订后的规则去处理 n5 提出的那个特例——就得到 $n8 \rightarrow n5$ ，而 n5 若产生新产物再指回 n1 所在的那一支，链就闭合了。加一条边， κ 从 0 跳到 5/9。

这正是推论二所说的形状：**最省钱的干预不是普遍提高质量，而是精确地补上那几条使图闭合的边**；而"哪几条"由算法给出，不由印象给出。

十四、与站内问题诸篇的划界：种与属

本栏此前已有多篇处理"课堂上学习为何很少发生"这一问题。必须说清本文与它们的关系，否则本文只是第九次换名。

它们各自指认了一条边为什么断，而且指认得比本文精确。有一篇指出局部胜任把差异信号在到达能改流程的位置之前消耗掉了；有一篇指出产物要接手下一轮需要一段未被归类的成熟时间，而课堂的一切结算都发生在那段时间之内；有一篇指出抵达在轮内即塌回，链首为零；另有几篇分别处理未完成物被清零、接错层、结算权归属。

本文不与它们竞争同一个位置。它们是种，本文是属；而属之所以不是空名，因为它做出种做不出的预测：

其一，闭合的阈值性是属层性质。任何一篇种层文章都在说"这一类边容易断，修好它"。而阈值意味着修好任何一类边都可能无效——**这个判断在种层内推不出来**，因为种层的分析对象是单条边。

其二，最大自持子集唯一且可算，这一点只在图层成立。给定一节课的记录，"最大能自持的那一块有多大"是一个确定的数，不依赖于你先修哪条边。种层给不出这个量。

其三，各种断法在图上是同一种缺失。信号被消耗、成熟时间不足、抵达即塌回、接错层——在图上它们都表现为"某个转化不被子集内任何成员催化"。**这不是把它们抹平，恰恰相反：它说明修好其中任何一类，都只是把某几条边补上，而图闭不闭合是另一个问题**。

必须单列一条与最近那篇的分离，因为两篇用的是同一门学科的一个词。那一篇用的是自催化的**时间**那一支——诱导期，讲一个产物需要多久才具备接手资格；本文用的是自催化的**拓扑**那一支——集合的闭合

条件，讲整张图在什么条件下自持。**这条分离线由化学自己给出**：这两支在文献里是不同的问题，一支问速率的时间行为，一支问网络的结构条件。二者正交且相乘：诱导期决定单个产物能不能活到成为催化者，闭合决定这些催化者连起来够不够。一个产物活过了诱导期而图不闭合，它仍然不产生自持。

判决性对照：严格执行"给每个产物留足未归类窗口"而所有催化边仍由教师一人发出的班，那一篇预测续发率提高，本文预测 σ 仍近零、鲁棒性不变，故迁移仍差。两篇的预测在这一格上分开。

十五、与站外相邻概念的分离线

形成性评价。分离线不在主张，在层次：它的核心是"证据被用于决定下一步"，那是一条边的条件；本文的核心是整张图闭不闭合。一节课可以每一条边都满足形成性条件而 κ 为零。若形成性评价的既有编码已经覆盖闭合与分散度，本文应放弃新命名。

组织脱耦。它比较正式结构与实际活动两个既存层次，而本文的对象在两者之间——一次本可形成的转化没有被任何层次承认。且无主可以发生在完全没有脱耦的课堂：教师严格按真实目标设计，学生真诚参与，只是那张图没闭合。

心理安全。它预测成员是否愿意承担人际风险；本文预测这些表达之后有没有出边。一间安全的课堂可以有大量坦率发言而 κ 为零。

知识建构共同体。它强调观点作为可改进的公共对象，而本文的图可以在个人练习与短暂操作中闭合，也可以在有完整公共知识库的课堂上不闭合——**存档不是催化**。

一般反馈与控制论。反馈可以存在而不构成边：系统告诉学生答案错误，却不改变下一题，也不要求重建解释。本文关心的不是信息返回，而是返回的信息有没有成为下一次转化的输入。

十六、三家为何各自到不了这一条

教育学到不了，因为它的分析单位是学习者与教学行为。图是跨主体的对象，而这一支的全部工具——概念生态、认知投入分类、注意与回应——都锚在某一方身上。**看不见边的学科，看不见图**。

管理学到不了，因为它的分析单位是层次（正式结构与实际活动）。层次之间的比较不产生图论量：两个层次可以脱耦或不脱耦，而"脱耦度"不是催化密度。

化学自己到不了课堂，因为它的自持性定义依赖一个明确的催化关系集，而课堂里"甲催化了乙"必须先被人为地编码出来。**这一步不是化学能替课堂做的**，它是本文第八、九两节的全部工作量所在。

