

于认知荒原立法：论“认领困境”作为数学创造的 发生学奠基

当代数学教育在“接受”与“发现”之间长达百年的争论，始终共享着一块未经审查的地基：它默认数学知识作为一个已完成的对象性体系，在认知旅程的终点等待被抵达。本文试图撬开这块地基，论证一个更为原初的发生学事件：在主体能够抛出第一个有效猜想之前，他必须首先被卷入一次与其自身概念体系之断裂的遭遇，并在该断裂中做出一个不可还原的抉择——主动将一片尚无秩序、尚无命名的认知裂口认领为自己的责任田，并准备为之承担公共辩护的风险。本文将此奠基性事件命名为“认领困境”。

作者 阳涌 · 约 1.7 万字 · 发表于2026年7月24日

摘要

当代数学教育在“接受”与“发现”之间长达百年的争论，始终共享着一块未经审查的地基：它默认数学知识作为一个已完成的对象性体系，在认知旅程的终点等待被抵达。本文试图撬开这块地基，论证一个更为原初的发生学事件：在主体能够抛出第一个有效猜想之前，他必须首先被卷入一次与其自身概念体系之断裂的遭遇，并在该断裂中做出一个不可还原的抉择——主动将一片尚无秩序、尚无命名的认知裂口认领为自己的责任田，并准备为之承担公共辩护的风险。本文将此奠基性事件命名为“认领困境”。认领困境不是“发现一个问题”，亦非教育心理学所描述的“主动投入”或“承担学习责任”，而是主体从既有符号秩序的合法使用者，切换为敢于在秩序断裂处做出自我授权之宣告的立法者。通过与杜威的“疑难情境”、弗赖登塔尔的“再发明”、Perry的“承诺”、Polanyi的“理智的托付”以及Brousseau的“责任转移”等近邻传统的逐一对质，本文论证“认领困境”的不可还原性不在于其描述了困惑的认知侧面或主动的学习姿态，而在于它首次标定了一种形式性真空中的公共立法仪式、一种将自身曝露于共同体审视之下的风险承担，以及由此敞开的“猜想”得以被抛出的奠基性前提。通过对一个代数课堂事件的微观发生学分析，并对比一个“认领未能发生”的几何课堂反例，本文展示了促成与阻断这一生成事件的具体的互动条件，松解了抽象的时间政治与评价权力在课堂的肉身化形态。最终，本文拒绝将“认领”升格为一种新的教育本质，转而指出：教育实践的发生学任务，是在高度标准化的评价制度与精密的时间管控所织成的日常课堂互动中，为“认领困境”这样一个极易流产的生成节点，持续地构造可供其发生的脆弱生态。

关键词：认领困境；数学创造；发生学；立法；课堂互动；不可代偿性

一、问题的重新提出：被“猜想”遮蔽的地基

数学教育的世纪困境，通常被表述为“结果”与“过程”的对立。批评者说，我们太看重孩子能否算出那个最终的数字，却忘了追问他们是否真正理解运算背后的道理；改革者说，我们必须将数学从“现成知识的传递”改造为“数学思维的生成”。由此，一场横跨数十年的进步主义运动扛起了“猜想”“探究”“发现”的旗帜，向传统的“讲授-接受”范式发起了持久的进攻。时至今日，几乎没有人会公开反对“学生应当主动思考”这一信条。

然而，这一胜利的表象之下，潜藏着一个更深的哲学困境。无论是要求学生安静地接受某个公式，还是鼓励他们大胆地猜想某个规律，这两种看似截然相反的课堂景观，实际上共享着一块未被撬动的地基：它们都默认，那个叫作“数学知识”的庞然大物，作为一个已完成、已论证、已确真的对象性体系，自始至终都屹立在认知旅程的终点。区别仅仅在于，传统范式要求孩子们跪着爬过去，进步范式鼓励他们跑着跳过去，甚至允许他们在途中绕弯、摔跤。但他们始终被框定在“抵达者”的格子里。他们心智的终极坐标，永远被一个外在于他们、先在于他们的“正确答案”所锚定。他们是在一栋已经竣工的宫殿里玩耍，哪怕被允许在墙上涂鸦，那宫殿的承重墙和房顶，从未朝他们敞开过被重构的可能。

这就是为什么，单凭呼唤“猜想”，我们从未真正撞开过那扇通往数学创造的大门。因为“猜”这个动作本身，仍然预设了那个等待被猜中的真理的在场。猜想的合法性，依然寄生在它最终要趋向的那个标准答案之上。我们只不过是把学生从“被动的真理容器”，变成了“主动的真理探测器”。他们的心智，始终被他者的真理所定义。

本文试图完成一次更根本的坐标位移。它始于一个极其朴素、却从未被严肃对待的观察：当一个孩子在真实的思想搏斗中，首次撞上那个后来被人类称为“负数”的数学对象时，在他能够为它起出任何一个名字（哪怕是幼稚的“地下线”）之前，他的内部世界里，究竟发生了什么？

一个决定性的、比一切猜想都更早发生的事件，被我们先前的范式忽略了。那个事件，不是他对一个已知问题的“好奇”，也不是他尝试去“发现”某个隐藏的答案。那个事件是：他被他所熟悉的语言、逻辑、概念的全部旧有体系，彻底地抛在了一片没有路标、没有名称、甚至没有明确问题轮廓的认知裂口之上。这片裂口，不是一片他可以用现有工具逐步测绘的空白地图，而是一种他赖以理解世界的符号秩序本身在此处断裂、打滑、失效的体验。他熟悉的“大小”“多少”在这里不再能自洽地度量；他依赖的运算规则在这里推不出融贯的结果。而就在这片令人不安的混沌之中，一个根本的抉择在他内部爆发了：他不是先找到了问题，再试图解决它；他是先被这片断裂攫住，然后，在没有任何外部指令或终局保证的情况下，做出了一个孤独而重大的决定——“这件事，我来管。”

