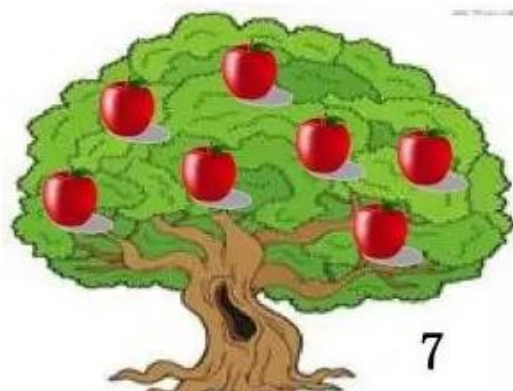


神奇的数字 7

2017-01-13 王德生 [三视角智慧](#)



本文导读：

问题 1： 一个数字真的如此复杂吗？ 我们每天都在使用它，好像很简单的。

问题 2： 对比、变化、分布三视角的关系如何在认识“7”上表现出来呢？

问题 3： 如果缺少分布视角，对数字“7”的认识会构成什么影响？

~~~~~

## I. 三视角简介

我们一直在用三视角方法来分析和认识事物。三视角方法是一个认识方法论或认识工具， 它的内涵是： 认识任何一个事情、物体或规律，无论可见还是不可见，只要是我们能叙说或定义的一个“存在”体，我们都需要使用

1. 对比(本质)视角，

2. 变化(例显)的视角，

3. 分布(处境)的视角

来认识它。

对比视角的内容告诉我们该事物的本质或与其他事物进行区分的特征；变化视角则是本质特征的具体的例子显现；而分布视角则是告诉我们该事物是如何和处境里的其他事物发生关系的。

所以对比现本质,变化是例显,分布见关系。对比视角告诉我们事物的“what”，变化视角告诉我们事物的“how”，分布视角告诉我们事物的“why”。即分别对应于“存在什么东西”，“怎样存在的”，“为什么存在”，三者缺一不可。

而且如果我们缺少任何一个视角的认识，我们的整个认识或理解就是空的；或者说，我们只是将一些符号记录在大脑储存区域内，并没有进入我们的知识结构体系里。

任何信息必须经过学习者的解释才能成为知识，而解释就是用已有的知识结构里的特定的图式来与新的信息建立结构关联。

进一步的解释是：当我们从对比的视角研究和学习一个事物时，我们必须以变化和分布的视角为预设条件；当我们使用变化视角时，

我们必须使用本质和分布视角；照样地，对分布的视角的认识也必须以本质和变化的视角为预设。

总而言之，认识任何事物，必须使用三个视角，三个视角彼此互相需要，没有重要和次要之分，地位平等。而且三个视角必须同时出现在任何一个认知活动里，但是有所侧重。

所以,我们不能从其中某一个视角推导出其他的视角,也不能说其中某一个视角,比如,对比(本质)视角是绝对的,其他是相对的,或次要的。

那么， 对一个事物的完整的认识和它在人的知识结构体系里存在的知识图式就是一个三视角的知识结构体。这个结构体是整体协调，各个视角互不矛盾，互相依靠，互相补充的。自然地，学习的本质就是如何形成这样的三视角知识结构体，并不断地丰富这个结构体。

## II. 数字“7”的三视角分析

今天我们来讨论如何对一个数字比如“7”进行三视角分析。数字“7”是一个符号，也是一个概念， 还是一个过程。

但是这个符号到底代表什么意思呢？ 这个概念是什么事物的共性呢？

这个过程又是什么呢？ 这是我们今天要详细讨论的。

学习一个数字，其实就是我们教育小孩“数数”的过程。这么简单的事情，还值得讨论吗？