三家各自的视野即各自的盲区，而这一次的盲区恰好重合在同一个地方：**没有一家的分析单位是图**。

十七、三处反向约束：三家各削本文一次

教育学削本文一次：并非所有学习都必须先被语言暴露出来。儿童在操作、模仿、节奏与默会比较中可能改变理解，教师也可能据动作细节调整。因此"不可见"不等于"不存在边"，编码必须为默会边留位置，否则本文会系统性地奖励会说、敢说学生。这一条限制真实削弱本文： κ 的测量下限由可观察性决定，而不是由图本身决定。

化学削本文一次：阈值不是一个独立于路径的固定高度。同一密度在不同结构下会给出不同结果——随机图的结果是平均意义上的，而真实课堂的图远非随机。因此本文不能主张"把 p 提到某个数就好了"，只能主张"存在阈值，且它可以对每张具体的图算出来"。这一条取消了本文最想要的那个普适数字。

管理学削本文一次：三个读数一旦进入高风险考核，最省事的实现是在记录里制造边——教案补写"根据学生回答调整"、安排机械的二次追问、平台自动标注个性化反馈。本文因此明确：**这三个数指向图的位置，不指向个人品质；不得用于教师排名、学生分层或学校问责；任何基于它作出的不利评价都必须公开编码手册、边界样例与复核通道。**

没有第一条限制，本文会把表达能力误当学习；没有第二条，本文会去追一个不存在的普适阈值；没有第三条，本文会亲手造出一个新的形式主义指标。

十八、可裁决假设

以下每一条都写明什么样的观测会使它为伪。

假设一（核心）：控制主动学习比例、先前成绩、教师经验、总反馈次数与任务难度之后，闭合度 κ 与延迟迁移表现正相关，且该关联强于催化覆盖率 c 与延迟迁移的关联。若 κ 的解释力不超过 c ，本文的图论层没有增量，应退回单读数并交出机制。

假设二（阈值）：在同一批班级内， κ 对催化密度 p 的响应是非线性的，存在一个区间使 κ 陡升。若实测得到的是平滑的线性关系，阈值主张为伪，本文退化为"接手越多越好"这句常识。

假设三（鲁棒性）：在 κ 相近的班级之间， σ 高者在教师缺席场合（独立作业、代课、迁移测验）表现衰减更小。若 σ 与衰减无关，推论三为伪，星形图的脆性主张不成立。

假设四（自设刀口）： κ 与教学法标签、课堂发言总数、当轮正确率均不相关。若 κ 可由这三者预测，本文没有测到新东西，只是给已有变量换了名。

假设五（Hammond 推论）：在任务难度较低的单元，编码者之间对"是否存在一个可转化差异"的一致性显著低于难度较高的单元。若两者一致性相同，推论四为伪。

假设六（不可再约核）：由算法给出的不可再约自持核，其成员边被移除后 κ 的下降幅度，显著大于随机移除同样数量的边。若两者无差异，"最小核"这个概念在课堂上没有对应物。

反免疫规则：本文预先放弃一条退路。若某班 κ 低而迁移表现好，**不得解释为"存在未被观察到的隐性催化边"后收入理论**。这类解释只有在事前声明了默会边的编码规则、且该规则在其他班同样适用时才可接受。凡事后追加的隐性边，一律记为本文的反例。

十九、研究设计：加边实验

化学在这里给出一条少见的**正面判据**，而不只是禁令。

判断一个体系是不是自催化的，仅靠曲线形状不够——滞后段可以来自自催化，也可以来自别的机制。区分的办法是**加料**：在起始时加入少量产物，看滞后段是否缩短。若缩短，产物确实在催化自身的生成。

课堂版本是**加边实验**。

做法：在一节课的中段，强制注入 k 条催化边——具体形式是一条规则：下一轮的任务必须以上一轮某个具体的学生产物作为条件、比较对象或评价标准之一。 k 从 0 递增。

对照组必须做对：注入同等数量、同等长度、同等难度，但**不来自上一轮**的教师材料。若两组 κ 的提升幅度相同，那么起作用的只是"多给了材料"，与图的闭合无关，本文的机制在这一节课上不成立。