这个沉默的决定，就是本文所命名的“认领困境”。

它不是“发现了一个问题”。发现问题时，问题已经作为一个清晰的认知对象被建构出来，提问者仍然在既有符号秩序的内部操作。而认领困境，是在问题尚未被表述、情境尚处于那种让旧概念打滑的断裂感受中的瞬间，主体对一个秩序真空地带的责任承担。它不是“提出一个猜想”。猜想是一枚指向某个可能答案的试探性命题，它预设了已有问题空间的存在。认领困境，则是在一切试探性命题被抛出之前，那个使“抛出”这一动作本身成为可能的、主体姿态的根本性切换——他不再是一个拿着探测器、在别人划定的矿场里找矿的探矿者；他成为一个准备亲手竖立第一块界碑的人，站在这片旧秩序无法覆盖的裂口上，准备用自己接下来的命名与论证，首次在该处界定何为融贯、何为荒谬。

从此，他才第一次有了“猜想”的内在需要。他所说的那个笨拙的、试探性的词语，不再是对别人提问的回答，而是他作为这片裂口的责任人，为自己亲手认领下来的那片断裂，所锻造的第一把用于开荒的认知工具。那个被外人听到的、叫“负数”或叫“地下线”的词，其根本属性，不是对一个外在于他的谜题的解答，而是他在自身认领的领地上，第一次行使命名权所留下的痕迹。

这便是“猜想优先”的哲学前提被撤掉之后，所显露出来的那块地基。本文的全部论证将围绕这一奠基性事件展开：为其划清不可被既有理论还原的边界（第二部分），解剖其发生的具体条件与阻断机制（第三、四部分），并追问一种能真正守护它的教育生态究竟意味着什么（第五部分）。数学教育的目的或许从来不是培养更多“猜中”标准答案的聪明解题者，而是守护我们每一个新成员，在他们彻底习惯于依赖现成的地图之前，让他们得以安全地、反复地、庄重地体验那种敢于在断裂处说“我来管”的认知勇气。

二、不可还原的边界：与近邻传统的逐一对质

将“认领困境”标定为数学创造的奠基性事件，立刻迫使本文进入一场严苛的哲学划界。它必须清晰地证明自己并非已有经典理论或当代研究的翻版。在进步主义教育、认知发展与数学教育研究的谱系中，至少有三组传统似乎早已覆盖了这一论断所描述的心理图景。本文若不能在与它们的正面交锋中凿出不可替代的理论护城河，那么“认领困境”就不过是旧战场上的一枚新旗。

（一）与“主动学习”传统的对质：杜威、弗赖登塔尔及其界限

首先必须交代的，是那些在批评“被动接受”时最具影响力的思想资源。

杜威在《我们如何思维》中将真正思维的原初动力精确地界定为一种“感受到的困难”（a felt difficulty）——一种“困惑、踌躇与疑问”的弥漫状态，而非清晰的逻辑命题。他特别指出，真正的思维者必须“为探究承担责任”，悬置仓促的判断，忍受不确定性。从字面上看，本文所描述的“认知断裂的切身遭遇”“忍受混沌”“承担责任”，似乎早已被杜威的思想框架所穷尽。

然而，正是在这个看似严丝合缝的重叠处，隐藏着一道细微却根本的裂隙。杜威理论的核心语境始终锚定于有机体与其环境的经验性互动。他所谓的“疑难情境”（indeterminate situation）典型地起源于一个具体的生活化目标受阻：路有岔口，材料不匹配，常规操作失效。困惑的根源，在于有机体已有的经验习惯无法应对当前的实用挑战，探究的最终指向是恢复经验的顺畅流动，其价值由问题的解决来衡量。

而“认领困境”所直面的，不是一个经验性的路障，而是一种更为彻底的断裂：主体所依赖的那套最基本的符号秩序本身——度量“多少”“大小”“有无”的体系——在某一类现象面前突然不再自治。他遭遇的不仅是“这个问题我不会解”，而是“我用来理解世界的那套基本语法，在这里打滑了”。这是一种认知世界的根基被动摇的不安。正因如此，本文所述的责任承担，不是杜威意义上那个经验探索者为修复旧地图而承担的责任，而是一个准备在旧地图被撕开的裂口处首次设立新测量基准的人所承担的责任。两种承担的姿态差异，使“认领困境”无法被“为探究承担责任”所吸收。[1]

与杜威同样必须交代的，是弗赖登塔尔的“再发明”（re-invention）范式。这一范式的感召力在于，它号召学生在精心组织的、富含数学潜力的情境中，经历与历史上数学家相类似的知识创生过程。然而，“再发明”这个动名词结构恰恰预设了一个逻辑上的终点：那个将要被“再”次“发明”出来的数学知识，已经作为一个宏大的文化瑰宝在路径的尽头等候。教师作为引导者的核心任务，是设计精细的支架和问题串，将那片本无路径的原始荒野修剪成一条虽曲折却注定可通向圣殿的路线。学生在这个过程中会感到“自己在探索”，会体验思考的乐趣，但他们唯独不会经历那种根本性的不安——那种不确定自己所选之路在认知上是否“合法”的本体论层面的迷失感。

