

三视角学习数数(2)

作者: 王德生

学习数字比如学习数字‘7’, 其实就是通常我们说的如何学习‘数数’。很多家长一定认为: 孩子只要会从 0, 1, …。一直数到 10 就是学会了 10 以内的数数了。从我们的三视角分析来看, 这是一个错误的认识。因为很多孩子基本上不明白数字的意义。在他们的大脑里, 0 到 10 只是一连串的符号, 彼此相连。比如, ‘2’这个符号在‘3’之前, ‘8’在‘7’之后而已。这样造成对 $7+8=15$ 的认识也是符号 7, 根着符号‘+’, 再是符号‘8’, 然后是‘=’和符号‘15’。这样的学习, 实质是单独的记忆, 小学一二年级还可以, 到了初中就很受苦了, 高中就基本上要放弃了。没有理解的学习, 储藏在脑海中的信息是孤立的, 没有和现有的知识系统结构相连, 记忆是痛苦的, 需要不断地重复。

最基本的‘数数’学习要求有下列几点最基本的认识:

1. 当你问到孩子一个数字, 比如 7, 是什么意思的时候, 孩子要能告诉你, 它是表示 7 个苹果, 7 本书, 7 天, 等等。当他看到 7 个相同的东西的时候, 他要能告诉你, 那儿有 7 个什么。还有, 他要明白当袋子里有 3 个梨和 4 个桃的时候, 他应该知道那不是 7 个梨也不是 7 个桃。当然你不能要求他说 7 个水果, 因为他可能还不明白水果和梨的关系。还有他要有应用‘7’的能力: 孩子要能使用数字, 比如你要孩子拿 7 个椅子过来, 要他拿 7 张纸和 7 瓶水, 他都能很好完成。
2. 孩子要能明白 7 比 6 多一, 7 比 8 少一, 就是数与数之间的关系要清楚。当然他们不必明白 7 和 4 的多少比较关系, 但是要知道 7 比 4 大。反过来也是, 6 比 7 少一个。孩子要明白, 每一个数字的前面是谁, 后面是谁。最好能明白 7 的前面和后面的至少两个数是谁? 就是要知道, 7 的前面有 6 和 5, 后面有 8 和 9。

其实上面的最基本的要求就是三视角的知识图式的最基本部分。

!!!!大家一定要切记: 仅仅告诉孩子 7 表示 7 个苹果, 或说 7 个相同的东西, 孩子是不能明白的。他只是记住你的话, 应用的时候, 就是重复你的话而已。

下面我们具体讲解如何学习‘数数’:

1. 从变化视角到本质视角的数学活动设计

这个过程是漫长的, 往往要几年的时间, 一般来说, 我们可以在两岁半左右开始和孩子数数。学数字的知识预备是孩子会初步进行事物的分类, 发现他们的相同和不同性。这个可以从一生下来就进行。活动可以变化多端。

分类本身就是一个知识图式, 这个知识图式的建造和完善是一生的。人的天性里有发现相同和不同的能力。我们要从小和孩子去进行事物的分辨和分类。当然是使用简单明了的教具。

其次, 孩子需要建立‘序列化’的知识图式, 就是将相同的事物一个一个地按次序放在一个地方, 就是整整齐齐排队。这个是每一个孩子都愿意做的。

分类和排队是孩子从小就可以做的事情，也是很美的事情。分类和排队合起来就是一个三视角系统。排队是从普遍联系视角，就是分布的视角，分类就包含两个视角：本质和变化。

第一步要设计‘一一对应的关系’的活动，反思和抽象总结。

首先是设计对很多物体进行分类和排列。就是分类和排列的操作活动。我们以学习 1, 2, 3 开始吧。因为研究表明，人类对 1, 2, 3 是容易区分的，注意不是对 1, 2, 3 这三个符号。而是下面我们要进行的数学游戏活动里的‘一些’的‘一一对应关系’的区分。

a. 在分类和排列的活动进行‘一一对应关系’的活动。

老师可以根据孩子们的喜好，选好他们自己爱好的东西，进行个别独立或分组一起的分类和排列活动。比如：给孩子们 1 个梨，2 个苹果，3 本书，2 个铅笔，3 个杯子，1 个桃子，混合在一起。然后要孩子将这些物体进行分类，就是相同的类型的排列在一起，每一组可以使用从左到右的排列方式。这样孩子就把相同的物体排列在一起，就有六组的物体。