要看的不是斜率，是形状。若 κ 随 k 平滑上升，阈值主张为伪。若在某个 k 附近 κ 跳升，则阈值存在，且那个 k 就是这张图距离闭合还差的边数。

这个实验很便宜：两个平行班，一节课，一个额外规则，不需要新平台也不需要教师培训。它是本文全部主张里最先该被做的一个。

第二种设计不需要新数据：按推论五，回看已有元分析所纳入的研究，按其干预描述中有没有"前一轮产物必须成为后一轮条件"这类规则重新编码，看它能否解释组内残差异质性。若不能解释，推论五为伪。

二十、写死日期的赌注

在 2029 年 12 月 31 日之前，至少一项满足下列全部条件的独立研究报告出**加边实验中 κ 对 k 的非线性响应**：不少于十二个班级；不少于三个教学单元；控制先前成绩、任务难度、教师经验、总反馈次数与主动学习比例；编码窗口在看到结果之前预先声明；双编码者独立首轮编码并公布一致性。

若到期没有，本文的阈值主张按未获支持处理。

以下一律**不算命中**：教师自报"我更注意让学生的想法延续"；教案里补写的"根据学生回答调整"；平台自动标注的"个性化反馈"；只报告 c 上升而不报 κ ；只报告即时后测而无延迟迁移；把随机移除边与移除核内边混作一组统计。

二十一、适用边界与指标反噬

五类情境本文不适用，且不应被套用。

安全关键任务的即时纠错阶段——飞行、临床操作、危险实验，必须立即闭合，本文的靶格在这里是正确做法。已自动化的程序性技能训练阶段——目标是稳定而非重构。大班注意稀缺场合——不是接不上而是根本没有可用容量，本文的处方会加重负担。需要长期沉默孵化的领域——文学阅读与艺术感受，强制成边会破坏它。情感高风险时刻——学生暴露的是处境而非认知差异，此时正确的回应是承接情绪而不是造一条催化边。

指标反噬有四种，第二种最难查。

其一，为提高 c 而制造形式化追问。其二，**为提高 σ 而摊派催化任务**——把"必须由不同学生发起下一轮"做成轮流制，于是 σ 的数字上去了而边是空的。这一种最难查，因为它在记录上与真实的多源催化完全一样；**唯一对策是同时检查被催化的那个转化有没有实际改变输出**——被摊派的边，其下游产物与不加这条边时一字不差。其三，为提高 κ 而挑选容易成环的浅任务。其四，把三个读数写进教师考核，于是所有人都学会造图。

因此本文重申第十七节第三条限制：**这三个数指向图的位置，不指向个人品质。**

二十二、自反检验

本文自己在这张图上处于什么位置？

本文的催化覆盖率目前为零。它提出了一套编码与三个读数，而没有任何一轮已经把它当作输入。按本文自己的判据，一篇没有被后续工作当作条件的论文，无论多正确，都属于无主。

而更要紧的是第二层：**一篇声称"闭合不是任何单条边的性质"的论文，自己是一条边。**它能不能进入某张图，取决于是否有人把它的三个读数实际算出来并据此改动下一步——而这件事本文自己做不到。

第三层最难看：**本文最可能被接住的部分，恰恰是最不重要的那部分。**"接手图"这个说法容易复述，"闭合是阈值现象"需要跑算法。按本文自己的模型预测，容易复述的那一半会形成边，需要计算的那一半不会——于是本文很可能以一个被广泛引用而从未被计算的概念的形式存活下来，那正是它所描述的失败形态。

这不是谦辞，它是一条可检验的自我预测：**若五年后本文被引用而 κ 从未被任何独立研究算出，本文即以自己所描述的方式失败。**

二十三、结论

课堂上真正的学习为什么很少发生，三家给了三条不能同真的答案，而它们共享一个前提：每一条断掉的边都有理由，修好它就少一处损失。

推翻这个前提的材料来自化学自己，而且不是速率那一支，是网络那一支：**自持是集合的性质，不是任何单个反应的性质；而集合能否自持，是一个阈值问题。**

据此本文把课堂写成一张接手图，命名它的闭合，给出三个可从既有记录算出的读数，并推出五条结论。其中三条方向违反通行判断：局部改善在阈值以下无效；星形闭合最脆，而"教师注意并跟随每一个学生"恰恰把图推向星形；任务越容易，无主的那一次越不可观察。