“认领困境”拒绝这个框架。它所开启的，不是一次有保底收益的短期投资，而是一次随时可能失败的认知实践。当那个孩子喊出“地下线”时，并没有一个教师在终点拿着写有“负数”的圣杯向他微笑。他不知道自己蹚开的这条路在数学上是否“正确”，他唯一的赌注，是他自己那条关于“地底下是冷的”的具体经验，能否经得起共同体的批判性审视。“认领”这个动作所承担的风险，是“再发明”所无法模拟的：后者是有剧本的探险剧，前者是没有剧本的、即兴的、其结局可能是失败的真实的认知实践。[2]

（二）与“发展性承诺”传统的对质：Perry、Polanyi及其界限

如果说杜威和弗赖登塔尔构成了进步主义教育的经典背景，那么“认领困境”还必须回应一组更切近、也更致命的近邻——那些在认知发展与个人知识理论中精确描述了“自我授权式承诺”的概念。

威廉·佩里（William G. Perry, Jr.）在其哈佛大学本科生的追踪研究中，描述了大学生认知发展的一个关键阶段：当学生从“一切知识都有标准答案”的二元论走出，经历了“所有观点都是相对”的多元主义迷雾之后，他们中的一些人会做出一种被他称为“承诺”（Commitment）的姿态。在佩里的笔下，承诺不是对某个终极真理的确信，而是主体在多元可能性中“决定自己要站在哪里”，并愿为此承

担个人责任。这一描述，在字面上与本文所说的“悬置外部授权，自己做出决断”高度同构。

然而，佩里的承诺发生在个体认知发展的一个特定阶段，它是主体面对“有多种合理性并存”这一认知现实时所做出的一种个人定位。而“认领困境”的发生场景与此有质的差异：它不发生在“太多说法”的相对主义迷雾中，而发生在“旧说法失效、新说法尚未存在”的秩序断裂处。前者的风险是“我可能选错了立场”，后者的风险是“我可能根本做不出任何能站得住脚的命名”。更重要的是，佩里的承诺不需要经历一种形式性的公共立法。它可以在个体内部完成，不必在共同体中经历审议、附议、修正或否决。“认领困境”的完成，则必须穿越公共宣告的仪式——那个孩子必须在全班面前把“地下线”说出来，并等待别人的反应。这种公共立法的维度，是佩里的承诺框架所不具备的。[3]

与佩里构成另一种挑战的，是迈克尔·波兰尼（Michael Polanyi）在《个人知识》中提出的“理智的托付”（intellectual commitment）。波兰尼精确地描述了科学家如何将个人的判断、技能、信念“寄托”于实在——不是一个逻辑上可完全形式化的推导，而是一种个人的、承担性的认知行动。这与本文所说的“对混沌负责”在姿态上高度重合。

但二者的分野在于：波兰尼所说的“托付”，其核心是科学家对“实在的隐秘秩序”的追寻和寄托，预设了某种有待被揭示的、深层的实在结构。这仍然是一种“发现学”的姿态——尽管是极具深度的发现学。而“认领困境”中的主体，他面对的不是一个“隐秘的实在秩序”，而是一个他亲手要为其立法的裂口。他所做的不是“我托付于它”，而是“我来管它”；不是向实在深处探寻，而是在表面断裂处竖起第一块路标。他命名“地下线”，不是因为他相信负数早已存在于某个理念世界等待被发现，而是因为他决定用这个名称来首次组织那片无法被旧体系吸纳的经验。这个分开“托付”与“认领”的差异，是波兰尼的知识论所未曾触及的——它是意义的创造，不是意义的发现。[4]

（三）与“教学责任转移”的对质：Brousseau及其界限

如果说Perry与Polanyi是在认知发展的一端构成了近邻，那么在数学教育的微观一端，法国数学教育家布鲁索（Guy Brousseau）的教学情境理论（Theory of Didactical Situations）提供了另一个必须认真对应的对应物：他精确地分析了教师如何通过“责任转移”（dévolution）这一教学动作，将解决问题的责任从教师移交给学生，使学生从“等待答案”转向“自主承担”。

表面上看，布鲁索的“责任转移”几乎可以覆盖本文第三节所描述的“张力点二”——教师悬置自身的权威，迫使学生进入一种不得不自己做出决定的情境。然而，布鲁索框架的核心是一种教学技术：教师通过精心设计的情境，将问题“转交”给学生，使其无法继续做旁观者。在这种转移中，责任的源头仍然是教师的权力——是教师“把”责任移交给了学生；而且，这种责任通常被绑定在一个具体的、教师事先已知其解法的数学问题上。

“认领困境”中的自我授权，与此有质的差异。它不是教师权力的技术性转移，而是主体在遭遇旧秩序的断裂之后，自发地、无需外部邀请地做出的一种本体论层面的姿态切换。那个孩子不是在

教师说“现在请你们自己解决这个问题”之后才开始行动；他是在教师甚至还没有意识到这片认知裂口的存在时，就已经被那片裂口攫住，并主动跳了进去。更关键的是，“认领困境”中的责任，不是“解决一个已知有解的问题”的责任，而是“为一片尚无名称、尚无规则的领域首次立法”的责任。后者的风险比前者深得多：前者只是“我怕我解不出”，后者是“我怕我立下的法则在共同体面前根本站不住脚”。这一“立法风险”的维度，是布鲁索的责任转移所没有触及的。