此时，老师可以和孩子做一个‘一一对应’的游戏。游戏老师和孩子随机各取一组，可以彼此蒙着眼睛选。比如孩子选了 1 个桃子组，老师选了 2 个苹果组，下面该玩一个什么样的游戏呢？注意一定要在孩子的已有的知识结构里进行，否则他不会明白的。明白外界事物，就是用自己的知识结构去解释外在的事物。孩子没有多少的概念，但是有‘有’和‘无’的概念，有‘序列’的概念。我们的目的是要建立一个‘一一对应’的概念。就是在具体的游戏中要让孩子体验出‘一一对应’的意思出来，从而明白桃子组和苹果组不能一一对应。很多家长一般会马上告诉孩子，苹果多些，桃子少些。你会发现孩子根本不懂你的‘多和少’。我们该设计什么样的游戏才能达到上面的目的呢？

孩子虽然不是非常明白数字 1 的概念，但是因为经常听我们说‘拿一个什么来吧，吃一个什么吧，等等’，从一生下来就听到这样的‘一’‘很多。慢慢地，在他们的知识库里已经有一个模糊的’一‘的概念。所以我们可以利用这个知识基础。记得我儿子小的时候，我就看到一个树，就和他讲，一棵树，一片叶子，一个石头，等等。很多家长等不及，往往一起来，一棵树，两棵树，三棵树，。。。。心太急了！

游戏可以这样设计：孩子（Jimmy）选了桃子组，妈妈选了苹果组，爸爸没有。

妈妈说：Jimmy, 你看爸爸没有水果，我们每人给爸爸一个好吗？

孩子说：好啊！帮助爸爸。

妈妈给爸爸一个苹果，孩子给爸爸一个桃子。

妈妈说：Jimmy, 你还有吗？

Jimmy: 妈妈我没有了。

妈妈说：我还有一个啊。你和我一样多吗？谁多些呢？

这样的活动要进行很多次，第二次可能是孩子 3 本书，妈妈 2 个铅笔。这样，一个一个地给爸爸，玩后，孩子手里还有，妈妈手里没有了，妈妈要引导孩子思考，谁多些呢？这样，孩子通过‘一一对应’活动，开始发现，当玩

书和杯子的一一对应的游戏时，两个人同时都没有了，慢慢地，他会发现有些组和有些组是可以一一对应的，就是游戏完后，自己和妈妈同时都没有了。此时，父母要引导孩子，告诉孩子，如果我们能建立‘一一对应’，那么就是一样的多。当然我们不能期望孩子很快就会明白的。

第二个游戏就可以要孩子进行组于组之间的配对，比如告诉他，将一个苹果和一个本书放在一起，最后会发现书会多一本。慢慢地，孩子明白何谓‘一一对应’。

第三个游戏就是，将数量增加到 10 以内。要孩子去体会‘一一对应’。但是不要告诉孩子这是 1，这是 2，这是 5。明白一一对应就是你一个，我一个，一个一个来，看看最后谁还有，谁没有呢？

最后，可以将活动扩展到图形的配对。慢慢地孩子会明白，通过‘一一对应’，可以判断谁比谁多些。因为‘多少’的本质意义就是‘一一配对’之后，谁还剩，就是谁多些；谁没有了，就是谁少些。同时没有了，就是一样的多。这样，孩子可以通过一一配对来分辨多，少，相同的关系了。

下一步就是，给孩子一些各种物体的组合体，要孩子去分类和排列好，并且通过‘一一对应’去判断哪些多些，哪些少些，并且可以将少的放在前面，多的放在后面。相同的并列在一起。然后引导孩子去思考，就是如何将这个不同的‘一一对应’，就是不同的‘相等’定义为一个数。此时，孩子已经知道了，如何判断那些多，那些少。但是，就是不知道如何描述这些不同的‘相等关系’。就是对每个‘相同’可以来一个标记，来区别不同的‘相同’，或区别不同的‘一一对应’关系。

此时，妈妈可以要孩子做一件事，就是妈妈数好 9 个苹果，然后要孩子去拿和苹果一样多的桃来。那么，孩子就会拿着苹果，用桃来一一对应完成任务。然后慢慢地，妈妈可一制作一些苹果的制片代表苹果，把不同数目的苹果纸片订在一起成为一个苹果书一样。先让孩子比较苹果书的页数的多少和相同，然后要孩子按苹果书的页数去那一样多的桃，用一一对应的方法。