毕达哥拉斯认为数字是很“美”的，你能体验到“7”的美吗？数学家 Sfard 说一个数字既是一个过程也是一个独立的对象。到底如何认识“7”呢？

我们从对比(本质)视角开始。

1. 对比(本质)视角告诉我们 7 的本质是什么？就是 7 成为它自身的“身份证”。

数学上说 7 代表着一些相同的存在体的集合，可以是看见的和看不见的；可以是物质的，也可以是观念性的。比如 7 个西红柿，7 个中国人，7 个中文字，7 个圆，7 个数学定义，等等。

这里的相等是视角性的，或说从某个性质来看他们相同；不是说两个东西完全相等，因为任何两个事物都具有不同性的。即使是两个电子，或两个光子，事实上他们都不是完全相同的。

所以当我们说 7 个西红柿时，我们是从“西红柿的固有属性，就是西红柿的对比(本质)视角”来说他们是相同的。

人们研究这些包含有“相同的事物”的集合，比如集合 A 里 X 个苹果，B 里有 X 个梨。人们发现这些集合有一个共性，就是这些集合之间可以建立“彼此一一对应”的关系。然后我们把这种“对应关系”或“共性”，定义为“同一个数目”，比如这个数叫 7。

或者说，在很多的这样的集合里，有些集合有共性，就是能彼此一

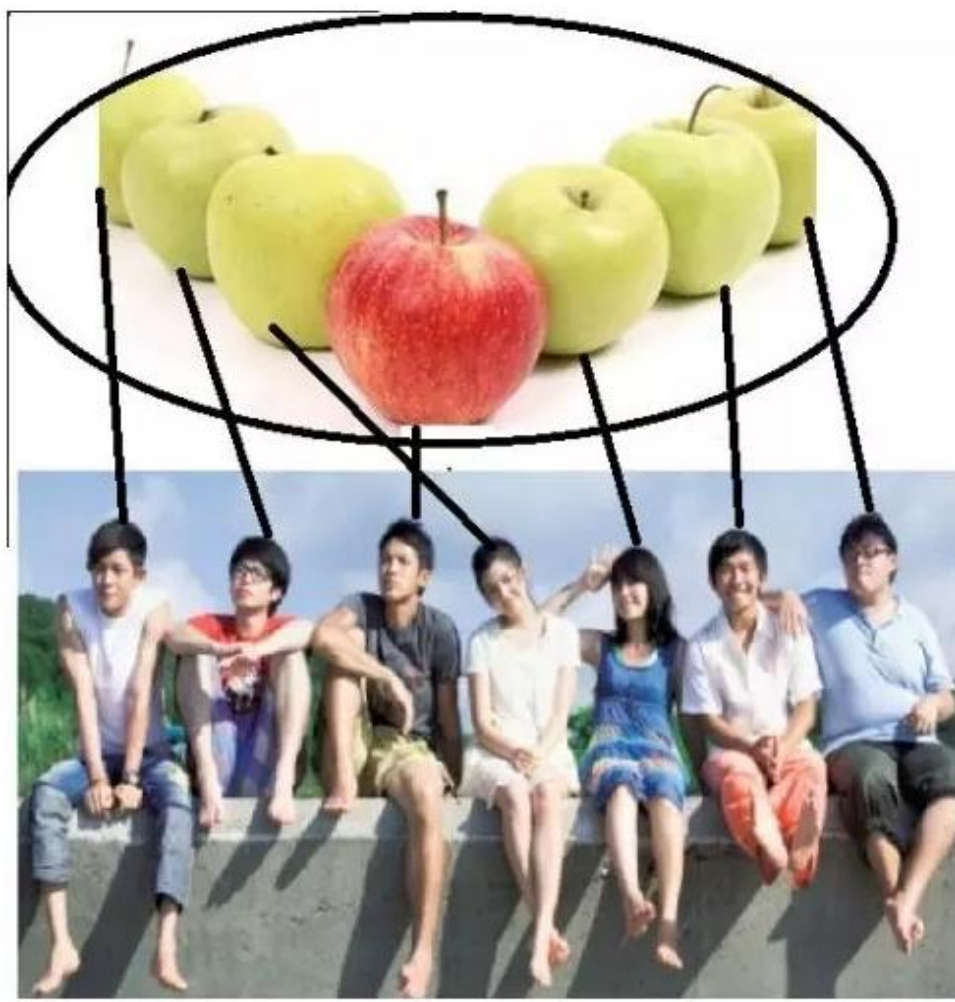
一对应；而且每一个集合都可以找到和它一一对应的其他的集合。

这样，这些“彼此对应的集合”就有一个共性。把这个“共性”定义为一

个概念，就叫做一个数字，比如 7。

这里我们使用了十进制。这个共性就被定义为：集合的元素的多少或

数目。



集合之间的一一对应

如果我们使用二进制(0,1 两个符号), 那么这个共性(十进制 7), 就会被记写成 111;

如果我们使用三进制 (0, 1, 2 三个符号), 它就是 21;

如果我们使用“A,B,C,D,E”来代表五进制, 那么这个共性就可以定义为“BC”。

所以 7 这个符号不是本质的, 本质是这些“集合”们, 他们有一个共性, 这个共性就是集合里的元素之间可以彼此一一对应。

比如, 袋子 A 里有“一些”苹果, 袋子 B 里有“一些”书。如果我们能把书和苹果一一对应起来, 那么我们说两个袋子里具有相同多的物体。这两个“一些”, 即两个集合, 他们具有共性, 就是“可以一一对应”。这个就是我们衡量两个集合里的元素的个数是否相同的定义。

对于无穷大, 比如自然数的个数和有理数的个数是否一样多呢? 我们也是用这个“一一对应”来研究的。

以上就是 7 的对比(本质)视角的内容。这个共性, 就是集合的元素的“一一对应性”。

我们应该引导孩子自己去探索发现这个“一一对应性”。这个“一一对应”告诉孩子什么叫做“数目相等” 和“不相等”。

要认识本质, 我们采用对比的方法, 所以叫做对比(本质)视角。我们可以比较 7 和 6, 7 和 5, 7 和 1 等等。要让孩子去发现: 我们不

能把 7 个苹果和 5 个梨去“一一对应”。只有在对比中，孩子才能真正明白 7 的内在含义和 7 与其他数字的不同是什么意思。