因此，“认领困境”的概念收益，至此得以澄明：它从杜威那里剥离了经验修补的内核，将之升华为对符号秩序断裂的遭遇；它从弗赖登塔尔那里剥去了通向已知终点的安全剧本，将之还原为一次真实的、可能失败的认知实践；它从佩里与波兰尼那里剥离了对“多元立场”或“隐秘实在”的承诺，将之重新锚定在秩序断裂处的公共立法仪式之中；它从布鲁索那里剥离了教学权力的技术转移，将之置换为一种未经外部邀请的自体论姿态切换。这四次剥离与升维，共同筑起了“认领困境”这个概念的护城河，使其不再可能被任何一个既有概念无损替换。[5]

三、“认领困境”的发生学：从断裂到公共宣告的动态序列

至此，本文已划定了“认领困境”的外部边界。现在，必须转向它的内部——解剖这一奠基性事件如何发生。但我们必须立刻警惕一种诱惑：将其解剖为几个依次发生的“构成性阶段”的静态结构。那种做法，是用发现学的解剖刀把流水切成一段段冰柱。“认领困境”不是一个拥有固定步骤的线性流程，而是一组可以在不同课堂情境中以不同次序出现、可以交织回环、也可能在任何一处中断的生成要素所构成的动态型貌。下面所呈现的，不是一种普适的发展阶段论，而是对一次具体课堂事件的发生学微观分析。这次分析的素材来自对一个代数课堂片段的典型性重构——它不具有统计上的代表性，但作为发生学的“深描”，它能够展示“认领困境”的生成要素如何在真实的师生互动与内在独白中被调度、被触发、或被窒息。

（一）一次完整的“认领”：代数课堂中的“地下线”

我们的分析从这样一个片段开始。在一所小学四年级的数学课堂上，教师没有按常规从“负数”的定义讲起，而是先抛出了一组刻意构造的矛盾性任务。她让全班同学用数轴和数字卡片描述温度变化。“从零上5度降到零下2度，用你已有的数字和运算，怎么记？”这个任务立刻在学生已经熟练掌握的度量体系中撕开了一个裂口：他们可以熟练地用 $5 - 7 = -2$ 这个程序，但一旦要求他们用自己的话解释这个“-2”到底是什么意思，旧有的认知器具就开始打滑——“零下2度”明明是“2度冷”，但为什么前面要带一个小横杠？那个横杠，不是普通的减号——如果是减号，那2是从哪来的？

在这个集体性的困惑中，教师没有直接解释。她停顿了几秒，环顾全班，然后问：“有人能给它一个名字吗？你们眼前看见的这个东西——这个零度以下还带小横杠的东西——如果你必须给它起个名字来描述它，你叫什么？”

在短暂的沉默之后，一个平时成绩中等的男生举起了手。他站起来，有点支吾，然后突然说了一句：“我叫它……‘地下线’。”

这个宣告引发了全班的哄笑。但在笑声中，教师没有否定。她把这个词写在黑板的中央，并在下方写了该男生的名字。接着她问：“你为什么想到‘地下线’？”那个男生回答：“因为……零度就是地面。地面以上的是平常的数。零度以下就像地下面，是反过来的。”教师继续追问：“那地下10米和地下2米，哪个更冷？用你的‘地下线’，能说清楚吗？”另一个学生插嘴：“那不对，地下线越深数字越大，但是感觉越来越冷——所以它不是正常越大越大的！”争论就此展开。

我们用本文提出的一组分析要素来拆解这个片段。

要素一：旧秩序的断裂体验。这不是教师抛出的一个“应用问题”，而是一次精心制造的概念性断裂：学生必须在被强制解释“ -2 ”的意义时，发现零上的度量逻辑失效——零下区域中，数字增大反而意味着温度降低。这是旧有符号体系内部出现的不自洽。这不同于杜威的“遇到了一个路障”（路障不会动摇路的合法性本身），也不同于“认知冲突”研究传统中那些被研究者预先设计好的反例（那些反例虽然挑战了学生的前概念，但通常局限在一个具体、已被界定的“科学概念”层面）。这里的断裂，是度量性的深层断裂：度量这种最基本的认知操作，在这里被一个奇怪的、反对称的规则所统治。学生不是在某个具体信念上被证伪，而是在一种他们从未意识到自己依赖着它的基本理性预期上被悬空。

要素二：未被邀请的主权宣示。关键在于，这个断裂本身并不自动触发“认领”。面对同样的断裂，大多数学生在等待教师给出一个名称。这是“接受模式”的惯性回路：认知裂口被感受到，但填补裂口的职责仍然被默认地指派给外部权威。那个喊出“地下线”的男生与此不同的地方，在于他做出了一次未被教师指令所邀请、也未被教师指令所保障的宣告。他自己决定要“给这东西一个名字”。这个决定，发生在教师问“有人能给它一个名字吗”之后的那个沉默的间隙里。那一刻，他并没有得到任何额外的思维支架或提示——其他同学也在同样的沉默中等待。他能够做出这个决定，当然与他的个人性情、他在此前课堂中所积累的安全感、以及他可能已经在内心中反复“擦拭”那片断裂一段时间有关。但从发生学的角度看，那个特定的沉默片刻——在其内部，它构成了一个从“这怎么回事？”到“好吧，我叫它——”的语气转换。这个转换无法被还原为教师教学技术的功劳，也无法被解释为一种普遍的认知发展阶段。它是一种此刻的、真实的、冒风险的自我授权。

要素三：公共宣告与仪式化保护。他说出了“地下线”。这个词在这个特定的共同体中引发笑声，因为它奇怪、陌生、不像“数学语言”。笑声在此时是一种共同体对越轨者的隐性惩罚：“你怎么说了一个不合规矩的词？”但教师的即时回应改变了这个词的命运：她把词写在黑板中央，标注了命名者的名字，并且用追问将全班的注意力从“这个名字对不对”转向“这个名字背后的度量原则能不能自洽地解释冷热大小”。这一系列动作，不是对那个男生个人的表扬，而是对“认领”这一行动本身的公共仪式化：它宣告了在这间教室里，向认知裂口提出一个未经认证的名字，本身将享有被审议、被