这样，我们已经从实物对应实物过渡到了实物和图片。接下来就是制作 1，2，3，4，5，5 个不同的苹果书，就是每个苹果书有不同的页数。要孩子判断 5 个不同的苹果书的页数的多少，就是从小到大排好，让孩子明白，一个比一个多，而且都是多一个。此时，妈妈可以问，如果最少的我们用一个符号，就是‘1’，来表示他的数目，那么你觉得比他多一个的应该用什么符号呢？这样可以叫孩子自己设计符号表示‘2’，‘3’，‘4’，和‘5’。比如他的可能是一个图画都可以。你必须叫孩子给取个名字。比如如果孩子把有 4 页的苹果书叫做‘狗狗’。那么，你接下来，可以叫孩子，拿‘狗狗’个桃。就是和‘狗狗’那本书的页数一样多的苹果。那么孩子就会拿着这个‘狗狗’书去‘一一对应’数出桃来。你可以进行更多的数桃的活动。

此时，我们的‘狗狗’已经靠近我们的‘4’了，但是还有一段距离。此时是因为，我们的‘狗狗’还是孤立的，没有和其他的苹果书建立关系。所以，下面的数学活动都要围绕‘苹果书’之间的关系。比如，孩子如果把 1，2，3，4，5 页的苹果书，叫做，‘哈哈’，‘依依’，‘亮亮’，‘狗狗’，‘娃娃’。那么，妈妈要引导孩子问：

1. 如果，妈妈要‘哈哈’个桃，怎么数？还要拿那本书吗？孩子说，就是一个吧。
2. ‘依依’比‘哈哈’多吗？多一个吗？孩子说：是的。多一个。那么，如果妈妈要‘依依’个桃，那么要用‘依依’这本书吗？可不可以，先数一个，就是‘哈哈’个，那么‘依依’个呢，是不是就是再拿一个呢？
3. 这样，一直到‘亮亮’，‘狗狗’，‘娃娃’个桃都可以从‘哈哈’开始。
4. 慢慢地，妈妈可以把这五个名称改为‘1, 2, 3, 4, 5’，中文就是‘一，二，三，四，五’，英文就是‘one, two, three, four, five’。
5. 然后，妈妈必须和孩子一些慢慢地熟悉这些新的名称。并且要和孩子明白，2本书，就是在1本书上再加一本，3，就是2多一本，一直到9。此时，孩子已经完成了整个9个数字的自我概念建构。而且，也明白数字之间的关系。最后，妈妈可以告诉孩子，0就是没有的意思，因为是空的。
6. 此时，孩子应该已经明白9个数字都是表示不同的数目的相同性质的物体的集合，而且孩子也明白他们都是从1开始，一个比一个多一个地递加上来的。这个其实就是孩子的排列活动的一个数学递加表叙。孩子已经明白数字之间的彼此关系。

就是9比8多一个，8比9少一个，6和7，3和4等等都是这样的关系。

2. 从本质的视角到变化的视角：运用数字！

比如：具体数数有多少个苹果，多少本书，就是通常的教科书上的一些题目。变化的视角就是训练孩子应用自己建立的数学概念，比如9，其实是一个一一对应关系。那么现在的应用就是一个与心里的一个递加的过程的对应，因为孩子要从1开始数，一直到9。此时，孩子对9的认识还是一个‘数算或对应’的过程。我们需要第三个视角，就是要明白这九个数字之间的关系。

3. 分布和处境的视角。

在变化的视角里，孩子们自己建立了数的概念，其中也有数与数的一些简单关系。比如9比8多1个等等。此时我们要进行数与数之间的一些关系活动，使得孩子尽快将这个‘过程’对象化，就是独立整体化。比如：如果现在我有8个苹果，那么再加一个，就是9个；2比1多一个，3比2多一个，那么3比1多几个？这样，将数字和数字之间的关系从相差一个扩充到相差两个，甚至三个，等等。就是孩子要明白往上面数一个，两个，三个。但不要更多。同时也要可以往下面数一个，两个，三个。不仅要能从1数到9，也要能从9数到1。

完成了以上的三个视角的知识图式的建立后，孩子们可以开始学习加法和减法了。当然，我们建议和孩子将数字扩充到20以内。因为，孩子可以自己思考如何，用数字表示‘比九多一个’呢？就是使用1和0两个数，叫做‘10’来表示比‘9’多一个。然后就是11，12，13，。。。19，20，21，。。。100。很自然的一个过程。明天我们学习如何进行加法和减法的三视角分析和学习。