当然这个认识过程是漫长的，很多孩子要好几年的时间。很多人可能一生都不明白上面的意思。这个“一一对应”过程也就是孩子数数的过程。但是大部分孩子学习数数的过程都是有问题的。

2. 变化的视角说的是，这样的 7 个“具有相同性质”的元素的集合体有很多，就是 7 的本质特征的具体表现有很多，且有不同性，所以也可以说是具体的例子显现,比如 7 个人,7 本书,7 条烟,7 个西瓜等等：



7 个西瓜

基本上，在大自然和历史中，我们能叙说和定义的任何事物都可以用 7 来描述。但是，我们不能说 7 个“东西”，因为我们无法来定义“东西”。

同样，对于哲学上的“存在”，我们也无法具体定义它。我们不可能定义一个普遍概念，它能包括任何事物；我们也不能定义一个无所不包的范畴。

孩子们需要不断地去发现事物之间的共性，这里就是集合之间的“一一对应性”，才能更好地明白数字的含义。发现共性和差异性是对世界的两个视角，所以中文的“智力”是指知道和看见的能力，什么叫做“看见”一个事物呢？就是将它从其他事物中分别出来，但是也要发现它和其他事物的共性。中文是从认知的结果视角来说的。

那么英文呢？“**Intellect=choose between**”，就是在两者中进行选择，就是区分，其中包括发现起共性和差异性。所有科学，包括人文和自然科学都是干一个“区分”的事情。显然，英文是从过程的角度来定义的。

所以不同语言或文化构成我们对事物的认识的视角性特征，这个共性和差异性就对应于对比和变化视角。

3. 分布和处境的视角言说 7 和其他数字和其他数学对象的关系，或者说 7 代表的这些集合，和其他集合的关系。比如，7 比 6 多一个，就是  $7=6+1$ ；从对应关系来说，就是一一对应之后，7 的集合里面会比 6 的集合多一个。分布的视角说的是 7 和其他数字的普遍联系，或者说 7 的重要性的体现。



7 本身是无价值的，如果他不和其他数字发生关系。所以，我们有 7 和 8 的关系：大小关系，加法关系，乘法关系，很多很多。通过研究分布视角，我们就进入加法，减法，乘法，除法等等的学习。还有，7 和 0；7，0；07；70； $1/7$ ， 有很奇妙的关系。

7 的分布的视角其实是把 7 看成一个独立的个体，把它的“过程性”，就是“一一对应性”封装起来了。然后，研究这个个体和其他个体的关系，就是普遍联系性。

这个“封装”的过程是需要很长时间的。比如很多孩子，你要他做  $7+3$ ，他会这样在心里数：1，2，3，4，5，6，7，然后是 8，9，10。结果是 10。你会发现，他此时把 7 还是理解成前面的对比本质视角里的“一一对应”，就是“从 1 数到 7”的“过程”。他还没有将这个“过程”对象化。

如何从“过程”尽快过渡到“对象”阶段呢。这是一个很有意思的难题。

从三视角理论来看，就是要在“分布”的视角上进行多次训练和反思。

完成了以上的三个视角的分析，我们就可以介绍如何学习一个数字，比如 7 了。