辩论而不是被嘲笑、被忽视的临时权利。这个仪式，把一次个人的决断推入了共同体的竞技场，使之有机会从私人的奇想转化为一项可供公共检验的认知草案。

要素四：从命名之争到立法原则之争的升维。随后，当另一个学生提出“天上数、地下数”时，课堂互动的性质发生了根本的变化。这两个孩子不再是在争论“谁猜对了标准答案”——标准答案此时根本还没有被引入——而是在争论“谁为这片裂口立下的法则，能更好地解释同时包含温度、欠账和海拔的不同情境”。这是“猜想”与“猜想”之间的关系，在被“认领困境”奠基之后所呈现的新的形态：不是“谁的猜测更接近真理”，而是“谁的立法原则更普适、更融贯”。正是因为那个男生率先完成了一次“认领”——我先为这片混沌定一个规矩——才为整个课堂打开了一个可以在其中上演立法辩论的公共空间。

从这一次课堂片段的分析中，“认领困境”的生成并不是三个依次发生的“阶段”，而是对这四个要素的不同调度与组合。“旧秩序的断裂体验”是土壤，“未被邀请的主权宣示”是一跃，“公共宣告与仪式化保护”是这一跃得以转化为认知事件而非私人念头的外部条件，“从命名到立法原则的升维”则是这一跃在共同体中所收获的认知成果。四个要素的耦合方式，在不同的课堂、不同的议题、不同的年龄中，可以呈现出不同的相位：有时“宣告”先于“仪式保护”（如本例所示，宣告引发了笑声，仪式在事后补救）；有时“仪式保护”的先在使宣告变得更安全；有时升维的争论会返回来加深主体对秩序断裂的理解，从而重新启动新一轮的宣示。发生学要做的，不是规定一种正确的序列，而是识别这些要素在具体课堂互动中如何被调度，或者——更紧迫地——如何被——阻断。

四、阻断：“认领困境”如何在日常课堂中流产？

如果说上一部分呈现了“认领困境”在一次具体课堂事件中的完整生成，那么现在，我们必须诚实地转向一个更为严峻的日常课堂现实：在绝大多数课堂的绝大多数时间里，这一事件的四个要素从未同时被激活。学生遭遇了认知的裂口，但他们没有成为立法者；他们沉默，他们等待，他们最终只是记住了“负数”这个词。要理解“认领困境”的发生学，就必须分析这场生成如何在日常课堂的互动层面——而非宏大体制层面——被系统地、悄无声息地中止。这种中止，不是由抽象的教育体制“导致”的，而是在具体的钟声、眼神与话语的编织中，被一个接一个地完成的。下面的分析，将结合一个与“地下线”课堂形成对位的几何课堂反例，展示这种阻断的微观机制。

这个反例来自一所八年级的几何课堂。在一堂关于“三角形全等判定”的常规课中，教师要求学生用尺规根据三个已知条件（边角边）作出给定的三角形。作业的第三题，条件切换为“两边及其中一边的对角”。一个平时思维活跃的女生在多次尝试后发现，满足条件的三角形可以有两个——一个锐角三角形和一个钝角三角形。她皱起眉，反复对比自己的两个图形，然后放下圆规，开始在草稿纸上画一些更加奇怪的图形。她没有急于举手，而是反复地、似乎在试探什么地在几张图形之间圈圈画画。大约两三分种后，她突然停下了笔，抬起头，做了一个欲言又止的动作。此时，下课的铃

声响了。教师大声说道：“没做完的把第三题带回家做，明天我们来讲。”

第二天，教师在黑板上快速演示了第三题的规范做法，解释了“边边角”无法唯一确定三角形的原因。那个女孩安静地抄下了笔记。她前一天在草稿纸上画下的那些奇怪的图形，被她折成一个小方块，塞进了抽屉最深处。

让我们来解剖这个流产的过程。

（一）时间的切割与“断裂体验”的无法积聚。在“地下线”的课堂中，教师刻意制造了一段不被切割的思维时间——六七秒的沉默、追问、再沉默、再讨论，让断裂从一种“一闪而过的别扭”积聚为一种需要被命名的迫切感。而在几何课堂的这个片段中，学生遭遇的断裂不仅没有被给予积聚的时间，反而被一节课四十分钟的时间制度精确地切割成两段：在“感到不对劲”与“搞清楚哪里不对劲”之间，插入了一个放学、一顿晚饭、次日的第一节语文课。当那个女孩第二天再次回到这道题面前时，她面对的不再是那个前一天让她的圆规打滑的、活生生的断裂，而是一道已经被教师讲解完毕、标准答案明确、只需抄写下来的“已经解决了的题目”。断裂被制度化的时间间隔迅速冷却、覆盖，失去了它抓住主体、要求被命名的那种紧迫热度。经过无数次这类被打断的停顿之后，学生学到的不只是几何知识，还学到了一种更深的认知语法：不要在尚未得到官方认证的别扭处停留过久，因为铃声不会等你。一个连自己的认知不安都无法从容感受、持存于心的人，绝无可能升起那种“我必须亲手为它命名”的决断。