本文不主张三家错了。教育学关于承接质量的判断、管理学关于局部闭账的判断、化学关于中间态存活的判断，在各自的层次上都成立，而且比本文精确。本文主张的只有一件事：

> **它们全都在修边，而闭合不是边的性质。**

一间每个学生的想法都被认真接住、指标全线漂亮的课堂，可能正处在最脆的一种闭合上；它的自持完全寄生在一个节点上，而那个节点在迁移场合按定义不在场。

而如果本文是对的，第一步不是让教师做得更多，是**把那张图画出来，算一遍它的最大自持子集有多大。**这件事今天就能做，用已经录着的那些课。

注释

〔一〕本文"催化"一词取其反应网络研究中的形式含义：某成员的存在使某转化得以进行，而该成员本身不在该转化中被消耗。课堂版本相应地要求：甲被用作乙的输入之后，甲本身仍可继续被其他转化使用。

〔二〕"外部供给集"对应反应网络里的食物集。它的边界须在编码前声明：一间把教师讲授算进供给集的课堂与一间不算的课堂，其 κ 不可直接比较。

〔三〕本文所有关于阈值的陈述都是关于随机催化网络模型的结果的迁移。真实课堂的接手图不是随机图，因此本文只主张"存在阈值且可对具体图计算"，不主张任何普适的临界数值。这一限制在第十七节第二条已写明。

〔四〕第十一节所打的那一支包含若干立场不完全一致的研究，本文取其共同处方而非任何单一作者的完整主张。

参考文献

- Black, P., & Wiliam, D. (2009). Developing the theory of formative assessment. *Educational Assessment, Evaluation and Accountability*, 21(1), 5–31. <https://doi.org/10.1007/s11092-008-9068-5>
- Chi, M. T. H., & Wylie, R. (2014). The ICAP framework: Linking cognitive engagement to active learning outcomes. *Educational Psychologist*, 49(4), 219–243. <https://doi.org/10.1080/00461520.2014.965823>
- Edmondson, A. (1999). Psychological safety and learning behavior in work teams. *Administrative Science Quarterly*, 44(2), 350–383. <https://doi.org/10.2307/2666999>
- Freeman, S., Eddy, S. L., McDonough, M., Smith, M. K., Okoroafor, N., Jordt, H., & Wenderoth, M. P. (2014). Active learning increases student performance in science, engineering, and mathematics. *PNAS*, 111(23), 8410–8415. <https://doi.org/10.1073/pnas.1319030111>
- Hammond, G. S. (1955). A correlation of reaction rates. *Journal of the American Chemical Society*, 77(2), 334–338. <https://doi.org/10.1021/ja01607a027>
- Hordijk, W., Kauffman, S. A., & Steel, M. (2011). Required levels of catalysis for emergence of autocatalytic sets in models of chemical reaction systems. *International Journal of Molecular Sciences*, 12(5), 3085–3101. <https://doi.org/10.3390/ijms12053085>
- Hordijk, W., & Steel, M. (2004). Detecting autocatalytic, self-sustaining sets in chemical reaction systems. *Journal of Theoretical Biology*, 227(4), 451–461. <https://doi.org/10.1016/j.jtbi.2003.11.020>
- Kauffman, S. A. (1986). Autocatalytic sets of proteins. *Journal of Theoretical Biology*, 119(1), 1–24. [https://doi.org/10.1016/S0022-5193\(86\)80047-9](https://doi.org/10.1016/S0022-5193(86)80047-9)
- Meyer, J. W., & Rowan, B. (1977). Institutionalized organizations: Formal structure as myth and ceremony. *American Journal of Sociology*, 83(2), 340–363. <https://doi.org/10.1086/226550>
- Mossel, E., & Steel, M. (2005). Random biochemical networks: The probability of self-sustaining autocatalysis. *Journal of Theoretical Biology*, 233(3), 327–336. <https://doi.org/10.1016/j.jtbi.2004.10.011>
- Richards, J., Elby, A., & Gupta, A. (2015). Characterizing a new dimension of change in attending and responding to the substance of student thinking. In *Proceedings of the 11th International Conference on Computer Supported Collaborative Learning*. <https://repository.isls.org/handle/1/424>

Scardamalia, M., & Bereiter, C. (1994). Computer support for knowledge-building communities. *Journal of the Learning Sciences*, 3(3), 265–283. https://doi.org/10.1207/s15327809jls0303_3

Wiliam, D. (2011). What is assessment for learning? *Studies in Educational Evaluation*, 37(1), 3–14. <https://doi.org/10.1016/j.stueduc.2011.03.001>

本文由三个分属不同学科、且互相冲突的理论体系碰撞而成。全部来源均为站外公开文献，可自行核对。 作者：王德生 + Claude · SDE Universes · 学科通融