

如何创造性地学习减法？

很多孩子的加法运算很熟练，但是进行减法运算就很困难了。今天

我们应用三视角思维研究孩子们应该如何学习 20 以内的减法。

同加法一样，认识和学习减法也需要使用三个视角:对比本质，变化，

和分布处境三个视角。我们以 $7-3$ 为例。

I. 三视角认识和学习 $7-3=4$

A.本质的视角告诉我们 $7+3$ 是两个具有相同种类的事物的集合的和，

形成一个新的集合，这个新的集合的元素数目是和类别、顺序、

时间、地点、人物的选择无关的，不变的。这个共性的数目就叫 $7+3$ ，

而且等于 10。

那么， $7-3$ 就是从一个集合 A 里，拿掉一个部分的集合 B，我们叫子

集合 B，剩下的是一个新集合 C。这个新集合的元素数目也是和

所有的选择无关。这个无关性就是一个共性，它就叫 $7-3$ ，结果等于

4。

这些认识对大人来说好像很简单明了，但是对孩子是不简单的。因

为他们没有体验过。所以，减法也应是从大集合里拿掉一些物体，

再数数看还剩多少。需要进行不同的物体的体验，比如学习 $7-3$,至

少要体验 4 种不同的物体，让孩子体验到无论什么物体，只要开始是 7 个，拿掉 3 个，总是剩 4 个。

这里还要和加法同时比较，就是和孩子回忆思考 $7+3$ 的意义。类似的实验要扩展到其他的数字，比如 $8-2, 8-1$ 等等。还有 $9-4, 9-5$ 等等。

最理想的方式是做成虚拟现实软件，孩子既可以随意选择物体，也可以随意选择数字，又好像现实世界一样。

B.当孩子完成了对比本质视角的建构后，他们需要进行变化视角的应用。就是应用 $7-3=4$ 到各种场合。这是从理论到实践，让孩子明白自己建构的规律适用于任何符合条件的情形。比如从 7 个苹果的集合里拿掉 3 个，还剩多少个？一周 7 天，放假 3 天，还有多少天用来学习？这样的例子是很多的。

C.完成了以上的视角，孩子进入分布和处境的视角。就是 $7-3=4$ 和其他的数学对象的关系。

至此，孩子还是把 $7-3$ 看成一个过程，就是要从 7 往后面数 3 个。

孩子需要将这个过程对象化。这样需要将 $7-3$ 和其他的减法算式建立关系，比如 $7-3$ 和 $7-2$ 的关系。当然还有 $7-3$ 和 $3+4$ 的关系。这些关系都应该由孩子自己在家长的引导下去发现总结。一切直接告诉孩子的，都是不明智的。因为我们剥夺了他们的创造性的学习机

会。从小如果能让孩子自己总结归纳，孩子的创新能力一定不一样的。人的本性就是要成为创造性的主动的思想体。

下面我们具体讲讲如何引导孩子建立减法的分布处境视角，就是建立减法的一个网络系统。

1.加法是减法的逆运算。如果你的孩子对加法很熟可以这样学。比如 $7-3=?$ 你可以问他， $3+?=7$ 呢？他说 4。那么此时如果你直接说，那就是 $7-3=4$ ，你已经在犯错了。因为孩子是很难明白逆运算的。所以在此之前需要进行加法和减法的相互关系的体验。比如袋子里放 3 个苹果，再放 4 个，总数 7 个。这是 $3+4=7$ 。然后再从里面拿出三个，剩 4 个。这是 $7-3=4$ 。此时要引导孩子明白这个加法和减法的对应关系，让他们自己总结出来。这个方法的挑战性比较高，也要求孩子的加法要很熟练。一般不是首选的方法。因为原则上来看，加法的熟练也应是和减法的不断进行，互为相关的。

2.所以我们会使用一些容易的加法结果。比如 $3+7=10, 6+4=10$ 这些和为 10 的加法和减法的关系。因为孩子对这个很熟了。注意不是去背诵的那种熟练。我们分为大于 10 的被减数和 10 以内的被减数两种情形。

3.学习之前，要让孩子先体验拿掉两个等于先拿掉一个再拿掉一个。就是 $7-2$ 等于 $7-1$ 再 $6-1$ 。

还有推广到先减 3 个再减 4 个和先减 4 个再 3 个是一样的。这些需要孩子体验总结。父母一定要记得，对于我们很显然的结论对于孩子却不是。要明白孩子是否懂了，就是不要直接告诉他结论，否则他是直接重复你的结论。下面的都是需要家长引导孩子自己得到规律。

4.学习顺序是先减 1 和减 2。这个已经学过。就是往后面数一个和两个。

5.然后是相隔为 1 和 2 的两个数的减法。比如 $9-8, 9-7, 12-11, 12-10$ 。引导孩子明白相差为 1 的两个数相减结果就是 1，差二的就是 2。这个需要具体体验。引导孩子自己总结，并且应用。一旦孩子有这个规律，就要他计算比如 $34-33, 23-21$ 之类的。

6.然后是回忆几加几等于 10。比如 $3+7=10, 6+4=10$ 。然后引导孩子明白 $10-3=7, 10-4=6$ 。逆运算是不容易理解的。所以需要进行具体的体验，正逆比较学习，才会慢慢明白。这一步很重要的。

7.然后是利用上面的 6 计算 9-几和 8-几。我留给大家自己思考吧。

8.然后是回忆 $1+1=2, 2+2=4, 3+3=6, 4+4=8, \dots$ 这样可以计算 $8-4=4, 6-3=3, 4-2=2, 10-5=5$ 。

9.孩子对加法和减法的关系越来越熟练和明白了。于是我们可以学习:

$12-5=?$ 这里先要孩子明白 $12=10+2$ 。一般是没有问题的。但是

$12-5=2+10-5=2+5=7$ 这个过程就不是那么容易懂了。

这里需要孩子亲自体验:从整体减去一些，等于从某一部分减去这一

些，再和另一部分相加。这个要实验好几次，孩子才能自己总结出来。

而在国内，这些都是老师或家长直接告诉孩子，采用记忆方法。

这是无用的。这些实验很重要的，特别对于以后的代数学习。这样

十几减去一个数都没有问题了。

这样，我们完成了减法的三视角学习。