（二）评价凝视的内化与“主权宣示”勇气的被剥夺。这是阻断机制的第二个、也更加致命的一环。“等待答案”之所以成为绝大多数学生面对认知裂口时的默认回路，不仅仅因为它更省力，更因为它更安全。那个代数课上的男生之所以敢说出“地下线”，绝不仅仅因为他胆子大。他的宣告之所以可能，是因为在他的课堂经验中——至少在那个特定的时刻——他并不真正恐惧自己的那个“奇怪的词”会遭到来自教师的否定性评价。这种安全感的形成，是此前大量课堂互动所累积的结果，它不是某一个技巧的产物。而在“边边角”的课堂中，那个女孩的欲言又止，瞬间泄露了这种安全的缺失：她可能在过去的数学课堂上因为一个“不标准”的想法而得到过否定的反馈，也可能仅仅是观察过其他同学在提出“怪问题”后同伴的反应。无论哪种情况，一个残酷的公式在她的内心中已经形成：未经权威认证的个人命名，其期望收益很低，而期望损失可能极大。不是她缺乏“创造力”，而是她在此前的学校经历中所习得的、最理性的生存策略，就是在断裂面前不要做第一个开口的人。这种内在化的自我审查，比任何外部的纪律规训都更有效地绞杀了“认领”的冲动。它不需要教师在场实施惩罚，它早已被学生内化为对自己对自己言语的、沉默的预先否决。那个代数课堂上男生被赋予的，就是他在“地下线”的瞬间所短暂拥有的豁免——那种不因一个不标准的词语而被共同体贬抑的豁免，正是几何课堂上的女孩所被剥夺的东西，也是绝大多数学生在绝大多数课堂上所不被拥有的东西。

（三）教师话语主导下的“宣告”无舞台。即便时间允许，即便评价的恐惧被某种方式缓解，认领的第三个要素——公共宣告——仍然可能因缺乏合法的舞台而无法实现。在几何课堂中，整个互动序列被预设为“教师演示规范做法→学生做题→教师讲解标准答案”。在这个序列中，只有教师拥有在公共空间中为知识命名的合法权利。学生的工作，是在私人的草稿纸上做尝试，然后将自己的结果与公共的标准答案对齐。当一个学生试图在教师讲解之前，在公共空间中说出一个自己的命名——不论是口头的“叫它‘怪角形’好吗”，还是把草稿纸上那些奇怪的图形举起来给全班看——这个行为本身就是对默认课堂话语法则的逾越。在许多课堂中，这种逾越首先遭遇的不是对他“立法内容”的讨论，而是对他这种发言方式的规训——即便不是严厉的“坐下”，至少也是被忽略或被温和地归入“等下我们再说”的延迟通道。这个女孩最终没有把她画的图拿给任何人看。她的认领，在找到任何可能的公共仪式之前，就已经被默认的课堂话语法则剥夺了被宣告的合法性。她的那片认知裂口，连同她对那片裂口的短暂的、无声的责任承担，被一起折进了抽屉深处，永远没有成为共同体的考察对象。

至此，我们可以看见，时间制度、评价内化与话语法则这三者，不是在宏观体制层面“压迫”着学生，而是在每一堂课的具体互动中，通过铃声切入思考的节奏、通过同桌的眼神内化为恐惧、通过在教师讲解前的沉默规范收回了宣告的权力。它们相互强化，织成了一张无法被某一项教学技术单独撕开的阻断之网。正是这张网，使我们日常所见的课堂中，“认领困境”从一种可以普遍发生的认知事件，退化成了一个偶尔在幸运的个案身上闪现的奇迹。因此，任何试图“恢复”学生创造力的努力，如果仅仅停留在教学法的层面（例如改良提问技巧、设计更巧妙的问题串、教给学生一些启发式），而不去触及这张网本身的编织机制，都只是在用更精巧的方法重复同一个失败。

五、守护：一种让“认领”成为可能的教育生态

如果我们承认上述诊断，那么数学教育改革的焦点就必须从“如何教得更好”转向“如何在日常课堂互动中拆除那张阻断之网，使‘认领困境’的生成要素得以被激活、被保护、被完成”。这不是提出几条教学建议的问题，而是构造一种替代性的教育生态。这个生态的核心任务不是在既有的课堂外壳内增添更多技巧，而是在教室的中心，为那些未经认证的认知宣告，胆敢辟出一片被严格保护的公共空间。以下四个原则，不是一套可以“逐条执行”的操作清单，而是一组必须同时运作、相互支撑的生态性条件。

（一）在课程结构中为认知断裂留出不被切割的时间。这不是一个“少讲一点内容”的效率问题，而是一个关于课堂时间所有权的问题。如果每四十分钟的铃声具有不可撼动的制度强制力，那么教师至少可以在每一个需要引导学生进入认知断裂的任务之前，有意识地在这四十分钟内部临时划出一段“断裂时间”——在这段时间里，唯一的要求是“经历别扭”，而不是“得出答案”；在这段时间里，沉默是被允许的，反复在几个彼此矛盾的想法之间徘徊是被鼓励的，草稿纸上画出的混乱的尝试不会被贴上“错误”的标签。这需要教师在课程设计中，不是先构想知识的结构，再规划传递的进度

，而是先识别出这门学科中那些最容易让学生已有概念体系打滑的断裂地带，然后为这些地带在课堂时间中预先保留出不能被其他教学环节压缩的节点。

（二）通过教师的公共示范，重建“承担断裂”的认知合法性。第三节描述的“地下线”案例已经展示了这种示范的一个侧面：教师通过立即书写那个奇怪的命名并标注命名者的名字，向全班宣告了“认领”这一行为在本课堂中享有的临时保护。但这不是一种可以简化为“鼓励性语言”的技术。它更深层的要求是，教师本人必须在课堂上反复、真诚地展示自己面对认知断裂时的内部动作——不是那种“老师也有不懂的时候”的廉价谦辞，而是把自己曾经面对某个数学现象时的混乱思路公开摊在桌上：“我第一次看到这个东西时，脑子也是乱的。我给它起过一个根本说不通的名字，后来我知道我起了个笨名字，但那是我试图抓住它的第一个动作。我们来看看，我的名字，和你们现在起的名字，哪一个在度量这个怪东西时更连贯。”这种示范所传递的，不是具体的知识，而是一种关于“人如何活在认知断裂之中”的课堂律法。它把教师从唯一的标准答案持有者，转化为一个同样曾经而且仍在学习的、更早一批的“认领者”。

（三）将命名之争升维为立法原则之争，而非对错之争。这是教师最核心的即时干预智慧。当学生提出“地下线”而另一个学生提出“天上数、地下数”时，教师的选择决定了这场争论的性质：如果她的回应是“不错，你们都动了脑筋，不过真正的名字叫负数”，那么她就用标准答案的宣布，杀死了之前一切认领冲动。如果她的回应是“‘地下线’和‘天上数、地下数’这两个方案，背后的原则有什么不一样？谁的规则能同时说清楚温度的冷热和欠账的多少？”，那么她就把争论从“谁对”升维到了“谁的立法更普适”。这两种回应的差异，决定了学生是把“数学”理解为一种等待答案的猜谜游戏，还是理解作为一种可以自己参与制定规则、但必须接受公共审议的立法实践。这要求教师不是用“你真棒”来回应每一个幼稚的命名，而是用“你这个规则在处理下一类问题时会怎样？”来推动命名者继续承担自己立法的认知责任。

（四）为沉默者和非认领者保留合法的参与位置。必须坦率地承认，无论生态如何安全，并非每个学生都会第一时间成为主动的命名者。一种粗暴的“认领崇拜”会把创造异化为另一种课堂压力。真正安全的生态，恰恰在于它为“暂时不认领”也留足了尊严和参与的位置。沉默可以被重新定义为“在场的内化”：一个安静地倾听同伴争论“地下线”与“天上数”的孩子，他的大脑并未闲着——他正在内部无声地评判、比较，甚至可能在心里悄悄修正别人的方案。他的沉默不是认知缺席，而是一种在公共立法的现场进行的私下的观察与学习。更重要的是，创造并不仅发生在第一个命名的瞬间。当一个孩子在同伴的激烈争论中举手说“等等，我好像懂了，他们争的其实是同一个东西的正反两个方向”，他并没有参与最初的“主权宣示”，但他完成了一个同样至关重要的认知事件：他认领了别人的矛盾，在别人立下的界碑之间发现了一片新的需要他介入来澄清的混乱。他的参与方式不是首发命名，而是对已有的立法争论进行二阶整合。这样的生态，承认通往“认领”的路径不止一条，创造的节奏也因人而异。

以上四则原则——保护断裂时间、示范承担姿态、升维立法争论、安放沉默参与——并不是四种可以分别实施的“技术”，而是一组必须同时在场、相互支撑的生态条件。缺少时间保护，断裂来不及积聚就被覆盖；缺少教师示范，承担断裂的姿态从未被学生见过；缺少升维争论，命名迅速被对错评判收编；缺少沉默者的合法位置，认领成了少数表演型学生的特权。这个生态的构造，不是一节课或一个单元所能完成的——它必须在整段课程、在持续一年以上的师生互动中被反复激活与巩固。它脆弱、易被日常的惯性与体制的压力所侵蚀，但它的脆弱本身，恰恰是它真实性的证据：真正能够守护人类认知勇气的东西，从来不是坚固的制度堡垒，而是那些在一间间具体的教室里，被一次次具体的选择所维持的、微小的、可被随时撤回的保护。

六、结语：在沉默与宣告之间

现在，我们可以回到那个被杜威、波利亚和弗赖登塔尔反复探索过、却从未被还原彻底的起点：到底是什么，使得一个心智从符号秩序的被动使用者，一跃而成为秩序断裂处的主动立法者？

本文的全部论证指向了一个答案：认领困境。它不是一种关于如何提问或如何思考的认知策略；它是主体在面对自身赖以组织经验的那套基本符号体系突然打滑、失效的断裂处，所做出的一项不可还原的抉择——将自己从等待救济的惯习中拔出，主动承担起为这片裂口首次赋予融贯秩序的风险与责任。这个抉择的重大，不在于它产生了一个“正确”的数学想法，而在于它第一次把学习者的`心智从终点被给定的游戏中解放出来，使之获得了一种此前不曾拥有过的姿态——不再是别人问题的解答者，而是自己立法的承担者。正是在这个意义上，一切被我们赞叹的“猜想”“洞见”“创造”，都不过是这一奠基性事件在公共领域所投下的、逻辑上必然却心理上极其脆弱的影子。

正因如此，数学教育的根本张力，不应被表述为“接受”与“发现”之间的方法之争。那场争论自始至终被囚禁在一块默认了“知识作为待抵达之物”的地基上。真正的发生学张力，存在于另一条更为残酷的前沿线上：在日常课堂中由铃声、评价内化与话语法则所编织的、对认领冲动施加持续绞杀的那张网之内，那些零星的、转瞬即逝的“我要自己给它一个名字”的冲动，是会被成功地阻断于无声？还是会被一种替代性的教育生态，小心翼翼地接住、促成、并升维为个体与共同体的共享认知财富？

我们日常所见的教育的疲惫、学生对创造的普遍失语，其根源或许正在于：不是我们的孩子丧失了为混沌命名的能力，而是我们的整个课堂互动机制，从未真正给予过他们那种在日常中安全地说出“我来管”的、被保护的权利。

然而，本文自身也必须接受发生学的审问。“认领困境”作为一种理想的描述、一组生态原则的规范性呼吁，其本身也是从当代标准化与算法化教育所制造的普遍焦虑中，被发生出来的话语事件。它不是教育的永恒“本质”，而是我们这一代教育实践者，在目睹了大量“认领冲动被制度化日常所窒息”的现场之后，所奋力结算出的一种暂时性的目标表述。如果在未来的某个课堂上，这种目标本身

被证明为另一种对学生的隐秘强制，那么它同样应该被反思、被修正、被重新认领。

对本文核心判断的有力证伪，并不在于指出有些创造源于模仿和积累（本文从不否认文化工具的沉淀是另一个必要环节）；也不在于批评课堂时间的限制是一种现实不可抗力。它最致命的证伪来自这样一种实践性的检验：如果我们坚持在一个完整学段内，于多间普通教室中全面且忠实地构造保护断裂时间、重建承担姿态、升维立法争论、安放沉默参与这四项生态条件，并通过严格的纵向微分析追踪，却仍然无法观察到这些教室里长大的孩子，在遭遇无标准答案的全新复杂问题情境时，相较于控制组，在“主动尝试为陌生现象命名并持有其命名至被公共审议完毕”“在被同伴质疑后持续修正而非放弃自己立法的原则”以及“在立法崩塌后主动承担重新立法的责任”这三项指标上发生任何实质性的增长；如果这些保护条件的持续在场，并没有换来更高比例的、主动的、在公共空间中被持有的认知承担行为——那么，本文的核心论断就必须被撤销。

在那以前，我愿意将这篇论文视为一份证词。我们每一位最早的智人祖先，在向夜空投去第一束命名的目光时，他所经历的，不是在精心设计的“探究课”上的一次有指导的发现，而是一次孤独的、毫无保证的、但最终被整个部落所接纳与继承的认领。我们的教室，是在延续这一份将认知的裂口变为新秩序的源头的伟大冒险，还是在日复一日的铃声与标准答案中，将它彻底遗忘？这个问题的答案，不在论文的结论里，而在明天，在一位教师面对一片童稚的沉默时，他所选择守护的——究竟是那本写满正确答案的教师用书，还是那片沉默之下，可能正在涌动着的、准备为世界首次命名的、脆弱而庄严的勇气。

注释

[1] 本文与杜威的对话主要基于其《我们如何思维》（1910）中对“感受到的困难”与“为探究承担责任”的论述，并承认其后期著作《逻辑：探究的理论》（1938）对“情境”概念赋予了更系统的本体论分量。本文所划分的界限，不在于否定杜威的深刻，而在于指出杜威的“探究”始终以恢复经验的顺畅流动为归宿，而“认领困境”所指向的，是一种在秩序自身断裂处重新设立度量的更为奠基性的行动。二者不是排斥关系，而是层级上的深化。

[2] 对弗赖登塔尔“再发明”范式的批评，主要指向其在教学设计层面的隐含预设，而非否定其作为教学原则的重要价值。弗赖登塔尔本人的某些论述亦强调学生路径的不可预测性，但这依然是在一个已由教师识别出终点价值的框架内运作。本文不将其视为一种“错误”的理论，而是将其定位为一个在“认领困境”奠基之后可以被更安全地引渡回来的高级教学技术。

[3] Perry的认知发展理论主要见于其1970年的研究报告以及后续由其合作者整理出版的著作《大学阶段的认知与伦理发展：一个方案》（1981）。本文有关其“承诺”概念的描述，限于上述著作中对大学生阶段发展的一般性论述，不做超出此范围的引申。

[4] Polanyi的“理智的托付”概念集中见于其《个人知识：迈向后批判哲学》（1958）。本文对其“寄托于实在”之姿态的分析，是对Polanyi核心哲学立场的一次对话性重构，并不旨在评述其思想全貌。

[5] Brousseau的教学情境理论及其“责任转移”概念的系统阐述，见其著作《教学情境理论》（1997，英文版）。本文的批评主要针对其对“责任”的理解——在其框架中，“责任”被绑定在具体数学问题的解决上，而非本文所论述的、对秩序断裂处的首次立法。

[6] 本文所引用的两个课堂场景——“地下线”案例与“边边角”案例——均为基于作者长期教学观察的典型性重构。所有人物、行为与对话均已做匿名化与合成处理，旨在例示本文的理论概念，而非作为实证研究数据呈现。

参考文献

- Brousseau, G. (1997). *Theory of Didactical Situations in Mathematics*. Dordrecht: Kluwer.
- Dewey, J. (1910). *How We Think*. Boston: D.C. Heath & Co.
- Dewey, J. (1938). *Logic: The Theory of Inquiry*. New York: Henry Holt and Company.
- Freudenthal, H. (1973). *Mathematics as an Educational Task*. Dordrecht: D. Reidel.
- Lakatos, I. (1976). *Proofs and Refutations: The Logic of Mathematical Discovery*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Perry, W. G., Jr. (1970). *Forms of Intellectual and Ethical Development in the College Years: A Scheme*. New York: Holt, Rinehart and Winston.
- Polanyi, M. (1958). *Personal Knowledge: Towards a Post-Critical Philosophy*. Chicago: University of Chicago Press.
- Polya, G. (1945). *How to Solve It*. Princeton: Princeton University Press.
- Sartre, J.-P. (1946). *L'existentialisme est un humanisme*. Paris: Nagel.